

Teil A (ohne GTR)

Aufgabe A1:

Bestimmen Sie jeweils die Lösungsmenge:

$$\begin{array}{l} 2x_1 - 4x_2 - x_3 = 0 \\ a) \quad x_1 + x_2 + x_3 = 12 \\ 5x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \end{array}$$

$$b) \quad \begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 = \mathbf{0} \end{array} \quad |$$

Aufgabe A2:

Eine 3-stellige Zahl ist durch 9 teilbar. Vertauscht man ihre 2 höchstwertigen Ziffern und multipliziert die entstandene Zahl mit 10, erhält man die um 18 vergrößerte Ausgangszahl.

Um welche Zahl handelt es sich?

Aufgabe A3: Berechnen Sie

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 0 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 6 & -2 \end{pmatrix}$$

Aufgabe A4: Vereinfachen Sie

$$\overrightarrow{PQ} - \overrightarrow{PR} + \overrightarrow{RQ}$$

Teil B (mit GTR)

Aufgabe B1:

In einem Industriebetrieb werden 3 Sorten von Speicherchips hergestellt, die mit S_1 , S_2 und S_3 bezeichnet werden.

Jeder Chip muss 2 Produktionsstufen P_1 und P_2 durchlaufen. Die Tabelle gibt an, welcher Zeitaufwand in Minuten für einen Chip in einer Produktionsstufe benötigt wird.

	S_1	S_2	S_3
P_1	2	4	4
P_2	3	2	3

Für jeden Produktionsprozess werden 10 Stunden pro Tag verwendet.

- Wie viele Chips können von jeder Sorte pro Tag hergestellt werden?
Geben Sie 2 Möglichkeiten an.
- Da nach dem Chip S_3 eine große Nachfrage besteht, soll dessen Produktion möglichst weit hoch gefahren werden.
Wie viele Chips werden nach dieser Vorgabe von jeder Sorte produziert?

Aufgabe B2:

In der Tabelle ist dargestellt, wie sich die Reiseziele deutscher Urlauber von Jahr zu Jahr ändern. Betrachtet werden die Länder Deutschland (D), Spanien (E), Frankreich (F) und Italien (I).

Z.B. besagt die Tabelle, dass 2% derjenigen, die in Deutschland ihren Urlaub verbracht haben, im nächsten Jahr Frankreich als Urlaubsziel wählen werden.

	I	F	E	D
I	80	20	20	5
F	2	60	15	2
E	10	20	50	5
D	8	0	15	85

Die Verteilung (in Millionen Urlauber) sei in diesem Jahr wie folgt:
Italien 3,5, Frankreich 0,8, Spanien 3,2, Deutschland 5.

- Mit welcher Verteilung ist im folgenden Jahr zu rechnen?
- Handelt es sich um einen Austauschprozess?
Begründen und interpretieren Sie Ihre Aussage.
- Es werde angenommen, dass sich auf lange Sicht an den Übergangsquoten nichts ändere.
Welche Prognosen können Sie dann für das Urlaubsverhalten stellen?

Teil A (ohne GTR)

Aufgabe A1

$$\begin{array}{l} \text{a) I. } 2x_1 - 4x_2 - x_3 = 0 \\ \text{II. } x_1 + x_2 + x_3 = 12 \\ \text{III. } 5x_1 + 5x_2 - x_3 = 0 \end{array} \left. \begin{array}{l} \uparrow \\ \downarrow \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{I+II} \\ \text{II+III} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{II. } x_1 + x_2 + x_3 = 12 \\ \text{IV. } 3x_1 - 3x_2 = 12 \\ \text{V. } 6x_1 + 6x_2 = 12 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{IV} \cdot (-2) + \text{V}$$

$$\begin{array}{l} \text{II. } x_1 + x_2 + x_3 = 12 \\ \text{IV. } 3x_1 - 3x_2 = 12 \\ \text{VI. } 12x_2 = -12 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{aus VI } 12x_2 = -12 \\ x_2 = -1 \\ \text{aus IV } 3x_1 + 3 = 12 \quad | -3 \\ 3x_1 = 9 \\ x_1 = 3 \end{array}$$

$$\underline{\mathbb{L}} = \{3; -1; 10\} \quad \text{aus II } 3 - 1 + x_3 = 12 \quad | -2 \\ x_3 = 10$$

$$\text{b) I. } x_1 + x_2 - x_3 = 0 \quad \text{II. } 2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \text{I} \cdot (-1) + \text{II} \Leftrightarrow \begin{array}{l} \text{I. } x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ \text{III. } x_1 + 3x_3 = 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \text{aus III } x_1 = -3x_3 + 10 \\ \text{aus I } x_2 = x_3 + 3x_3 - 10 = 4x_3 - 10 \end{array} \quad \underline{\mathbb{L}} = \{-3x_3 + 10; 4x_3 - 10; x_3\}$$

