

Name: _____ Punkte: _____ Note: _____

Alle Ergebnisse müssen nachvollziehbar sein.
Runde Endergebnisse auf 3 gültige Stellen.

- 1.) Ein Flugzeug fliegt mit $350 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ waagrecht zum Boden auf einen Brunnen zu.
 - (a) Wie weit vor dem Brunnen muss es z.B. einen Apfel fallen lassen, wenn es in 300 m Höhe fliegt?
 - (b) Mit welcher Geschwindigkeit und unter welchem Winkel kommt der Apfel unten an? Kannst du ihn fangen?
 - (c) Zeichne die Bahn des Apfels vom Abwurf bis zum Aufschlag. Zeichne den Ort des Apfels und den des Flugzeugs zu vier beliebigen Zeitpunkten in deine Zeichnung ein.

- 2.) Eine Kanone hat eine Mündungsgeschwindigkeit von $800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
 - (a) Wie weit schießt sie mit $\alpha = 10^\circ, 40^\circ, 70^\circ$ und 90° ?
 - (b) Bei welchem Winkel ist die Reichweite maximal?
 - (c) Warum schießen echte Kanonen unter echten Bedingungen ihre Geschosse sehr hoch, damit sie weit kommen?
 - (d) Unter welchem Winkel muss die Kanone schießen, damit das Geschoss eine Höhe von 10 km erreicht?
Wie weit kommt das Geschoss dann?

- 3.) Im Weltall, fernab von aller Materie und allen Planeten kann ein Raumschiff trotzdem beschleunigen bzw. bremsen.
Wie funktioniert solche ein Antrieb? Worauf muss man achten?

- 4.) Wir betrachten das berühmte Hamster-Raumschiff. Es besteht aus einer Kapsel mit 20 kg und hat zusätzlich 2 „Antriebskugeln“ à 2 kg. Der Hamster kann die Kugeln mit $50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ weg stoßen.
 - (a) Welche Geschwindigkeit hat das Raumschiff, nachdem die beiden Kugeln weg gestoßen wurden?
 - (b) Wie lange braucht es bei dieser Geschwindigkeit, um die Strecke Erde-Mond (ca. 400 000 km zurückzulegen)?
 - (c) Erstelle ein t - v -Diagramm unter der Annahme, dass der Hamster alle 10 s eine Kugel weg stoßen kann.

Musterlösung Physik 11. Klasse, KA 3b

1a)

Waagerechter Wurf

Geschwindigkeit des Flugzeugs waagrecht zum Boden = Abwurfgeschwindigkeit des Apfels $v_x = 350$ m/s

Fallhöhe $h = 300$ m

Erdbeschleunigung $g = 9,81$ m/s²

Wir benötigen zuerst die Wurfdauer – die Zeit, die der Apfel braucht um am Boden anzukommen. Der Apfel wird nur von der Erdanziehungskraft in y-Richtung (Richtung Boden) beschleunigt. Für die Fallhöhe gilt also einfach der Zusammenhang $h = \frac{1}{2} g t^2$. Daraus lässt sich die Falldauer errechnen, die auch unserer Wurfdauer entspricht:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 7,82 \text{ s}$$

In dieser Zeit legt der Apfel in x-Richtung (Wurfweite) die Strecke s_x zurück:

$$s_x = v_x t = v_x \sqrt{\frac{2h}{g}} = 2737 \text{ m}$$

Das ist der Abstand vom Brunnen, an dem man den Apfel loslassen muss (wenn man von Reibungseffekten absieht). Dies ist allerdings vom Boden aus betrachtet (x-Achsenabschnitt).

Die Frage ist nicht eindeutig formuliert, es könnte ja auch der Abstand vom Flugzeug zum Brunnen gemeint sein. Dieser lässt sich aber einfach mit Pythagoras berechnen:

$$2737^2 + 300^2 = d^2 \rightarrow d = 2753 \text{ m}$$

b)

Wir sollen die Bahngeschwindigkeit des Apfels bei der Ankunft am Boden berechnen.

