

# Abschlussprüfung zum Hauptschulabschluss

und diesem gleichwertige Abschlüsse

Mathematik

Beispiele zu den zentralen  
schriftlichen Prüfungsaufgaben

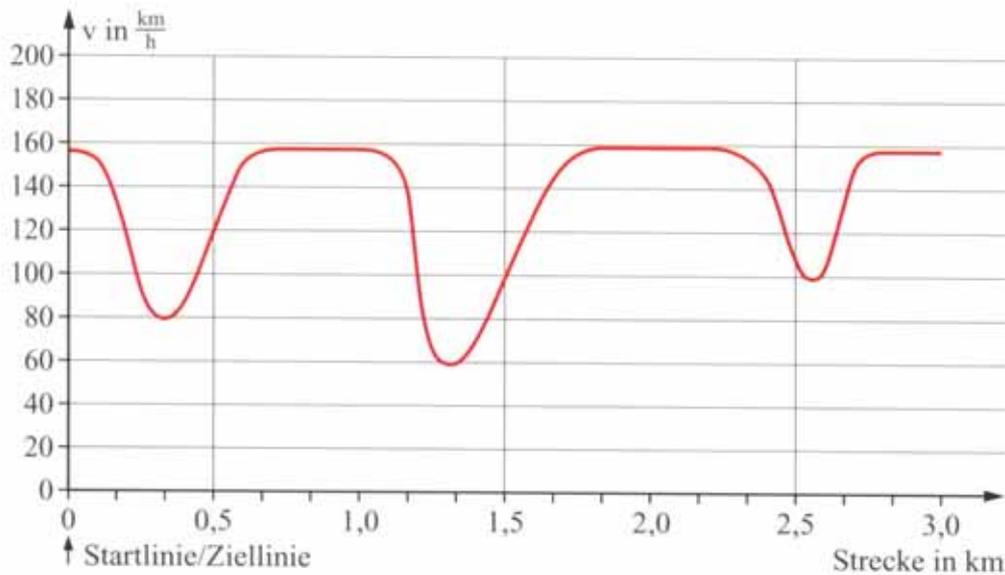


Freie und Hansestadt Hamburg  
Behörde für Bildung und Sport

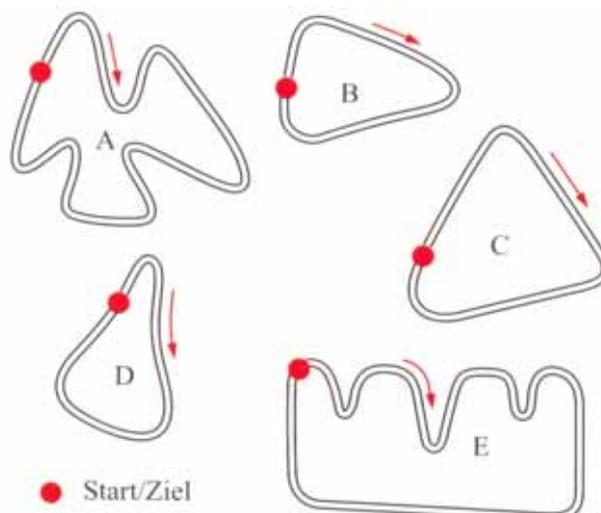
## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee Raum und Form

### 37. Autorennen

Der Graph zeigt, wie sich die Geschwindigkeit  $v$  eines Rennwagens während seiner zweiten Runde auf einer ebenen Rennstrecke verändert.



- Wie lang ist eine Runde?
- Nenne die niedrigste Geschwindigkeit und die höchste Geschwindigkeit des Rennwagens.
- Wie häufig musste der Rennfahrer mit seiner Geschwindigkeit runter? Warum? Begründe.
- Unten siehst du eine Abbildung mit fünf Rennstrecken. Auf welcher dieser Rennstrecken fuhr der Wagen. Begründe deine Antwort.

