

Aufgabe 1: Gesucht ist eine reelle Zahl, für welche die Summe aus deren Quadrat und deren Kehrwert minimal wird.

Aufgabe 2: Einer Halbkugel mit Radius $r=8\text{cm}$ ist ein gerader Kreiskegel mit größtmöglichem Volumen so einzubeschreiben, dass die Kegelspitze mit dem Kugelmittelpunkt zusammenfällt. Welche Abmessungen hat der Kegel?

Aufgabe 3: Ein Draht der Länge 40cm wird zu einem Rechteck gebogen. Dieses soll dann um eine der Seiten rotieren. Bei welchen Abmessungen hat der entstehende Zylinder größtes Volumen?

Lösungen:

Aufgabe 1: x sei reelle Zahl y sei die Zahl die minimal werden soll

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 1/x = f(x) \\ f'(x) &= 2x + 1/x^2 \\ f'(x) = 0 &\Rightarrow 0 = 2x + 1/x^2 \Rightarrow x = \sqrt[3]{-0,5} \\ y &= -1/4^{(1/3)} \end{aligned}$$

Aufgabe2: Es gilt: $r^2 = h^2 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{36 - h^2}$

$$\begin{aligned} \text{Definitionsbereich:} \quad & 0 < x < r \\ & 0 < x < 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{kegel}} &= \frac{1}{3} \pi x^2 \cdot h \\ &= 12 \pi h - \frac{1}{3} \pi h^3 = f(h) \\ f'(h) &= -\pi h^2 + 12 \pi = 0 \\ h &= \pm 2 \sqrt{3} \end{aligned}$$

auf Grund phys. Gegebenheiten nur $2\sqrt{3}$ möglich. Ist Hochpunkt wegen Polynom 3. Grades

$$x = \sqrt{36 - h^2} = 2\sqrt{6}$$

$$V_{\text{kegel}} = \frac{1}{3} \pi \sqrt{24^2} \cdot 2\sqrt{3} = 16 \pi \sqrt{3} = 87,0624\text{cm}^2$$

Ist sicher größtes Volumen da linker Rand $f(0) = 0$ und je weiter nach rechts von h desto kleiner wird V (Polynom 3. Grades mit neg. Vorzeichen)

Aufgabe 3: x
 Rotation um $y \Rightarrow y = r$

$$\begin{aligned} U &= 2x + 2y \\ 10 &= x + y & y &= 10 - x \\ & & x &= 10 - y \end{aligned}$$

$$V_{\text{zylinder}} = \pi y^2 \cdot x$$

$$\begin{aligned} &= \pi y^2 * (10 - y) = f(y) \\ f'(x) &= 20y\pi - 3\pi y^2 = 0 \\ y &= 20/3 \\ x &= 10/3 \end{aligned}$$

$$V_{\text{Zylinder}} = 465,42\text{cm}^3$$

Muss Maximum innerhalb des Definitionsbereichs ($0 < y < 20$) sein, da die Kurve von oben kommt und nach unten geht, und linker Rand 0 \Rightarrow je weiter nach rechts von Hochpunkt, desto kleiner V.

Lösung von Sven Reichel www.svenner27.de.vu