Diese setzt sich vektoriell aus den Geschwindigkeitskomponenten in x- und y-Richtung zusammen.

v_x ist bekannt, v_y erhält man aus der Wurfdauer:

$$v_y = g \times t = 9,81 \text{ m/s}^2 \times 7,82 \text{ s} = 76,72 \text{ m/s}$$

Die Bahngeschwindigkeit v_b ergibt sich durch Pythagoras (siehe Zeichnung unter c):

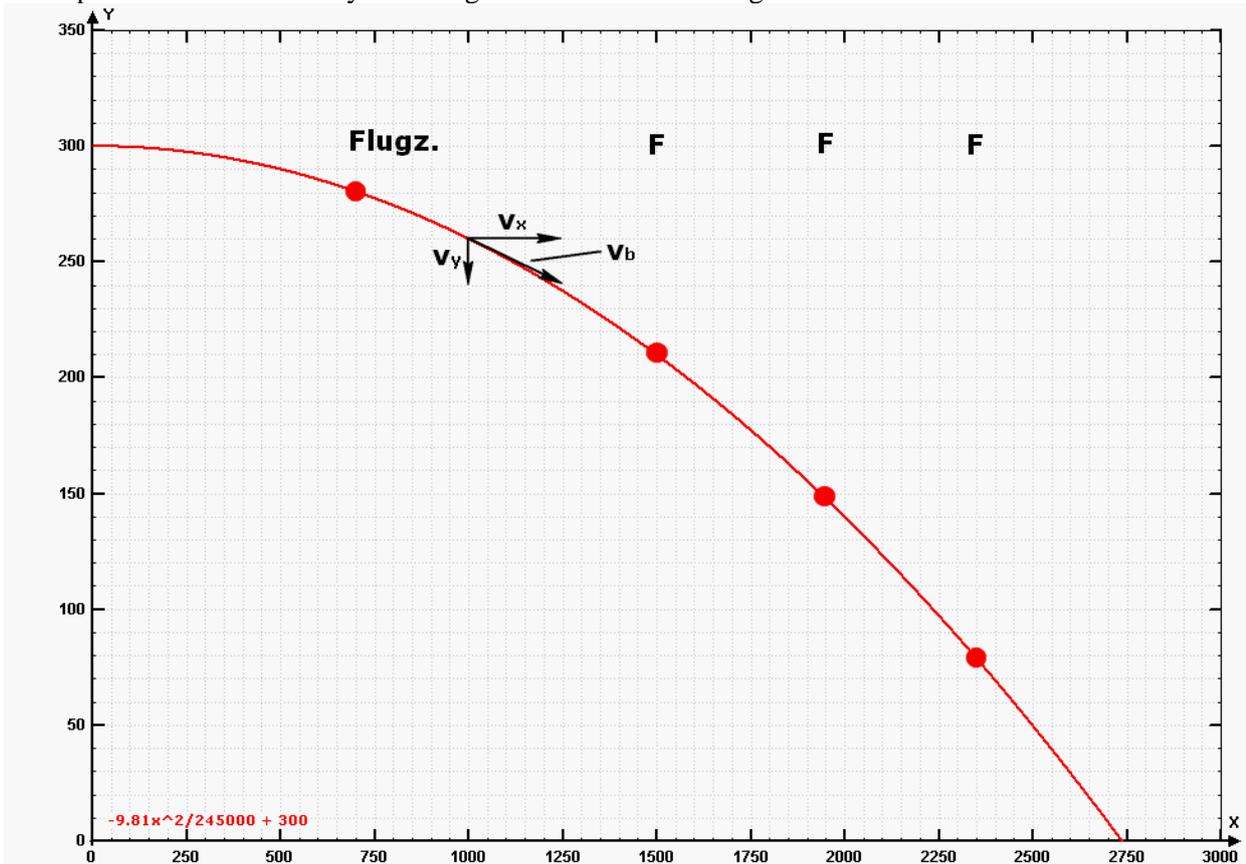
$$v_b^2 = v_x^2 + v_y^2 \rightarrow v_b = 358,31 \text{ m/s}$$

Den Aufprallwinkel erhält man ebenfalls aus den Geschwindigkeitsvektoren bzw. deren Winkel zueinander beim Auftreffen auf dem Boden, durch einfache Trigonometrie, z.B.:

$$\sin \alpha = v_y / v_b \rightarrow \alpha = 12,36^\circ$$

c)

