

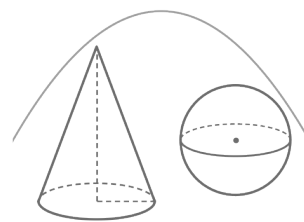
Mathematik Klasse 10

Thema: Übung zur Zentralen Prüfung 10 – Teil 1 und Teil 2

Name: _____ Datum: _____

Punkte: _____ / 40 Note: _____

Unterschrift: _____



Viel Erfolg!

Teil 1 ohne Taschenrechner und Formelsammlung (12 Punkte)

1 Vereinfache so weit wie möglich.

a) $x^5 \cdot x^{-2} =$ _____

c) $\sqrt{48} =$ _____

b) $(2a^2)^3 =$ _____

d) $3 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} =$ _____

____ / 2

2 Bestimme die Lösungsmenge.

a) $x^2 - 5x = 0$

b) $2x^2 - 18 = 0$

c) $x^2 + 2x - 8 = 0$

____ / 3

3 Exponentielles Wachstum und exponentielle Abnahme

a) Ein Bestand von 500 Tieren wächst jährlich um 4 %. Kreuze den passenden Term an (x in Jahren).

☐ $f(x) = 500 \cdot 1,04^x$

☐ $f(x) = 500 \cdot 0,96^x$

☐ $f(x) = 500 + 4x$

☐ $f(x) = 500 \cdot 1,4^x$

b) Ein Wirkstoff im Blut halbiert sich alle 3 Stunden. Anfangs sind es 800 mg. Gib an, wie viel davon nach 9 Stunden noch vorhanden ist.

____ / 2

4 Gib den exakten Wert an.

a) $\sin(30^\circ) =$ _____

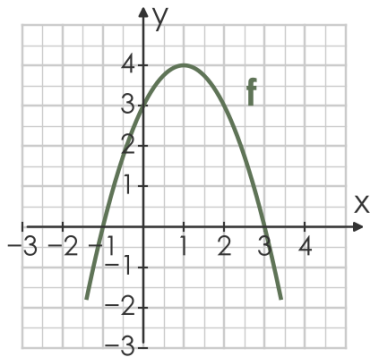
c) $\tan(45^\circ) =$ _____

b) $\cos(0^\circ) =$ _____

d) $\cos(90^\circ) =$ _____

____ / 2

5 Die Abbildung zeigt den Graphen einer quadratischen Funktion f .



a) Gib den Scheitelpunkt S an.

b) Gib die Funktionsgleichung von f in Scheitelpunktform an.

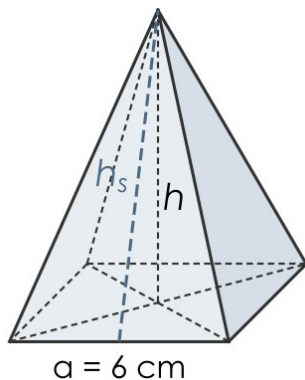
c) Gib die Nullstellen von f an.

___ / 3

Teil 2 mit Taschenrechner und Formelsammlung (28 Punkte)

6 Briefbeschwerer

Ein Briefbeschwerer aus Glas hat die Form einer quadratischen Pyramide mit $a = 6$ cm und $h = 8$ cm.



a) Berechne das Volumen der Pyramide.

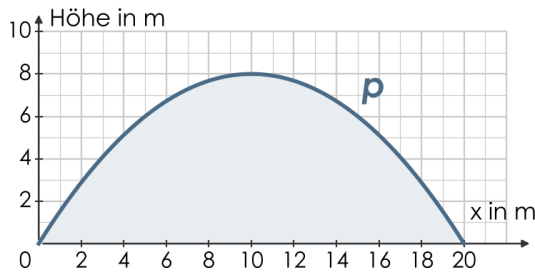
b) Berechne die Höhe h_s einer Seitenfläche und die Oberfläche der Pyramide.

c) Ein zweiter Briefbeschwerer soll eine Kugel mit demselben Volumen sein. Berechne ihren Radius.

___ / 6

7 Brückenbogen

Der Bogen einer Fußgängerbrücke wird durch $p(x) = -0,08x^2 + 1,6x$ beschrieben (x und $p(x)$ in Metern, $x = 0$ am linken Fußpunkt).



- a) Zeige rechnerisch, dass der Bogen am Boden 20 m breit ist.

- b) Berechne die größte Höhe des Bogens.

- c) Unter dem Bogen soll ein 4 m breiter und 6 m hoher Wartungswagen genau mittig hindurchfahren. Prüfe, ob das möglich ist.

- d) Ein zweiter Bogen q ist ebenfalls 20 m breit, aber 10 m hoch. Bestimme a in $q(x) = a \cdot x \cdot (x - 20)$ und gib $q(x)$ ohne Klammern an.