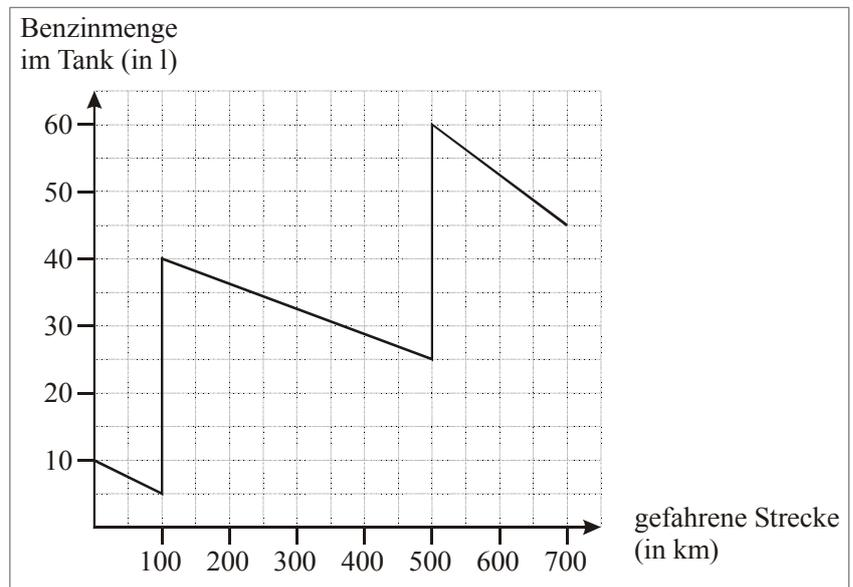


## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

### 38. Benzinverbrauch

Der Graph zeigt die Tankfüllung eines (wenig Benzin verbrauchenden) Pkw während einer Autofahrt an.

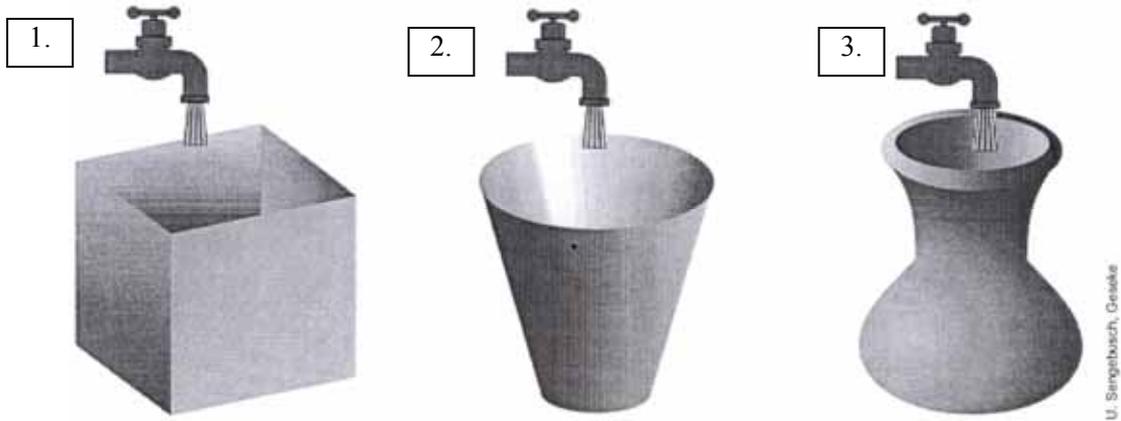
- Gib an, wie viel Liter Benzin beim ersten Tanken gekauft wurden.
- Gib den Benzinverbrauch pro 100 km an, zunächst vor dem ersten Tankauffüllen und dann zwischen dem ersten und zweiten Tankauffüllen.
- Berechne den Benzinverbrauch pro 100 km für die Gesamtstrecke!



## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee Raum und Form

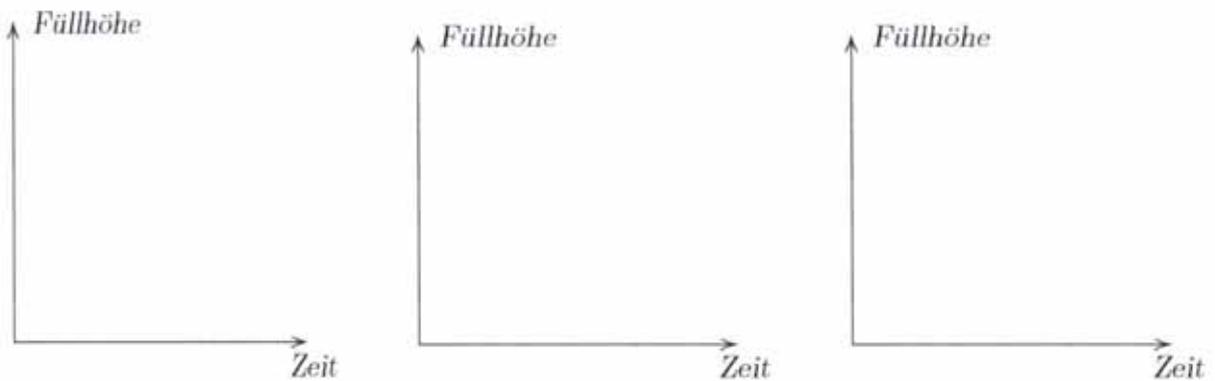
### 39. Gefäße I

Gefäße werden gefüllt.



Auf den Abbildungen sind verschieden geformte Gefäße zu sehen. Sie werden mit gleichmäßig zulaufendem Wasser gefüllt. Jedes Gefäß ist 20 cm hoch.

Skizziere für jedes Gefäß einen Graphen, der zeigt, wie die Wasserhöhe in dem Gefäß in Abhängigkeit von der Zeit steigt.