Die Geschwindigkeit des Flugzeugs (F) ändert sich in x-Richtung nicht. Gleiches gilt für den Apfel (roter Punkt) nach dem Abwurf. Also legen beide in der selben Zeit die selbe Strecke in x-Richtung zurück. Der Apfel wird zusätzlich in y-Richtung nach unten beschleunigt:



2a)

Schiefer Wurf

Abschussgeschwindigkeit v_0 : 800 m/s

Abschusswinkel α : 10 °, 40 °, 70 °, 90 °

Für die Schussweite W gilt:

$$W = (v_0^2 \sin 2\alpha) / g$$

Mit den 4 Winkeln ergibt das: **22313 m, 64248 m, 41935 m, 0 m**

b)

Der Funktionswert des Sinus kann maximal 1 ergeben (bei 90 °). Bei obiger Formel ist dies der Fall, wenn $\alpha = 45^\circ$ ist. Also ist das der Abschusswinkel, mit dem man die maximale Weite erreicht, wenn sich sonst nichts ändert.

c)

Die Schusshöhe H ist gegeben durch:

$$H = (v_0^2 \sin^2 \alpha) / 2g$$

Um die optimale Weite zu erreichen, ist ein Abschusswinkel von 45 ° erforderlich. Damit die Schussweite möglichst groß ist, bleibt dann nur noch die Abschussgeschwindigkeit hoch zu wählen. Aus der Gleichung oben ergibt sich aber dadurch automatisch eine große Schusshöhe.

Außerdem verringert sich unter realen Bedingungen die Geschwindigkeit (also auch die in x-Richtung) während des Flugs durch Reibung, weshalb eine hohe Abschussgeschwindigkeit (und damit auch Höhe) um so wichtiger ist, um weit zu kommen.

d)

Schusshöhe $H = 10000 \text{ m}$

Abschussgeschwindigkeit: $v_0 = 800 \text{ m/s}$

Den Abschusswinkel erhält man aus der Beziehung:

$$H = (v_0^2 \sin^2 \alpha) / 2g \rightarrow$$

$$H \times 2g / v_0^2 = \sin^2 \alpha \rightarrow \alpha = 33,6^\circ$$

Mit dem Winkel lässt sich dann die Schussweite errechnen:

$$W = (v_0^2 \sin 2\alpha) / g = 60142 \text{ m}$$

3)

Der Antrieb eines Raumschiffs beruht auf dem Gesetz der Impulserhaltung.

Wenn z.B. heiße Verbrennungsgase mit einem Impuls $p = mv$ in eine Richtung ausgestoßen werden, so muss das Schiff einen entsprechenden Impuls und damit eine Beschleunigung (oder Verzögerung) in die entgegengesetzte Richtung erhalten.

Man muss die Menge, Geschwindigkeit und Richtung der ausgestoßenen Materie beachten um richtig zu navigieren. Liegt z.B. der Impuls des Schwerpunkts der ausgestoßenen Gasmasse und der Schwerpunkt des Schiffs nicht auf einer Gerade, so erhält das Raumschiff auch eine Drehimpuls.

4a)

Impulserhaltung

Masse Raumschiff $m_R = 20 \text{ kg}$

Masse Kugeln insgesamt $m_K = 4 \text{ kg}$

Geschwindigkeit Kugeln nach Abstoß $v_K = 50 \text{ m/s}$

Impuls der abgestoßenen Kugeln insgesamt:

$$p_K = m_K \times v_K = 4 \text{ kg} \times 50 \text{ m/s} = 200 \text{ kgm/s}$$

Der Impuls p_R , den das Raumschiff dadurch erhält, ist dann vom Betrag her gleich groß, allerdings in die entgegengesetzte Richtung im Vergleich zu den Kugeln:

$$p_R = m_R \times v_R = 200 \text{ kgm/s} \rightarrow v_R = p_R / m_R = 10 \text{ m/s}$$

b)

Entfernung zum Mond $s = 4 \times 10^8 \text{ m}$

Bei dieser Geschwindigkeit braucht man bis zum Mond:

$$t = s / v_R = 4 \times 10^7 \text{ s} = 462,96 \text{ d}$$

c)

Geschwindigkeit des Raumschiffs als Funktion der Zeit, unter der Annahme, dass der Hamster die Kugeln im Abstand von 10 s abstößt. Während des Abstoßens beschleunigt das Schiff. Danach bleibt die Geschwindigkeit konstant:

