



Freie und Hansestadt Hamburg

Behörde für Bildung und Sport

Vergleichsarbeit Mathematik

Gymnasien, Klasse 8

Bearbeitungszeit: 90 Minuten
Zugelassene Hilfsmittel:
nicht-grafikfähiger Taschenrechner für
die Aufgaben 2, 3 und 4

Lehrermaterialien

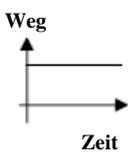
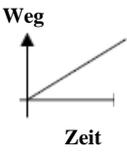
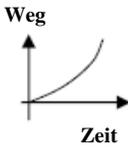
II Aufgaben

II.1 Version A

Aufgabe A 1:

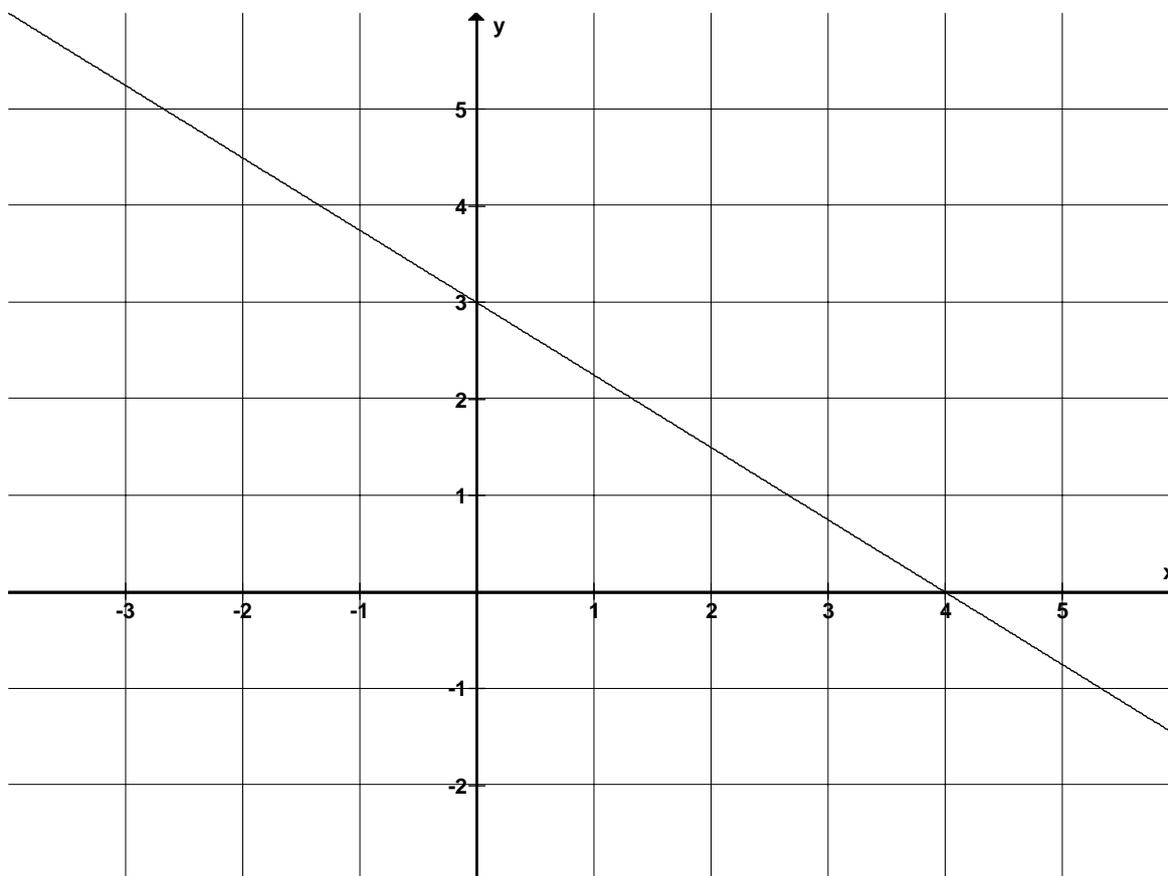
Pro Teilaufgabe 2 Punkte – insgesamt 32 Punkte

Von den jeweils angebotenen Lösungen ist immer **genau eine** richtig. Überlege und schreibe den zugehörigen Buchstaben **A, B, C** oder **D** in die Spalte „Lös.“ (für Lösung). Eine Begründung wird nicht verlangt.

Aufgabe	A	B	C	D	Lös.
a) $\frac{3}{4} - \frac{1}{2} =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	
b) $17 \cdot 7 =$	49	85	119	170	
c) $201 - 754 + 103 =$	1058	852	-450	-656	
d) $(-1,2) \cdot 0,3 =$	-3,6	-1,5	0,36	-0,36	
e) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} =$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	1	2	
f) 20 % von 500 € sind	200 €	125 €	100 €	50 €	
g) $(7 + x) \cdot (7 - x) = \dots\dots$	$49 - 14x - x^2$	$49 - x^2$	$x^2 - 49$	$49 + 14x - x^2$	
h) $1 l =$	10 cm ³	100 cm ³	1 000 cm ³	10 000 cm ³	
i) 2,4 h =	84 min	144 min	160 min	240 min	
j) Ein Fahrradfahrer fährt eine bestimmte Strecke mit gleich bleibender Geschwindigkeit. Welches Weg-Zeit-Diagramm passt?					
k) 6 Arbeiter brauchen für eine bestimmte Arbeit 12 Stunden. 8 Arbeiter benötigen für die gleiche Arbeit	9 h	10 h	12 h	14 h	
l) $3x + 5 = 15 - 2x$. Dann ist $x = \dots$	1	2	5	10	
m) Welche Aussage ist richtig? Zwei Dreiecke mit gleichem Flächeninhalt	haben die gleiche Höhe.	sind kongruent.	können ganz verschieden aussehen.	haben gleiche Seitenlängen.	
n) Beim Würfeln mit zwei Würfeln ist die Wahrscheinlichkeit für einen Pasch (zwei gleiche Augenzahlen)	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{3}$	

Lehrermaterialien

Aufgabe	A	B	C	D	Lös.
<p>o) In Deutschland werden Temperaturen in Grad Celsius ($^{\circ}\text{C}$) angegeben, in den USA misst man die Temperatur in Grad Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$). Ein Reiseführer für die USA gibt folgende Informationen zur Umrechnung der Temperatur von $^{\circ}\text{F}$ in $^{\circ}\text{C}$: „Die Differenz von f und 32, geteilt durch 9, multipliziert mit 5 ergibt c.“ (f ist der Temperaturwert in $^{\circ}\text{F}$, c ist der Wert der gleichen Temperatur in $^{\circ}\text{C}$.) Welche Formel beschreibt diese Umrechnung richtig?</p>	$c = \frac{5}{9} \cdot f - 32$	$c = \frac{5}{9} \cdot (f + 32)$	$c = \frac{5}{9} \cdot f + 32$	$c = \frac{5}{9} \cdot (f - 32)$	
<p>p) Welche Gleichung hat die in der folgenden Abbildung dargestellte Gerade?</p>	$y = -\frac{3}{4}x + 3$	$y = \frac{3}{4}x - 3$	$y = \frac{3}{4}x + 3$	$y = -\frac{4}{3}x + 3$	



