

Mathematik-Klassenarbeit Nr. 6 / Kl. 8a

Hinweis: Achte bitte auf saubere und korrekte Darstellung. Der Lösungsweg muß erkennbar sein. Endergebnisse sind soweit wie möglich gekürzt und ausmultipliziert anzugeben.

Aufgabe 1

Berechne den Bruchterm $\frac{3x+5z}{x^2-2y^2}$ für folgende Belegung: $x=5$; $y=-3$; $z=-1$

Aufgabe 2

a) Gib einen Bruchterm mit der Variablen x an, der für alle $x \in \mathbb{Q}$ definiert ist.

b) Gib einen Bruchterm mit den Variablen a und b an, der nicht definiert ist, wenn man für a die Gegenzahl von b einsetzt.

Aufgabe 3

Kürze die folgenden Bruchterme soweit wie möglich. Gib die Definitionsmenge so an, dass ungekürzter und gekürzter Bruchterm äquivalent sind.

a) $\frac{6z-3}{7-14z}$

b) $\frac{1-4b^2}{3+6b}$

c) $\frac{9x^2+6x+1}{18x^2-2}$

Aufgabe 4

Ermittle den fehlenden Zähler bzw. Nenner.

a) $\frac{x+2}{x-2} = \frac{x^2+4x+4}{\quad}$

b) $\frac{3x+2}{x+3} = \frac{\quad}{9-x^2}$

Aufgabe 5

Vereinfache soweit wie möglich.

a) $\frac{x^2+2a^2}{x+3a} - \frac{4x^2-2a^2}{x+3a} + \frac{8x^2-49a^2}{x+3a}$

b) $1-x + \frac{1}{x^2}$

c) $\frac{x}{2x-3} + \frac{7}{5x}$

d) $\frac{1}{4y^2-16} - \frac{y}{6y+12}$

e) $\frac{z}{2-3z} - \frac{2-3z}{3z-2}$

f) $\frac{2x}{xy-y^2} - \frac{2y}{x^2-xy} + \frac{x+y}{2xy}$

Mathematik-Klassenarbeit Nr. 6 / Kl. 8a - Lösungen

Aufgabe 1

$$x = 5$$

$$y = -3$$

$$z = -1$$

$$\frac{3x+5z}{x^2-2y^2} = \frac{15-5}{25-18} = \frac{10}{7} = 1\frac{3}{7}$$

Aufgabe 2

a) der Bruchterm: $(x+5)/(x^2+5)$ ist für alle $X \in \mathbb{Q}$ definiert

b) $\frac{1}{-a-b}$, denn $\frac{1}{-(-b)-b} = \frac{1}{b-b} = \frac{1}{0}$

Aufgabe 3:

a)

$$\begin{aligned} & \frac{6z-3}{7-14z} \quad D = \mathbb{Q} \neq \frac{1}{2} \\ &= \frac{-3(1-2z)}{7(1-2z)} \\ &= -\frac{3}{7} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & \frac{1-4b^2}{3+6b} \quad D = \mathbb{Q} \neq -\frac{1}{2} \\ &= \frac{(1-2b)(1+2b)}{3(1+2b)} \\ &= \frac{1-2b}{3} \end{aligned}$$

c)

$$\frac{3x+1}{2(3x-1)} \quad D = \mathbb{Q} \neq \frac{1}{3}$$

Aufgabe 4:

a)

$$\begin{aligned} & \frac{x+2}{x-2} \\ &= \frac{(x+2)(x+2)}{(x-2)(x+2)} \\ &= \frac{x^2+4x+4}{x^2-4} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & \frac{3x+2}{x+3} \\ &= \frac{(3x+2)(3-x)}{(x+3)(3-x)} \\ &= \frac{9x+6-3x^2-2x}{9-x^2} \\ &= \frac{-3x^2+7x+6}{9-x^2} \end{aligned}$$

Aufgabe 5:

a)

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 + 2a^2}{x + 3a} - \frac{4x^2 - 2a^2}{x + 3a} + \frac{8x^2 - 49a^2}{x + 3a} \\ &= \frac{x^2 + 2a^2 - (4x^2 - 2a^2) + 8x^2 - 49a^2}{x + 3a} \\ &= \frac{x^2 + 2a^2 - 4x^2 + 2a^2 + 8x^2 - 49a^2}{x + 3a} \\ &= \frac{5x^2 - 45a^2}{x + 3a} \\ &= \frac{5(x^2 - 9a^2)}{x + 3a} \\ &= \frac{5(x - 3a)(x + 3a)}{x + 3a} \\ &= 5(x - 3a) = 5x - 15a \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} & \frac{x}{2x - 3} + \frac{7}{5x} \\ &= \frac{x \cdot 5x + 7(2x - 3)}{5x(2x - 3)} \\ &= \frac{5x^2 + 14x - 21}{10x^2 - 15x} \end{aligned}$$

e)

$$\begin{aligned} & \frac{z}{2 - 3z} - \frac{2 - 3z}{3z - 2} \\ &= \frac{-z}{3z - 2} - \frac{2 - 3z}{3z - 2} \\ &= \frac{-z - (2 - 3z)}{3z - 2} \\ &= \frac{-z - 2 + 3z}{3z - 2} \\ &= \frac{2z - 2}{3z - 2} \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} & 1 - x + \frac{1}{x^2} \\ &= \frac{x^2 - x^3 + 1}{x^2} \end{aligned}$$

d)

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4y^2 - 16} - \frac{y}{6y + 12} \\ &= \frac{1}{4(y^2 - 4)} - \frac{y}{6(y + 2)} \\ &= \frac{1}{4(y - 2)(y + 2)} - \frac{y}{6(y + 2)} \\ &= \frac{3 - y \cdot 2(y - 2)}{12(y - 2)(y + 2)} \\ &= \frac{3 - 2y^2 + 4y}{12(y^2 - 4)} \\ &= \frac{-2y^2 + 4y + 3}{12y^2 - 48} \end{aligned}$$

f)

$$\begin{aligned} & \frac{2x}{xy - y^2} - \frac{2y}{x^2 - xy} + \frac{x + y}{2xy} \\ &= \frac{2x}{y(x - y)} - \frac{2y}{x(x - y)} + \frac{x + y}{2xy} \\ &= \frac{2x \cdot 2x - 2y \cdot 2y + (x + y)(x - y)}{2xy(x - y)} \\ &= \frac{4x^2 - 4y^2 + x^2 - y^2}{2x^2y - 2xy^2} \\ &= \frac{5x^2 - 5y^2}{2x^2y - 2xy^2} \\ &= \frac{5(x - y)(x + y)}{2xy(x - y)} = \frac{5(x + y)}{2xy} \end{aligned}$$