Auf dem gesamtem Blatt ist n Platzhalter für eine natürliche Zahl

Aufgabe 1:

In einer geometrischen Folge ist $a_3 = \frac{8}{3}$ und $a_5 = \frac{32}{27}$.
Bestimmen Sie a_0 und a_6.

Aufgabe 2:

Die ersten 7 Folgenglieder einer Folge sind $a_0 = 1; a_1 = 1; a_2 = 3; a_3 = 7;$
$a_4 = 13; a_5 = 21; a_6 = 31;$

a) Geben Sie ein Bildungsgesetz in rekursiver Form an.

b) Überprüfen Sie, ob Ihr Bildungsgesetz der Bedingung $a_n = n^2 - n + 1$ genügt.

Aufgabe 3:

Zeigen Sie , dass die Folge $\left(\frac{3n^2-1}{n(3n+2)}\right), n > 0$, streng monoton wachsend ist.
Ist die Folge beschränkt?

Aufgabe 4:

Für die Folge (a_n) ist $a_0 = 0, a_{n+1} = \frac{a_n^2+16}{8}$.

a) Veranschaulichen Sie die Folge grafisch.

b) Entnehmen Sie dem Schaubild, welchen Grenzwert die Folge besitzt.
Welches Monotonieverhalten legt das Schaubild nahe?
Beweisen Sie dieses Monotonieverhalten.

c) Geben Sie eine obere Schranke für die Folge an und beweisen Sie Ihre Behauptung

Aufgabe 5:

Beweisen Sie:

a) $\frac{n}{6} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{3}$ ist eine natürliche Zahl.

b) $1^2 - 2^2 + 3^2 - 4^2 + ... + (-1)^{n+1}n^2 = (-1)^{n+1} \cdot \frac{n(n+1)}{2}$

Aufgabe 6:

Die Terme $1 + \frac{1}{1+\frac{1}{1+\frac{1}{1+...}}}$ sind Glieder einer Folge.

Geben Sie eine rekursive Darstellung dieser Folge an.
Besitzt die Folge einen Grenzwert? Welchen?