Lehrermaterialien

Aufgabe A 2: Rasensprenger



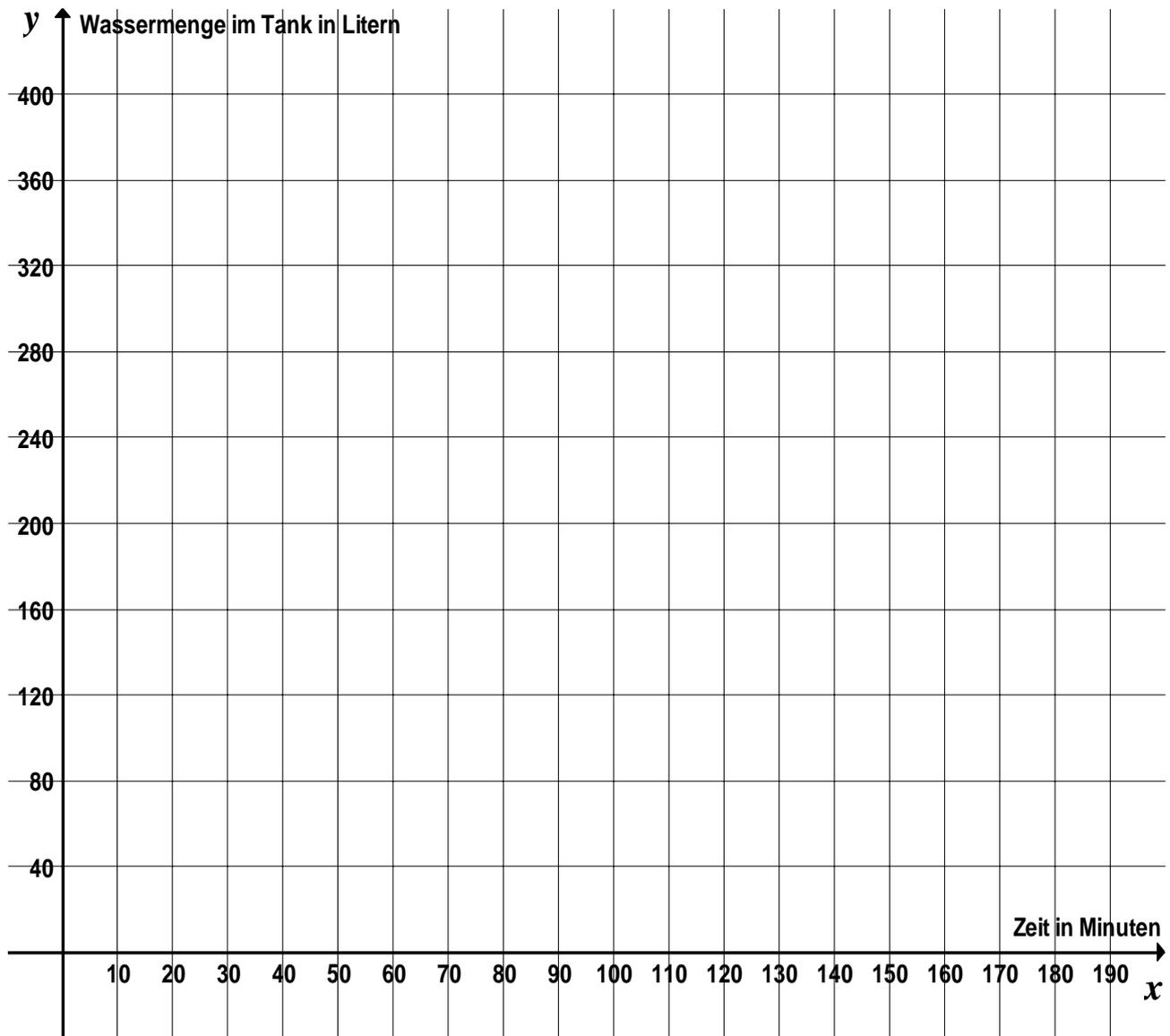
Ein Rasensprenger bekommt sein Wasser aus einem angeschlossenen Wassertank. Der Tank hat ein Volumen von 360 Litern. Der Rasensprenger versprüht 6 Liter Wasser pro Minute.

- a) Berechne, wie lange der Rasensprenger arbeiten kann, bis der ursprünglich volle Tank leer ist. (2 P.)
- b) Stelle die Wassermenge im Tank im Koordinatensystem in der Anlage als Funktion der Zeit grafisch dar. Dabei soll der Rasensprenger zum Zeitpunkt $x = 0$ bei einem vollen Tank mit seiner Arbeit beginnen.
Gib die Funktionsgleichung der Funktion an. (4 P.)
- c) Bei vollem Tank wird der Rasensprenger um 9 Uhr angestellt. 20 Minuten später wird an den Tank ein Gartenschlauch angeschlossen, der pro Minute 10 Liter Wasser in den Tank fließen lässt. Der Rasensprenger arbeitet trotzdem weiter.
Begründe, warum der Tank jetzt wieder voller wird. (5 P.)
- d) Weise nach, dass der Tank 50 Minuten nach dem Beginn des Sprengens wieder ganz gefüllt ist. (6 P.)
- e) Nun – also 50 Minuten nach dem Beginn des Sprengens – wird zusätzlich ein zweiter Rasensprenger an den Tank angeschlossen, der 8 Liter pro Minute versprüht. Der Gartenschlauch liefert weiterhin 10 Liter pro Minute in den Tank.
Bestimme den Zeitpunkt, zu dem der Tank ganz leer ist. (5 P.)
-

