

Mathematik Klasse 10

Thema: Übung zur Prüfung zum Mittleren Schulabschluss (MSA) – Basisteil und komplexe Aufgaben

Punkte	___ / 50
Note	

Name: _____ Datum: _____

Unterschrift: _____

Viel Erfolg!

Teil 1: Basisteil (ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung)

1 Sind die Aussagen richtig oder falsch? Kreuze an.

Aussage	richtig	falsch
$(-3)^2 = -9$	☐	☐
$\sqrt{0,09} = 0,3$	☐	☐
$5^{-2} = 1/25$	☐	☐
$(a + b)^2 = a^2 + b^2$	☐	☐
$4,5 \cdot 10^{-3} = 0,0045$	☐	☐
2^{10} ist größer als 1000.	☐	☐

___ / 3

2 Löse die Gleichungen.

a) $5 \cdot (x - 1) = 2x + 13$

b) $x^2 - 6x + 8 = 0$

___ / 3

3 Ergänze.

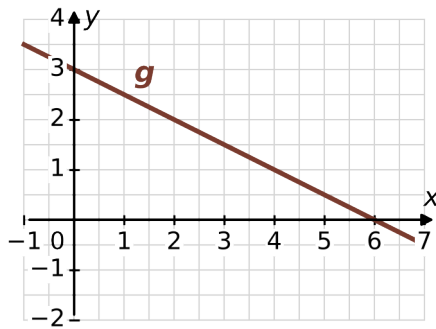
a) 15 % von 240 € sind _____ €.

b) Ein Preis steigt von 80 € auf 92 €. Er steigt um _____ %.

c) Nach einer Preissenkung um 20 % kostet eine Jacke 48 €. Vorher kostete sie _____ €.

___ / 3

4 Die Gerade g ist im Koordinatensystem dargestellt.



a) Gib die Funktionsgleichung von g an.

$y =$ _____

b) Berechne die Nullstelle von g .

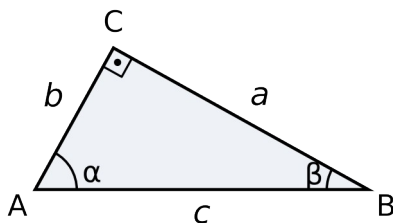
$x =$ _____

c) Die Gerade h ist parallel zu g und geht durch den Ursprung. Gib ihre Gleichung an.

$y =$ _____

___ / 3

5 Im Dreieck ABC ist der Winkel bei C ein rechter Winkel.



a) Welche Aussagen sind richtig? Kreuze alle passenden an.

☐ $\sin \alpha = a/c$

☐ $\tan \alpha = a/b$

☐ $\cos \alpha = a/c$

☐ $\sin \beta = a/c$

b) Es gilt $c = 15$ cm und $a = 9$ cm. Berechne die Länge der Seite b .

___ / 3

6 Eine quaderförmige Schachtel ist 6 cm lang, 5 cm breit und 2 cm hoch.

a) Berechne das Volumen. $V =$ _____ cm^3

b) Berechne den Oberflächeninhalt. $O =$ _____ cm^2

c) Wie viele dieser Schachteln passen höchstens in einen quaderförmigen Karton, der 30 cm lang, 20 cm breit und 10 cm hoch ist? Alle Schachteln liegen gleich ausgerichtet.

___ / 3

- 7 Ergänze in jeder Zeile den fehlenden Wert. Gib an, ob das Wachstum linear oder exponentiell ist.

x	0	1	2	3	4	Wachstum
A	2	6	18	54		
B	5	8	11	14		
C	80	40	20	10		

___ / 3

- 8 Ein Fußballverein hat in den 20 Spielen einer Saison so viele Tore geschossen:

Tore im Spiel	0	1	2	3	4
Anzahl der Spiele	3	5	6	4	2

a) Modalwert: _____ b) Median: _____ c) Mittelwert: _____

Nebenrechnung:

___ / 3

- 9 Ein fairer Spielwürfel wird zweimal nacheinander geworfen. Gib die Wahrscheinlichkeiten als Bruch an.