Aufgabe A2

$$100x_1 + 10x_2 + x_3 = 4 \cdot 9$$

$$(10x_1 + 100x_2 + x_3) \cdot 10 = 100x_1 + 10x_2 + x_3 + 18$$

$$100x_1 + 1000x_2 + 10x_3 = 100x_1 + 10x_2 + x_3 + 18$$

$$990x_2 + 9x_3 = 18 \quad | :9$$

$$110x_2 + x_3 = 2$$

$$x_3 = 2 - 110x_2 \quad \text{also } x_2 = 0 \text{ und } x_3 = 2 \\ \rightarrow \text{da } x_1, x_2, x_3 \text{ Zahlen zwischen 1 und 9 sein m\u00fcssen}$$

$$100x_1 + 2 = 4 \cdot 9$$

$$x_1 = \frac{(4 \cdot 9) - 2}{100} = \frac{(38 \cdot 9) - 2}{100} = 7$$

E: Die Zahl hei\u00dft 702

A3

$$\begin{array}{r} 2 \quad 1 \\ 3 \quad 4 \\ 6 \quad -2 \\ \hline 1 \quad 0 \quad 3 \quad | \quad 20 \quad -5 \\ 4 \quad -1 \quad 1 \quad | \quad 11 \quad -2 \end{array}$$

A4

$$\begin{array}{l} \vec{PQ} - \vec{PR} + \vec{RQ} \\ \vec{PQ} + \vec{PR} + \vec{RQ} = \vec{RQ} + \vec{RQ} = 2 \cdot (\vec{RQ}) \end{array}$$

B1 Teil B (mit GTR)

$$\text{a) I. } 2s_1 + 4s_2 + 4s_3 = 600 \\ \text{II. } 3s_1 + 2s_2 + 3s_3 = 600 \quad \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} (-2)$$

$$\begin{array}{l} 2s_1 + 4s_2 + 4s_3 = 600 \\ -4s_1 \quad -2s_3 = -600 \\ \hline -2s_3 = 4s_1 - 600 \quad | :(-2) \\ s_3 = 300 - 2s_1 \end{array}$$

$$\text{in I } 2s_1 + 4s_2 + 1200 - 8s_1 = 600 \\ -6s_1 + 4s_2 = -600 \\ 4s_2 = 6s_1 - 600 \quad | :4 \\ s_2 = \frac{3}{2}s_1 - 150$$

$$\underline{\mathbb{L}} = \left\{ s_1; \frac{3}{2}s_1 - 150; 300 - 2s_1 \right\}$$

Bedingungen: $s_1 \geq 0$ muss durch 2 teilbar sein da nur ganze Zahlen in Frage kommen.
 $s_1 \geq 100$
 $s_1 \leq 150$

$$\underline{\mathbb{L}}_1 \{100; 0; 100\} \quad \underline{\mathbb{L}}_2 \{102; 3; 96\}$$

$$\text{b) } s_1 = -\frac{1}{2}s_3 + 150$$

$$\underline{\mathbb{L}} = \left\{ 150 - \frac{1}{2}s_3; 75 - \frac{3}{4}s_3; s_3 \right\}$$

Bedingungen $s_3 \leq 300$ muss durch 4 teilbar sein.
 $s_3 \leq 100$
 $s_3 \geq 0$

$\underline{\mathbb{L}} = \{100; 0; 100\}$ E: Es werden 100 Chips von Sorte 1 und 100 St\u00fcck v. Sorte 2 produziert

B2 a)

Italien	-	2,8 + 0,16 + 0,64 + 0,25	=	3,85 Mio
Frankreich	-	0,07 + 0,48 + 0,48 + 0,1	=	1,13 Mio
Spanien	-	0,35 + 0,16 + 1,6 + 0,25	=	2,36 Mio
Deutschland	-	0,28 + 0 + 0,48 + 4	=	4,76 Mio

Aufgabe B2 b)

Es handelt sich um einen Austauschprozess, da viele Urlauber sich nach ihrem Urlaub, f\u00fcr ein anderes Urlaubsland entscheiden. So kommt es zumindest theoretisch zum Austausch bez\u00fcglich der Urlaubsl\u00e4nder. Langfristig werden sich bestimmte Verteilungen an Urlaubern in den verschiedenen L\u00e4ndern einpendeln. Dann findet (zumindest von au\u00dfen betrachtet) keine gro\u00dfe \u00c4nderung mehr statt.

$$\begin{array}{l} \text{c) } I = 0,8I + 0,2F + 0,2E + 0,05D \\ F = 0,02I + 0,6F + 0,15E + 0,02D \\ E = 0,1I + 0,2F + 0,5E + 0,05D \\ D = 0,08I + 0F + 0,15E + 0,85D \end{array} \quad \begin{array}{l} I = 1 \\ \text{Ausgehen von einem} \\ \text{ital. Urlauber} \end{array}$$

$$\left[\begin{array}{ccccc|c} 0,8 & 0,2 & 0,2 & 0,05 & 1 & \text{GTR} \\ 0,02 & -0,4 & 0,15 & 0,02 & 0 & \\ 0,1 & 0,2 & -0,5 & 0,05 & 0 & \\ 0,08 & 0 & 0,15 & -0,15 & 0 & \end{array} \right] \Rightarrow \underline{\mathbb{L}} = \{1,06; 0,22; 0,36; 0,61\}$$

$$\text{Insg.: } 1,06 + 0,22 + 0,36 + 0,61 = 2,25$$

$$\frac{1,06}{2,25} \approx 47\% \quad \frac{0,22}{2,25} \approx 9,8\% \quad \frac{0,36}{2,25} \approx 16\% \quad \frac{0,61}{2,25} \approx 27,1\%$$

Italiener:	5,9 Mio	Spanien:	2 Mio
Frankreich:	1,2 Mio	Deutschland:	3,36 Mio