Lehrermaterialien

Anlage zur Aufgabe „Rasensprenger“

Name: _____ Klasse: _____



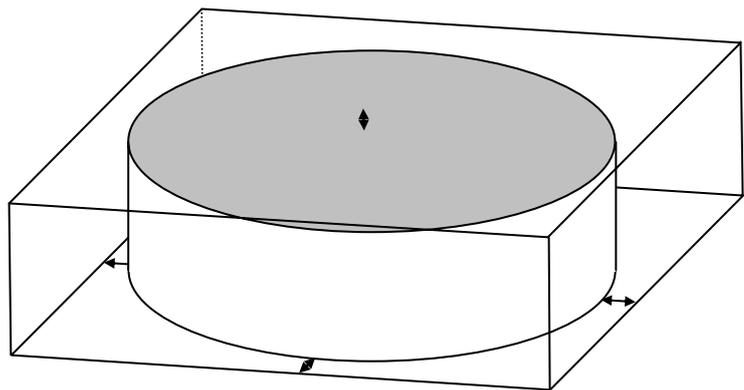
Lehrermaterialien

Aufgabe A 3 – Torte

Anne backt eine Torte in einer zylinderförmigen Tortenform mit 26 cm Durchmesser. Die fertige Torte hat eine Höhe von 7 cm.

- a) Berechne das Volumen der Torte. (4 P.)
- b) Annes Freundin Susanne hat eine Torte gebacken, die bei einem Durchmesser von 24 cm das gleiche Volumen hat wie Annes Torte. Bestimme die Höhe von Susannes Torte. (6 P.)
- c) Anne verpackt ihre Torte in einen quaderförmigen Karton. An den Seiten und oben ist jeweils 1 cm Luft.
- Bestimme die Abmessungen des Kartons und berechne sein Volumen.
 - Ermittle den prozentualen Anteil von Luft im Karton. (Solltest Du das Volumen der Torte nicht berechnet haben, so verwende den – nicht korrekten – Wert von $V_{Torte} = 3850 \text{ cm}^3$.) (12 P.)

Die Torte im Karton (nicht maßstäblich).
Die Pfeile deuten jeweils den Abstand
von 1 cm zwischen Torte und Karton an.



Lehrermaterialien

Aufgabe A 4 – Tricolore

Für die Feiern zum französischen Nationalfeiertag (14. Juli) plant das Lycée Allemande (Französisch-Deutsches Gymnasium) einen Stand mit folgendem Glücksspiel:

In einem Säckchen befinden sich 22 blaue Chips, 18 weiße und 20 rote. Wer einen Einsatz von 1 € macht, darf nacheinander drei Chips (ohne Zurücklegen) ziehen.

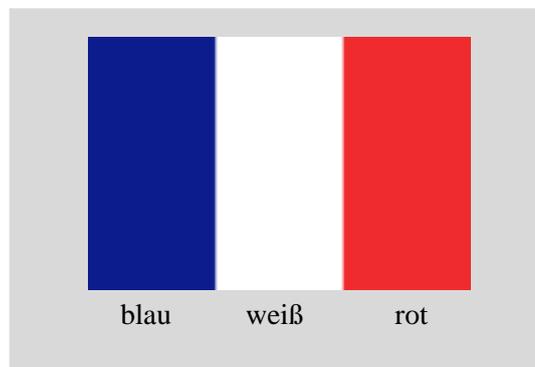
Danach werden die drei Chips wieder in das Säckchen zurückgelegt.

Es gibt drei Arten von Gewinnen:

Einen Hauptgewinn erhält man, wenn man die Farben der französischen Nationalflagge, der Tricolore, in der richtigen Reihenfolge zieht, also blau-weiß-rot.

Einen Gewinn 2. Klasse erhält man, wenn man drei Chips gleicher Farbe zieht.

Einen Gewinn 3. Klasse erhält man, wenn man alle drei Farben, aber nicht in der Reihenfolge der Nationalfarben, zieht.



- a) Begründe, warum man bei diesem Spiel nach dem zweiten gezogenen Chip auf jeden Fall noch eine Gewinnchance hat. (6 P.)
- b) Zeige, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Hauptgewinn ca. 3,9 % beträgt. (6 P.)
- c) Begründe, warum der Gewinn 3. Klasse fünf Mal so wahrscheinlich ist wie der Hauptgewinn, warum also $p_{3. Klasse} = 5 \cdot p_{Hauptgewinn}$ gilt. (6 P.)