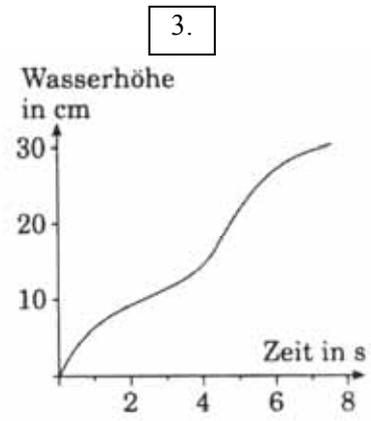
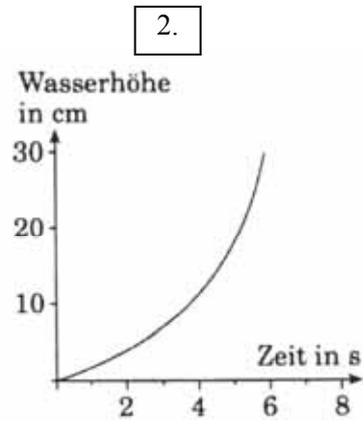
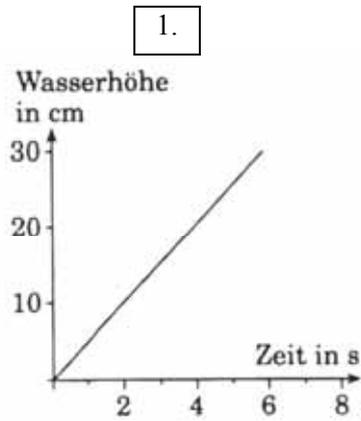


## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee Raum und Form

### 40. Gefäße II

In diesen Graphen ist dargestellt, wie die Wasserhöhe in verschiedenen Gefäßen im Laufe der Zeit ansteigt. Das Wasser läuft in allen drei Fällen gleichmäßig zu.

Zeichne zu jedem Graphen ein passendes Gefäß. Begründe deine Zeichnung.



## **Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl**

### **41. Geldanlage**

Ein Ehepaar möchte seinen Lottogewinn von 10 000 € für drei Jahre anlegen. Sie vergleichen zwei Angebote.

Angebot A: Das Guthaben wird in jedem Jahr mit 4 % verzinst.

Angebot B: Der Zinssatz beträgt

im 1. Jahr	3 %
im 2. Jahr	4 %
im 3. Jahr	5 %.

Bei beiden Angeboten werden die Zinsen am Ende eines jeden Jahres mitverzinst (Zinseszins).

Überlege: Sind die beiden Angebote nicht gleich? Es sind doch bei beiden Angeboten im Schnitt 4 % Zinsen pro Jahr. Äußere dich zu dieser Überlegung.

## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

### 42. Handytarife

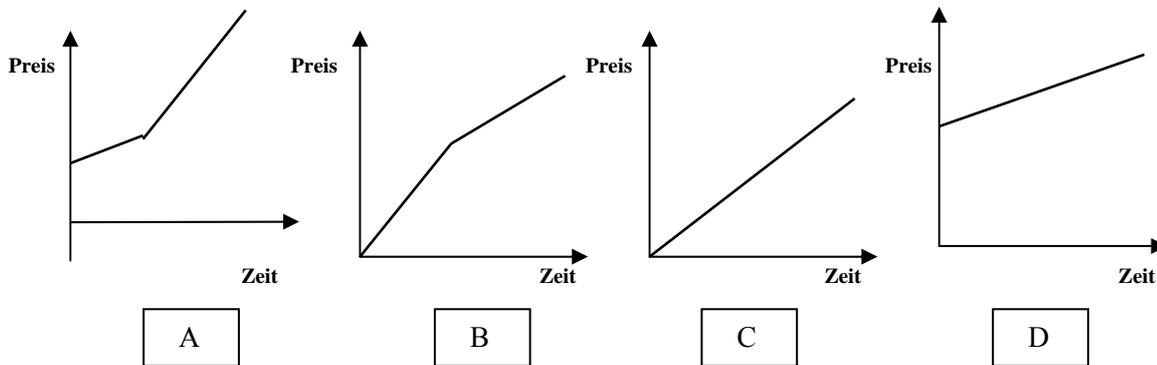
Ingo kauft sich ein Handy.

Ihm werden unterschiedliche Tarife angeboten:

Normaltarif N: Monatsgrundpreis 9,95 €, Kosten pro Minute 0,17 €, minutengenaue Abrechnung, ohne SMS

Spezialtarif S: Monatsgrundpreis 0 €, Kosten pro Minute 0,28 €, minutengenaue Abrechnung, ohne SMS

- a) Wie teuer ist ein Gespräch im Spezialtarif S, das 2 Minuten und 30 Sekunden dauert?
- b) Welcher der folgenden Graphen zeigt den Normaltarif N? Begründe deine Entscheidung.