___ / 7

8 Wachstum auf dem Teich

Auf einem Teich bedecken Wasserlinsen zu Beobachtungsbeginn $2,5 \text{ m}^2$. Die bedeckte Fläche wächst täglich um 12 %. Der Teich ist 60 m^2 groß.

- a) Gib eine Funktionsgleichung für die bedeckte Fläche $f(t)$ nach t Tagen an.

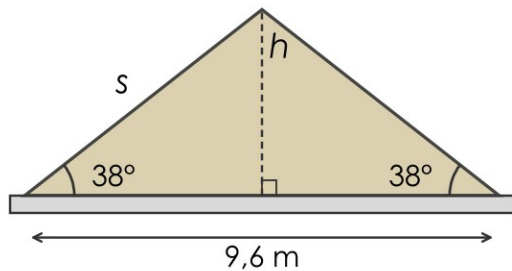
- b) Berechne die bedeckte Fläche nach 10 Tagen.

- c) Bestimme, nach wie vielen ganzen Tagen der Teich zum ersten Mal vollständig bedeckt ist, wenn das Wachstum so weitergeht.

___ / 4

9 Satteldach

Ein 9,6 m breites Haus hat ein symmetrisches Satteldach mit 38° Neigung.



a) Berechne die Sparrenlänge s .

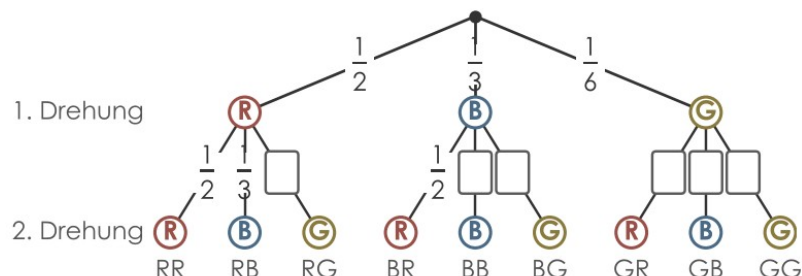
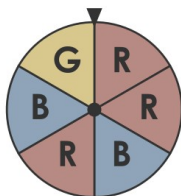
b) Berechne die Dachhöhe h .

c) Berechne die Breite des Bereichs, in dem das Dach mindestens 1,90 m hoch ist.

___ / 5

10 Glücksrad beim Schulfest

Ein Spiel kostet 1 €, das Rad wird zweimal gedreht. Auszahlung: GG (zweimal Gelb) 10 €, RR oder BB je 2 €, sonst nichts.



a) Ergänze die leeren Felder im Baumdiagramm.

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zweimal dieselbe Farbe.

c) Berechne den zu erwartenden Gewinn bei 360 Spielen.

d) Ändere die Auszahlung so, dass Gewinn zu erwarten ist. Begründe.

___ / 6

Lösung: Übung zur Zentralen Prüfung 10 (ZP10): Mathematik Teil 1 und Teil 2

Insgesamt sind 40 Punkte erreichbar, halbe Punkte sind möglich.

Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
40–36 P.	35,5–32 P.	31,5–26 P.	25,5–20 P.	19,5–12 P.	11,5–0 P.

Teil 1 ohne Taschenrechner und Formelsammlung (12 Punkte)

1 Vereinfache so weit wie möglich.

a) $x^5 \cdot x^{-2} = \underline{x^3}$

c) $\sqrt{48} = \underline{4 \cdot \sqrt{3}}$

b) $(2a^2)^3 = \underline{8a^6}$

d) $3 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-2} = \underline{6 \cdot 10^3 = 6000}$

2 / 2

2 Bestimme die Lösungsmenge.

a) $x^2 - 5x = 0$

b) $2x^2 - 18 = 0$

c) $x^2 + 2x - 8 = 0$

$\underline{x \cdot (x - 5) = 0}$

$\underline{x^2 = 9}$

$\underline{(x + 4)(x - 2) = 0}$

$\underline{L = \{0; 5\}}$

$\underline{L = \{-3; 3\}}$

$\underline{L = \{-4; 2\}}$

3 / 3

3 Exponentielles Wachstum und exponentielle Abnahme

a) Ein Bestand von 500 Tieren wächst jährlich um 4 %. Kreuze den passenden Term an (x in Jahren).

☒ $f(x) = 500 \cdot 1,04^x$

☐ $f(x) = 500 \cdot 0,96^x$

☐ $f(x) = 500 + 4x$

☐ $f(x) = 500 \cdot 1,4^x$

b) Ein Wirkstoff im Blut halbiert sich alle 3 Stunden. Anfangs sind es 800 mg. Gib an, wie viel davon nach 9 Stunden noch vorhanden ist.