Für den folgenden Aufgabenteil d) benutze die folgende Information:

Die Wahrscheinlichkeit für einen Gewinn 2. Klasse liegt bei etwa 10,2 %.

d) Die Ausrichter des Glücksspiels planen folgende Gewinne:

Hauptgewinn	5 €
Gewinn 2. Klasse	3 €
Gewinn 3. Klasse	2 €

Untersuche, ob bei diesem Plan ein Überschuss für die Schule zu erwarten ist, wenn sich viele Personen auf das Glücksspiel einlassen. (6 P.)

Lehrermaterialien

III Lösungsskizzen, Punkteverteilung und Bewertung

III.1 Version A

Allgemein muss festgestellt werden, dass zwar bei allen Aufgaben der Anspruch besteht, von den Schülerinnen und Schülern nicht nur Ergebnisse, sondern auch Begründungen und zusammenhängende Darstellungen zu bekommen, aber Achtklässler sind hier erst auf dem Weg. Die Strenge der Darstellung, wie sie in diesen Lösungsvorschlägen angestrebt wurde, kann so nicht erwartet werden. Von den nachfolgenden Vorschlägen abweichende richtige Lösungswege und originelle Teilgedanken sind durchaus erwünscht.

Erwartungshorizont

Bei den folgenden Teilaufgaben werden jeweils 2 P. für die richtige Lösung bzw. 0 P. für eine falsche Lösung gegeben. Werden mehrere Buchstaben als Lösung angegeben, so wird dies ebenfalls mit 0 Punkten bewertet.

Aufgabe A 1 – ohne Taschenrechner		Lösungsbuchstabe	Zuordnung, Bewertung		
			I	II	III
a)	$\frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	A	2		
b)	$17 \cdot 7 = 119$	C	2		
c)	$201 - 754 + 103 = -450$	C	2		
d)	$(-1,2) \cdot 0,3 = -0,36$	D	2		
e)	$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$	A	2		
f)	20 % von 500 € sind 100 €	C	2		
g)	$(7 + x) \cdot (7 - x) = 49 - x^2$	B		2	
h)	$1l = 1000 \text{ cm}^3$	C	2		
i)	$2,4 \text{ h} = 144 \text{ min}$	B		2	
j)	Ein Fahrradfahrer fährt mit gleich bleibender Geschwindigkeit von E nach F. Welches Weg-Zeit-Diagramm passt?	B		2	
k)	6 Arbeiter brauchen für eine bestimmte Arbeit 12 Stunden. 8 Arbeiter benötigen für die gleiche Arbeit 9 Stunden.	A		2	
l)	$3x + 5 = 15 - 2x$. Dann ist $x = 2$	B		2	
m)	Welche Aussage ist richtig? Zwei Dreiecke mit gleichem Flächeninhalt können ganz verschieden aussehen.	C		2	
n)	Beim Würfeln mit zwei Würfeln ist die Wahrscheinlichkeit für einen Pasch (zwei gleiche Augenzahlen) $\frac{1}{6}$	B		2	

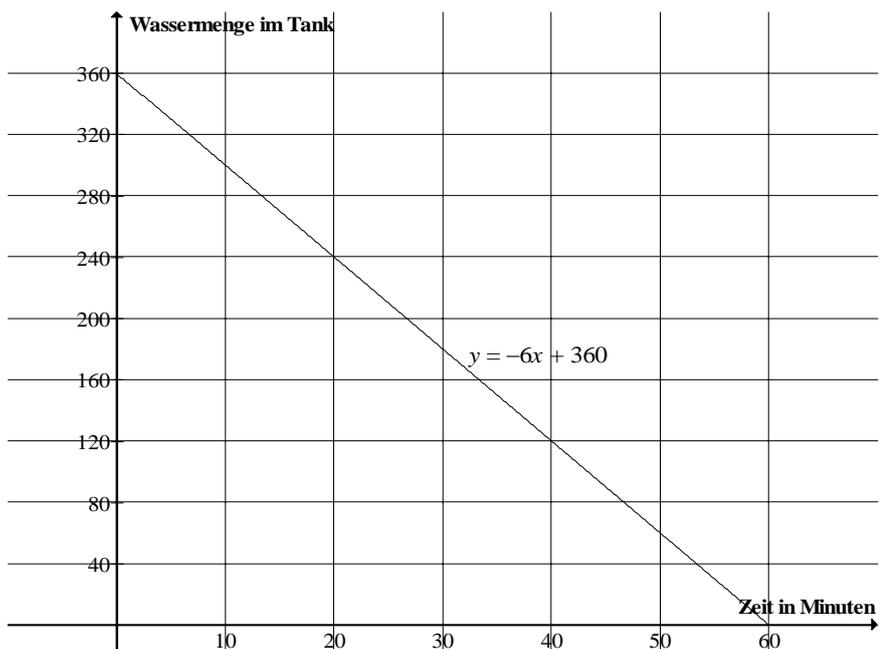
Lehrermaterialien

Aufgabe A 1 – ohne Taschenrechner

		Lösungsbuchstabe	Zuordnung, Bewertung		
			I	II	III
o)	In Deutschland werden Temperaturen in Grad Celsius (°C) angegeben, in den USA misst man die Temperatur in Grad Fahrenheit (°F). Ein Reiseführer für die USA gibt folgende Informationen zur Umrechnung der Temperatur von °F in °C: „Die Differenz von f und 32, geteilt durch 9, multipliziert mit 5 ergibt c .“ (f ist die Temperatur in °F, c ist die gleiche Temperatur in °C.) Welche Formel beschreibt diese Umrechnung richtig? $c = \frac{5}{9} \cdot (f - 32)$	D			2
p)	Welche Gleichung hat die in der folgenden Abbildung dargestellte Gerade? $y = -\frac{3}{4}x + 3$	A		2	
Insgesamt 32 BWE			14	16	2

Aufgabe A 2: Rasensprenger

Vorbemerkung: Praktisch alle Rechnungen dieser Aufgabe lassen sich im Kopf durchführen.

		Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
			I	II	III
a)	Da pro Minute 6 l aus dem Tank fließen und der Tank 360 l fasst, wird der Tank in $(\frac{360}{6} =)$ 60 Minuten leer sein.		2		
b)	 <p>2 P. für die grafische Darstellung, 2 P. für die Funktionsgleichung,</p>		2	2	

Lehrermaterialien

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
c)	Der Rasensprenger entnimmt dem Tank 6 l pro Minute. Der Gartenschlauch liefert aber 10 l pro Minute dazu. Also kommen pro Minute 4 l Wasser hinzu. Der Tank füllt sich wieder.	2	3	
d)	Nach 20 Minuten Sprengerbetrieb sind $(20 \cdot 6 =) 120$ l Wasser versprüht. Da der Gartenschlauch in Verbindung mit dem Sprenger dem Tank pro Minute 4 l zufügt, werden $\left(\frac{120}{4} =\right) 30$ min benötigt, um den Tank wieder restlos zu füllen. 20 Minuten plus 30 Minuten sind 50 Minuten. <i>Alternativ:</i> In den 50 Minuten nach Beginn des Sprengens passiert Folgendes: 1) In den ersten 20 Minuten wird der Tank um $(20 \cdot 6 l =) 120 l$ geleert. 2) In den nächsten 30 Minuten kommen $(30 \cdot 4 l =) 120 l$ dazu. Also ist der Tank wieder voll.	2	4	
e)	Mit dem zweiten Sprenger sieht die Bilanz pro Minute so aus: Zufluss 10 l, Abfluss $6 l + 8 l = 14 l$. Der Tank leert sich also pro Minute um 4 l. Da er anfänglich voll war, wird er in $\left(\frac{360}{4} =\right) 90$ Minuten geleert. Der Tank ist ganz leer um 11.20 Uhr oder <i>140 Minuten nach dem Beginn des Sprengens ist der Tank leer.</i>		2	3
	Insgesamt 22 BWE	8	11	3

Aufgabe A 3: Torte

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	Mit $V_{\text{Zylinder}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$, der gegebenen Höhe von 7 cm und dem Radius $\left(r = \frac{d}{2}\right)$ von 13 cm ergibt sich $V_{\text{Torte}} = \pi \cdot 13^2 \cdot 7$ $= 3716,5041\dots$ Die Torte hat also ein Volumen von ca. 3 720 cm ³ oder gut 3,7 dm ³ (3,7 l).	4		
b)	Mit dem in a) berechneten Volumen ergibt sich: $V_{\text{Torte}} = \pi \cdot 12^2 \cdot h_{\text{neu}} \Leftrightarrow h_{\text{neu}} = \frac{3716,5}{\pi \cdot 12^2} = 8,215\dots$ Die Höhe von Susannas Torte beträgt ca. 8,2 cm.		6	

Lehrermaterialien

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
	<p><i>Oder:</i></p> $V_{\text{Torte}} = \pi \cdot 12^2 \cdot h_{\text{neu}}$ $\pi \cdot 13^2 \cdot 7 = \pi \cdot 12^2 \cdot h_{\text{neu}}$ $h_{\text{neu}} = \frac{13^2 \cdot 7}{12^2}$ $h_{\text{neu}} = 8,215\dots$ <p>Es ergibt sich eine Tortenhöhe von ca. 8,2 cm.</p>			
c)	<p>Der Karton ist ein Quader mit quadratischer Grundfläche.</p> <p>Die Kantenlänge des Quadrats beträgt 28 cm, da die Torte überall einen Zentimeter Abstand vom Karton haben soll.</p> <p>Die Höhe des Kartons beträgt 8 cm, da die Torte unten aufliegen, aber oben wieder 1 cm Abstand aufweisen soll.</p> <p><u>Berechnung des Kartonvolumens:</u></p> $V_{\text{Karton}} = 8 \cdot 28^2 \text{ cm}^3 = 6\,272 \text{ cm}^3.$ <p>Die Torte nimmt ein Volumen von 3 717 cm³ ein, das ist ein Anteil von $\frac{3717}{6272} \approx 0,593$.</p> <p>Im Karton befinden sich also gut 40 % Luft.</p> <p>Ersatzlösung mit $V_{\text{Torte}} = 3850 \text{ cm}^3$: $\frac{3850}{6272} \approx 0,614$ – also knapp 39 % Luft.</p>	2		
		2		
			2	
			2	
				4
	Insgesamt 22 BWE	8	10	4

Aufgabe A 4: Tricolore

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
a)	<p>Nach dem zweiten Chip kann man</p> <ul style="list-style-type: none"> entweder zwei verschiedenfarbige Chips gezogen haben und damit noch einen Hauptgewinn (wenn die ersten beiden blau und weiß waren) oder einen Gewinn 3. Klasse erreichen, wenn man einen Chip der noch fehlenden Farbe zieht, oder bei zwei gleichfarbigen Chips noch einen dritten Chip derselben Farbe ziehen und damit in jedem Fall noch einen Gewinn erreichen. 			
		3		
		3		

Lehrermaterialien

	Lösungsskizze	Zuordnung, Bewertung		
		I	II	III
b)	<p>Die Wahrscheinlichkeit, zunächst einen blauen Chip zu ziehen, beträgt $\frac{22}{60}$, die Wahrscheinlichkeit, danach einen weißen Chip zu ziehen, beträgt $\frac{18}{59}$, und die Wahrscheinlichkeit, im dritten Zug einen roten Chip zu ziehen, beträgt $\frac{20}{58}$.</p> <p>Für die gesuchte Wahrscheinlichkeit gilt also $p = \frac{22}{60} \cdot \frac{18}{59} \cdot \frac{20}{58} = 0,03857... \approx 3,9\%$.</p>		1 1 1 3	
c)	<p>Drei verschiedenfarbige Chips kann man auf sechs verschiedene, aber gleich wahrscheinliche Weisen ziehen: BWR, BRW, WBR, WRB, RWB, RBW.</p> <p>Davon ist die erste der Hauptgewinn, es bleiben also fünf weitere Möglichkeiten übrig. Da sie jeweils die gleiche Wahrscheinlichkeit wie der Hauptgewinn haben, gilt $p_{3. Klasse} = 5 \cdot p_{Hauptgewinn}$.</p>		4	2
d)	<p>Der Erwartungswert für die Gewinne beträgt für den Spieler</p> $E = p_{\text{Haupt}} \cdot 5 + p_{2. Klasse} \cdot 3 + p_{3. Klasse} \cdot 2$ $= 0,0386 \cdot 5 + 0,102 \cdot 3 + 5 \cdot 0,0386 \cdot 2$ $\approx 0,89.$ <p>Das ist weniger als der Einsatz (1 €). Die Schule kann also bei diesem Spiel bei einer sinnvoll anzunehmenden Zahl von Spielern (im Bereich mehr als 100) auf einen Gewinn hoffen.</p>		4	2
	Insgesamt 24 BWE	6	14	4

Wertung:

Zensur	1	2	3	4	5	6
Punkte	100 – 90	89 – 75	74 – 60	59 – 45	44 – 22	21 – 0