- c) Berate deinen Mitschüler Ingo bei der Wahl des Tarifs mit Hilfe folgender Tabelle:

Monatliche Telefonierdauer in Minuten	10	20					
Monatliche Kosten in € Tarif N							
Monatliche Kosten in € Tarif S							

## **Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl**

### **43. Schülerbücherei**

Die Schülerbücherei zieht mit 3 600 Büchern in das Nachbargebäude um. Der Lehrer hat drei Stunden Zeit dafür. Er beginnt mit 5 Schülern, die in 2 Stunden 900 Bücher transportieren.

- a) Wie viele Schüler braucht der Lehrer, damit sie noch pünktlich fertig werden?
- b) Wann wäre er fertig, wenn er gleich mit einer ganzen Klasse mit 30 Schülern begonnen hätte?

## **Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl**

### **44. Sparbuch**

Hier siehst du eine Werbeanzeige einer Sparkasse:

Wenn Sie jetzt Geld für sechs Jahre bei uns einmalig auf ein Garantie-Sparbuch einzahlen, haben Sie am Ende der sechs Jahre garantiert 10 % mehr.

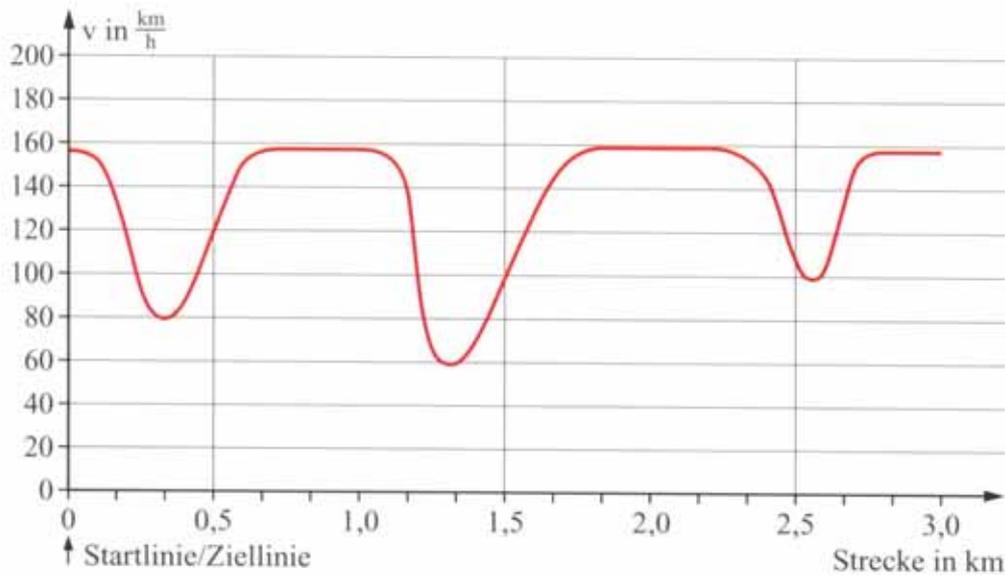
Allerdings müssen Sie am Anfang 4 % für das Sparbuch extra bezahlen.

- a) Wie viel Geld bekommt man nach 6 Jahren, wenn man 100 € oder 200 € einzahlt?
- b) Wie viel Geld muss man am Anfang wirklich ausgeben, wenn man 100 € oder 200 € einzahlt?
- c) Bei einem ganz normalen Sparbuch zahlt man am Anfang nichts extra. Man erhält jedes Jahr 1% Zinsen. Entscheide, welches der beiden Sparbücher günstiger ist.

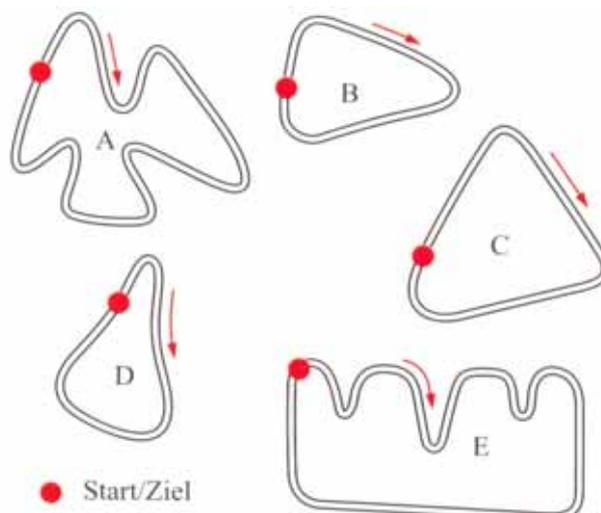
## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee Raum und Form

### 37. Autorennen

Der Graph zeigt, wie sich die Geschwindigkeit  $v$  eines Rennwagens während seiner zweiten Runde auf einer ebenen Rennstrecke verändert.



- Wie lang ist eine Runde?
- Nenne die niedrigste Geschwindigkeit und die höchste Geschwindigkeit des Rennwagens.
- Wie häufig musste der Rennfahrer mit seiner Geschwindigkeit runter? Warum? Begründe.
- Unten siehst du eine Abbildung mit fünf Rennstrecken. Auf welcher dieser Rennstrecken fuhr der Wagen. Begründe deine Antwort.



**Erwartungshorizont**

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Eine Runde ist 3 km lang.	1		
b)	Die niedrigste Geschwindigkeit beträgt 60 km/h, die höchste 160 km/h.	2		
c)	Die Geschwindigkeit muss 3mal verringert werden (Kurven oder andere nachvollziehbare Begründungen).	1		2
d)	<p>In Frage kommen nur die Strecke B, C und D (genau 3 Kurven, in den die Geschwindigkeit verringert werden muss.</p> <p>Strecke C kommt nicht in Frage, da der Fahrer bis zur nächsten Kurve seine Geschwindigkeit erhöhen würde und dies nicht verringern müsste.</p> <p>Strecke D kommt nicht in Frage, da die 1. Kurve nach dem Start gegenüber der 2. Kurve keine höhere Geschwindigkeit zuließe.</p> <p>Also bleibt Rennstrecke B.</p> <p>Eine Überprüfung ergibt, dass diese Strecke zur Geschwindigkeitsgraphik passt (1. und 3. Kurve sind nicht so eng wie die 2. Kurve; in der 2. Kurve fährt der Rennfahrer mit der geringsten Geschwindigkeit).</p>		1	3
	Insgesamt 10 BWE (Bearbeitungszeit 14 min)	4	1	5

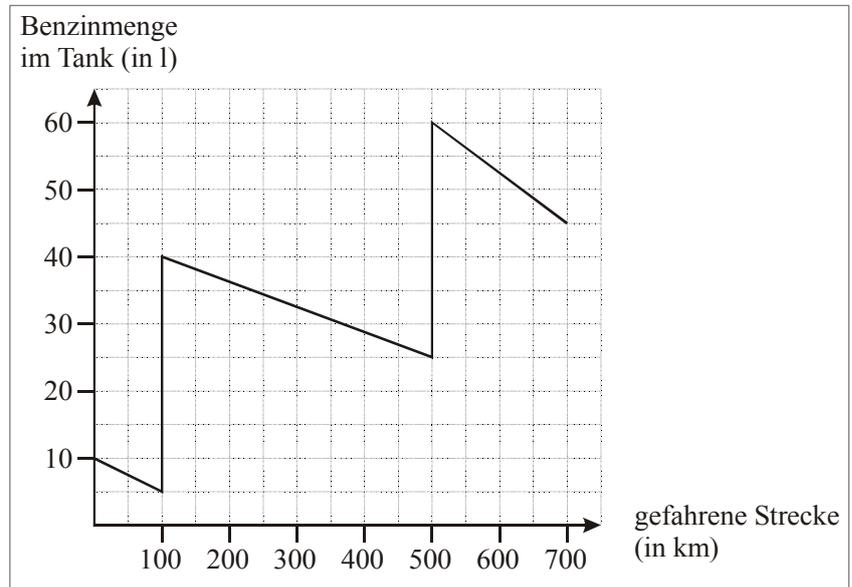
Quelle: mathelive, 10G, Klett/bearbeitet

## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

### 38. Benzinverbrauch

Der Graph zeigt die Tankfüllung eines (wenig Benzin verbrauchenden) Pkw während einer Autofahrt an.

- Gib an, wie viel Liter Benzin beim ersten Tanken gekauft wurden.
- Gib den Benzinverbrauch pro 100 km an, zunächst vor dem ersten Tankauffüllen und dann zwischen dem ersten und zweiten Tankauffüllen.
- Berechne den Benzinverbrauch pro 100 km für die Gesamtstrecke!



### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Beim ersten Tanken wurden 35 Liter gekauft.		2	
b)	Vor dem 1. Tanken wurden auf 100 km 5 Liter verbraucht. Zwischen dem 1. und 2. Tanken wurden auf 400 km 15 Liter verbraucht, also 3,75 Liter pro 100 km.		4	
c)	Insgesamt wurden 700 km gefahren und dabei 5 + 15 + 15 Liter = 35 Liter verbraucht. Der Durchschnittsverbrauch pro 100 km betrug also $35 \text{ Liter} : 7 = 5 \text{ Liter}$ .		3	
	Insgesamt 9 BWE (Bearbeitungszeit: 12 min)		9	

Quelle: Behörde für Bildung und Sport, Hamburg, Beispielaufgaben für schriftliche Prüfungsaufgaben zum Realschulabschluss, bearbeitet.

## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee Raum und Form

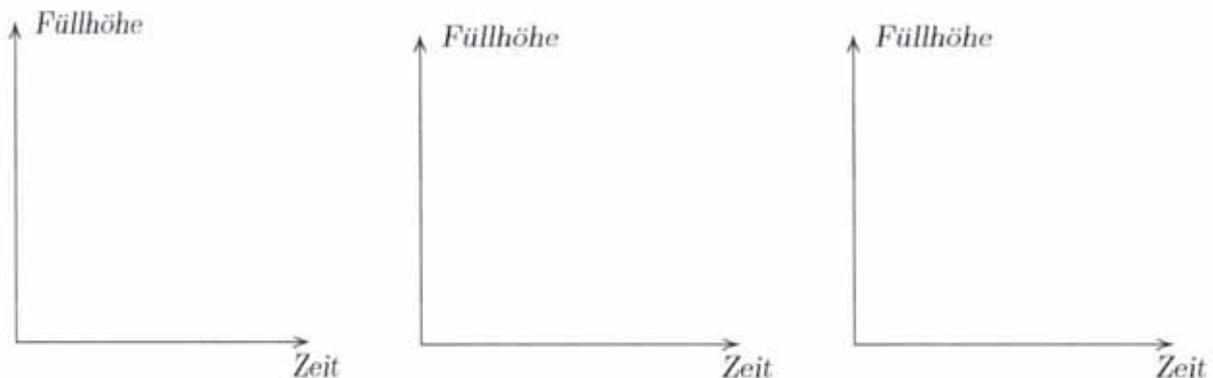
### 39. Gefäße I

Gefäße werden gefüllt.



Auf den Abbildungen sind verschieden geformte Gefäße zu sehen. Sie werden mit gleichmäßig zulaufendem Wasser gefüllt. Jedes Gefäß ist 20 cm hoch.

Skizziere für jedes Gefäß einen Graphen, der zeigt, wie die Wasserhöhe in dem Gefäß in Abhängigkeit von der Zeit steigt.



### Erwartungshorizont

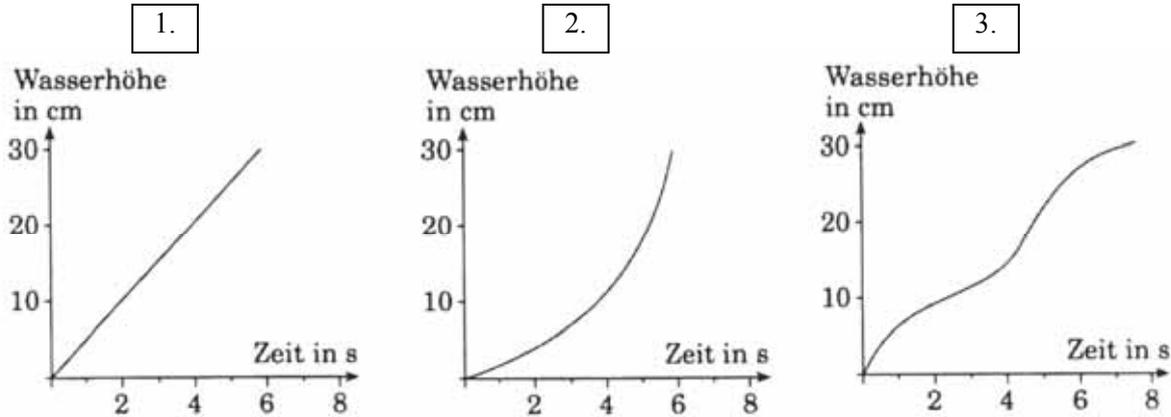
	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Gefäß 1: Gleichmäßige Füllung, das heißt linearer Anstieg.			2
	Gefäß 2: Je höher der Füllstand, desto mehr Zeit wird benötigt (abflachende Kurve)			2
	Gefäß 3: Je höher der Füllstand (ausgenommen das untere Drittel), desto weniger Zeit wird benötigt; zum Ende des Gefäßhalses dauert das Füllen wieder etwas länger (zunächst ansteigende Kurve mit wachsender Steigung, danach ansteigende Kurve mit abflachender Steigung).			3
	Insgesamt 7 BWE (Bearbeitungszeit 9 min)			7

## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee Raum und Form

### 40. Gefäße II

In diesen Graphen ist dargestellt, wie die Wasserhöhe in verschiedenen Gefäßen im Laufe der Zeit ansteigt. Das Wasser läuft in allen drei Fällen gleichmäßig zu.

Zeichne zu jedem Graphen ein passendes Gefäß. Begründe deine Zeichnung.



### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Abb. 1: z.B. ein zylindrisches Gefäß, gleichmäßiger Anstieg Abb. 2: z.B. ein Gefäß, das im unteren Teil noch breit ist und dann zunehmend enger wird; ungleichmäßiger Anstieg Abb.3: z.B. eine Gefäßform, die folgende Bedingungen erfüllt: - nach 2 Sekunden Wasserzulauf beträgt die Höhe ca. 9 cm - nach 4 Sekunden Wasserzulauf beträgt die Höhe ca. 15 cm - nach 6 Sekunden Wasserzulauf beträgt die Höhe ca. 27 cm		2 2 3	2 2 3
	Insgesamt 14 BWE (Bearbeitungszeit: 19 min)		7	7

## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

### 41. Geldanlage

Ein Ehepaar möchte seinen Lottogewinn von 10 000 € für drei Jahre anlegen. Sie vergleichen zwei Angebote.

Angebot A: Das Guthaben wird in jedem Jahr mit 4 % verzinst.

Angebot B: Der Zinssatz beträgt

im 1. Jahr	3 %
im 2. Jahr	4 %
im 3. Jahr	5 %.

Bei beiden Angeboten werden die Zinsen am Ende eines jeden Jahres mitverzinst (Zinseszins).  
Überlege: Sind die beiden Angebote nicht gleich? Es sind doch bei beiden Angeboten im Schnitt 4 % Zinsen pro Jahr. Äußere dich zu dieser Überlegung.

### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	Bei Angebot A wächst das Kapital von 10.000 € in 3 Jahren auf: $10\,000\text{ €} \cdot 1,04 \cdot 1,04 \cdot 1,04 = 11248,64\text{ €}$		3	
	Bei Angebot B wächst das Kapital von 10.000 € in 3 Jahren auf: $10\,000\text{ €} \cdot 1,03 \cdot 1,04 \cdot 1,05 = 11247,60\text{ €}$		3	
	Die Angebote sind nicht gleich. Allerdings sind die Unterschiede im Zuwachs gering (Bei Angebot A ist der Zinsertrag um 1,04 € höher). Bei Angebot B wächst das Kapital im 3. Jahr zwar schneller; der verminderte Zuwachs im 1. Jahr (bei 3 % gegenüber 4 %) wird dadurch aber nicht ausgeglichen.			2
	Insgesamt 8 BWE (Bearbeitungszeit: 11 min)		6	2

Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Hauptschule, 2004.

## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

### 42. Handytarife

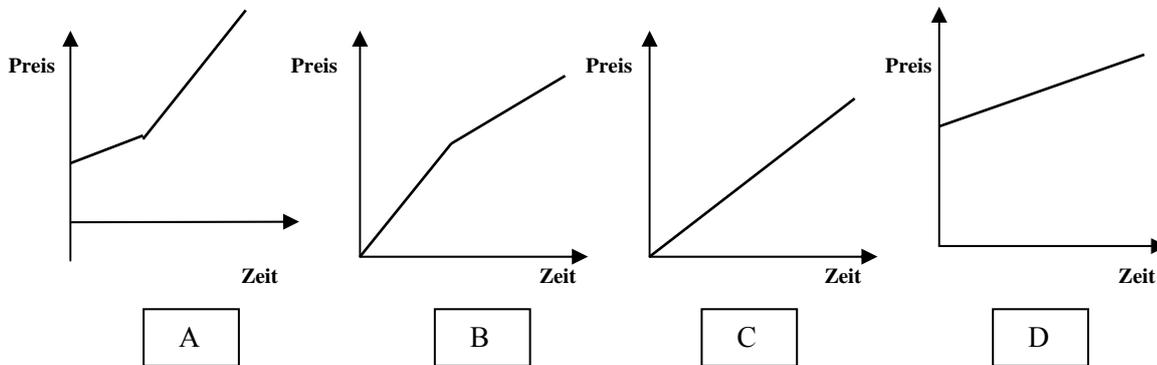
Ingo kauft sich ein Handy.

Ihm werden unterschiedliche Tarife angeboten:

Normaltarif N: Monatsgrundpreis 9,95 €, Kosten pro Minute 0,17 €, minutengenaue Abrechnung, ohne SMS

Spezialtarif S: Monatsgrundpreis 0 €, Kosten pro Minute 0,28 €, minutengenaue Abrechnung, ohne SMS

- a) Wie teuer ist ein Gespräch im Spezialtarif S, das 2 Minuten und 30 Sekunden dauert?
- b) Welcher der folgenden Graphen zeigt den Normaltarif N? Begründe deine Entscheidung.



- c) Berate deinen Mitschüler Ingo bei der Wahl des Tarifs mit Hilfe folgender Tabelle:

Monatliche Telefonierdauer in Minuten	10	20					
Monatliche Kosten in € Tarif N							
Monatliche Kosten in € Tarif S							