$\underline{800 \rightarrow 400 \rightarrow 200 \rightarrow 100}$

$\underline{\text{Nach 9 h sind noch 100 mg da.}}$

2 / 2

4 Gib den exakten Wert an.

a) $\sin(30^\circ) = \underline{0,5}$

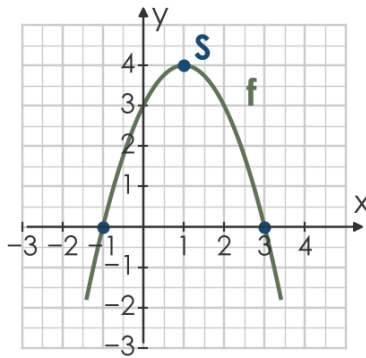
c) $\tan(45^\circ) = \underline{1}$

b) $\cos(0^\circ) = \underline{1}$

d) $\cos(90^\circ) = \underline{0}$

2 / 2

5 Die Abbildung zeigt den Graphen einer quadratischen Funktion f.



a) Gib den Scheitelpunkt S an.

$$S(1 \mid 4)$$

b) Gib die Funktionsgleichung von f in Scheitelpunktform an.

$$f(x) = -(x - 1)^2 + 4$$

c) Gib die Nullstellen von f an.

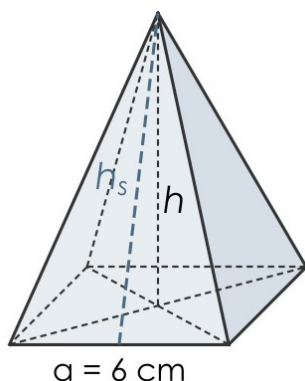
$$x_1 = -1; x_2 = 3$$

3 / 3

Teil 2 mit Taschenrechner und Formelsammlung (28 Punkte)

6 Briefbeschwerer

Ein Briefbeschwerer aus Glas hat die Form einer quadratischen Pyramide mit $a = 6 \text{ cm}$ und $h = 8 \text{ cm}$.



a) Berechne das Volumen der Pyramide.

$$V = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 8 \text{ cm}^3 = 96 \text{ cm}^3$$

b) Berechne die Höhe h_s einer Seitenfläche und die Oberfläche der Pyramide.

$$h_s = \sqrt{8^2 + 3^2} = \sqrt{73} \approx 8,54 \text{ cm}$$

$$M = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8,54 \text{ cm}^2 \approx 102,5 \text{ cm}^2$$

$$O = 36 \text{ cm}^2 + 102,5 \text{ cm}^2 \approx 138,5 \text{ cm}^2$$

c) Ein zweiter Briefbeschwerer soll eine Kugel mit demselben Volumen sein. Berechne ihren Radius.

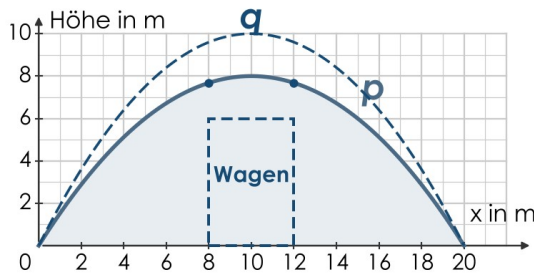
$$\frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 = 96 \Rightarrow r^3 = \frac{72}{\pi} \approx 22,92$$

$$r = \sqrt[3]{22,92} \approx 2,84 \text{ cm}$$

6 / 6

7 Brückenbogen

Der Bogen einer Fußgängerbrücke wird durch $p(x) = -0,08x^2 + 1,6x$ beschrieben (x und $p(x)$ in Metern, $x = 0$ am linken Fußpunkt).



- a) Zeige rechnerisch, dass der Bogen am Boden 20 m breit ist.

$$x \cdot (-0,08x + 1,6) = 0$$

$$x = 0 \text{ oder } x = 20, \text{ also } 20 \text{ m}$$

- b) Berechne die größte Höhe des Bogens.

$$p(10) = -8 + 16 = 8 \text{ (m)}$$

- c) Unter dem Bogen soll ein 4 m breiter und 6 m hoher Wartungswagen genau mittig hindurchfahren. Prüfe, ob das möglich ist.

$$\text{Kanten bei } x = 8 \text{ und } x = 12: p(8) = p(12) = 7,68$$

$$7,68 \text{ m} > 6 \text{ m}, \text{ also passt der Wagen hindurch.}$$

- d) Ein zweiter Bogen q ist ebenfalls 20 m breit, aber 10 m hoch. Bestimme a in $q(x) = a \cdot x \cdot (x - 20)$ und gib $q(x)$ ohne Klammern an.

$$q(10) = a \cdot 10 \cdot (-10) = -100a = 10 \Rightarrow a = -0,1$$

$$q(x) = -0,1x \cdot (x - 20) = -0,1x^2 + 2x$$

7 / 7

8 Wachstum auf dem Teich

Auf einem Teich bedecken Wasserlinsen zu Beobachtungsbeginn $2,5 \text{ m}^2$. Die bedeckte Fläche wächst täglich um 12 %. Der Teich ist 60 m^2 groß.

- a) Gib eine Funktionsgleichung für die bedeckte Fläche $f(t)$ nach t Tagen an.

$$f(t) = 2,5 \cdot 1,12^t$$

- b) Berechne die bedeckte Fläche nach 10 Tagen.

$$f(10) = 2,5 \cdot 1,12^{10} \approx 7,76 \text{ m}^2$$

- c) Bestimme, nach wie vielen ganzen Tagen der Teich zum ersten Mal vollständig bedeckt ist, wenn das Wachstum so weitergeht.

$$2,5 \cdot 1,12^t = 60 \Rightarrow 1,12^t = 24 \Rightarrow t \approx 28,04$$

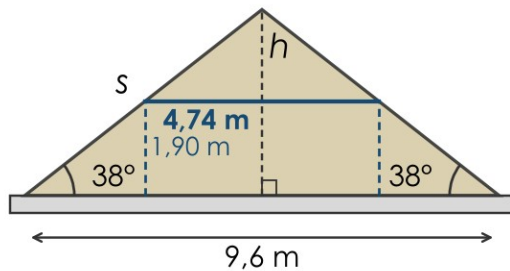
$$\text{Kontrolle: } f(28) \approx 59,7 \text{ m}^2 < 60 \text{ m}^2; f(29) \approx 66,9 \text{ m}^2$$

Nach 29 Tagen ist der Teich erstmals ganz bedeckt.

4 / 4

9 Satteldach

Ein 9,6 m breites Haus hat ein symmetrisches Satteldach mit 38° Neigung.



a) Berechne die Sparrenlänge s.

$$\cos(38^\circ) = \frac{4,8}{s}$$

$$s = \frac{4,8}{\cos(38^\circ)} \approx 6,09 \text{ m}$$

b) Berechne die Dachhöhe h.

$$h = 4,8 \cdot \tan(38^\circ) \approx 3,75 \text{ m}$$

c) Berechne die Breite des Bereichs, in dem das Dach mindestens 1,90 m hoch ist.

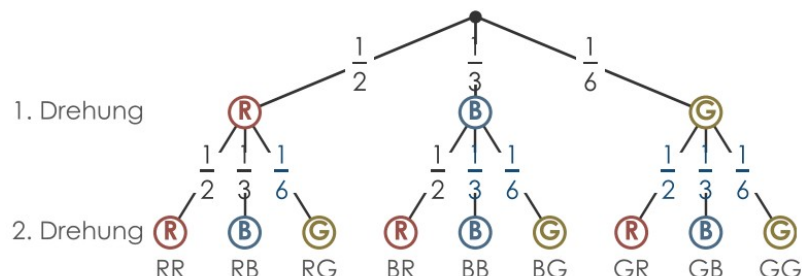
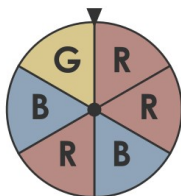
$$x = \frac{1,90}{\tan(38^\circ)} \approx 2,43 \text{ m Abstand von jeder Außenwand}$$

$$\text{Breite: } 9,6 \text{ m} - 2 \cdot 2,43 \text{ m} \approx 4,74 \text{ m}$$

5 / 5

10 Glücksrad beim Schulfest

Ein Spiel kostet 1 €, das Rad wird zweimal gedreht. Auszahlung: GG (zweimal Gelb) 10 €, RR oder BB je 2 €, sonst nichts.



a) Ergänze die leeren Felder im Baumdiagramm. siehe Baumdiagramm

b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zweimal dieselbe Farbe.

$$P = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{36} = \frac{14}{36} = \frac{7}{18}$$

c) Berechne den zu erwartenden Gewinn bei 360 Spielen.

$$\text{GG: } 10\text{-mal} \cdot 10 \text{ €} = 100 \text{ €}$$

$$\text{RR/BB: } 130\text{-mal} \cdot 2 \text{ €} = 260 \text{ €}$$

$$360 \text{ €} - 360 \text{ €} = 0 \text{ € Gewinn}$$

d) Ändere die Auszahlung so, dass Gewinn zu erwarten ist. Begründe.

$$\text{z. B. RR/BB nur } 1,50 \text{ €: } 295 \text{ €}$$

$$\text{Auszahlung, Gewinn etwa } 65 \text{ €}$$

6 / 6