**Erwartungshorizont**

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung																										
		I	II	III																								
a)	Berechnet werden immer ganze Minuten, also kostet das Gespräch $3 \cdot 0,28 \text{ €} = 0,84 \text{ €}$ .	2																										
b)	Graph D zeigt den Normaltarif. Wegen des Grundpreises von 9,95 € kommt nur noch Graph A in Frage. Dieser scheidet aber wegen der nicht gleichmäßige wachsenden Gesprächskosten (ab einer bestimmten Zeit werden die Gespräche teurer) aus. Bei der Begründung muss der Grundpreis und die gleichmäßige Zunahme der Kosten in Beziehung zur Gesprächsdauer herangezogen werden.		3																									
c)	<p>Lösungsmöglichkeiten:</p> <p>Berechnung unterschiedlicher konkreter Gesamtkosten für einen Monat (10 min, 20 min, 40 min...) unter Berücksichtigung des Monatsgrundpreises und der Kosten für die Gesprächsdauer.</p> <p>Vergleich (auch mit Zuordnungstabelle)</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th>Monatliche Gesprächsdauer in min</th> <th>10</th> <th>20</th> <th>30</th> <th>60</th> <th>80</th> <th>90</th> <th>100</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>Kosten in € bei Tarif N</td> <td>11,65</td> <td>13,35</td> <td>15,05</td> <td>20,15</td> <td>23,55</td> <td>25,25</td> <td>26,95</td> </tr> <tr> <td>Kosten in € bei Tarif S</td> <td>2,80</td> <td>5,60</td> <td>8,40</td> <td>16,80</td> <td>22,40</td> <td>25,20</td> <td>28,00</td> </tr> </tbody> </table> <p>Mögliche Beratung: „Wenn du mehr als 90 Minuten im Monat telefonierst, dann ist der Normaltarif günstiger.“</p> <p>(Der genaue mathematische Wert beträgt 90,45 min.)</p>	Monatliche Gesprächsdauer in min	10	20	30	60	80	90	100	Kosten in € bei Tarif N	11,65	13,35	15,05	20,15	23,55	25,25	26,95	Kosten in € bei Tarif S	2,80	5,60	8,40	16,80	22,40	25,20	28,00		6	2
Monatliche Gesprächsdauer in min	10	20	30	60	80	90	100																					
Kosten in € bei Tarif N	11,65	13,35	15,05	20,15	23,55	25,25	26,95																					
Kosten in € bei Tarif S	2,80	5,60	8,40	16,80	22,40	25,20	28,00																					
	Insgesamt 13 BWE (Bearbeitungszeit: 18 min)	2	9	2																								

Quelle: Bearbeitete Version der Aufgabe aus den KMK-Bildungsstandards Mathematik Mittlerer Abschluss, 2003.

## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

### 43. Schülerbücherei

Die Schülerbücherei zieht mit 3 600 Büchern in das Nachbargebäude um. Der Lehrer hat drei Stunden Zeit dafür. Er beginnt mit 5 Schülern, die in 2 Stunden 900 Bücher transportieren.

- a) Wie viele Schüler braucht der Lehrer, damit sie noch pünktlich fertig werden?  
 b) Wann wäre er fertig, wenn er gleich mit einer ganzen Klasse mit 30 Schülern begonnen hätte?

### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Nach 2 Stunden sind noch 2 700 Bücher zu transportieren, dafür bleibt nur noch 1 Stunde. 5 Sch. → 450 Bücher in 1 Std. 10 Sch. → 900 Bücher in 1 Std. 30 Sch. → 2 700 Bücher in 1 Std. Er braucht 30 Schüler, also noch weitere 25 Schüler.	2	1	
b)	2 700 Bücher → 60 Min. 900 Bücher → 20 Min. 3 600 Bücher → 80 Min. Mit 30 Schülern hätte der Lehrer die Arbeit in 1 Std. und 20 Minuten geschafft.	2	1	
	Insgesamt 6 BWE (Bearbeitungszeit: 8 min)	4	2	

## Idee des funktionalen Zusammenhangs, Idee der Zahl

### 44. Sparbuch

Hier siehst du eine Werbeanzeige einer Sparkasse:

Wenn Sie jetzt Geld für sechs Jahre bei uns einmalig auf ein Garantie-Sparbuch einzahlen, haben Sie am Ende der sechs Jahre garantiert 10 % mehr.

Allerdings müssen Sie am Anfang 4 % für das Sparbuch extra bezahlen.

- Wie viel Geld bekommt man nach 6 Jahren, wenn man 100 € oder 200 € einzahlt?
- Wie viel Geld muss man am Anfang wirklich ausgeben, wenn man 100 € oder 200 € einzahlt?
- Bei einem ganz normalen Sparbuch zahlt man am Anfang nichts extra. Man erhält jedes Jahr 1% Zinsen. Entscheide, welches der beiden Sparbücher günstiger ist.

### Erwartungshorizont

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Man bekommt 110 € beziehungsweise 220 €.	2		
b)	Man muss am Anfang 4 € beziehungsweise 8 € extra bezahlen.	2		
c)	Bei der Werbung hat man einen Gewinn von 6 €, bei dem normalen Sparbuch auch (auf Zinseszins wird hier verzichtet) – allerdings hat man bei der Werbung nur einen Gewinn von 5,76 % (104 € entsprechen 100%), bei dem Sparbuch von mindestens 6 % (je nachdem, ob man Zinseszins mit berücksichtigt oder nicht).		3	3
	Insgesamt 11 BWE (Bearbeitungszeit: 15 min)	4	3	3