a) zweimal eine 6 b) Augensumme 11 c) mindestens eine 6
 P = _____ P = _____ P = _____

Nebenrechnung:

___ / 3

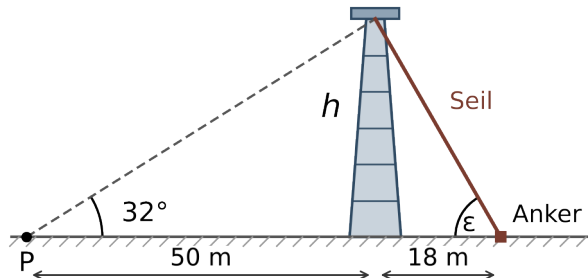
Teil 2: Komplexe Aufgaben (Taschenrechner und Formelsammlung sind erlaubt)

- 10 Ein Aussichtsturm steht senkrecht auf ebenem Boden. Vom Punkt P aus, 50 m vom Fuß des Turms entfernt, sieht man die Turmspitze unter einem Winkel von 32° gegenüber dem Boden. Ein Halteseil führt von der Spitze zu einem Anker, der 18 m vom Fuß des Turms entfernt ist.

a) Berechne die Höhe h .

b) Berechne die Seillänge s .

c) Berechne den Winkel ε .



___ / 5

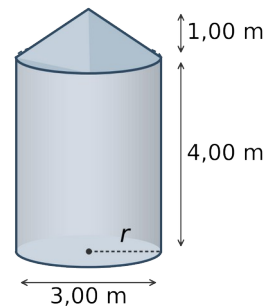
- 11 Ein Wasserspeicher besteht aus einem Zylinder mit einem kegelförmigen Dach (Maße siehe Skizze).

a) Wie viele Liter Wasser fasst der zylinderförmige Teil höchstens?

b) Das Kegeldach wird gestrichen. Berechne den Inhalt der Dachfläche (Mantelfläche des Kegels).

c) Der Speicher ist zu 70 % gefüllt. Wie hoch steht das Wasser im Zylinder? _____ m

d) Das Dach wird zweimal gestrichen. Ein Liter Farbe reicht für 4 m^2 . Wie viele 1-Liter-Dosen muss man kaufen?



___ / 5

- 12 Nach der Einnahme einer Tablette sind 400 mg eines Wirkstoffs im Blut. Der Körper baut jede Stunde 15 % der jeweils vorhandenen Menge ab.

a) Ergänze die Tabelle.

Zeit in h	0	1	2	3
Menge in mg	400			

b) Gib eine Funktionsgleichung an (t in Stunden).

f(t) = _____

c) Lea sagt: „Nach 6 Stunden sind $6 \cdot 15 \% = 90 \%$ des Wirkstoffs abgebaut.“ Hat Lea recht? Begründe mit einer Rechnung.

d) Nach welcher Zeit ist nur noch die Hälfte im Blut?

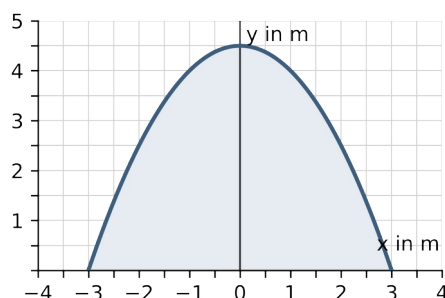
e) Nach wie vielen vollen Stunden sind es weniger als 100 mg?

___ / 7

- 13 Die Einfahrt einer Lagerhalle hat die Form eines Parabelbogens mit $f(x) = -0,5x^2 + 4,5$ (x und y in Metern; der Boden liegt auf der x-Achse).

a) Höhe der Einfahrt: _____ m

b) Berechne die Breite am Boden.



c) Ein Lieferwagen (2,40 m breit, 3,60 m hoch) fährt genau mittig durch die Einfahrt. Passt er hindurch? Begründe rechnerisch.

d) Eine zweite Einfahrt ist am Boden 8 m breit und 4 m hoch (Scheitelpunkt auf der y-Achse). Bestimme ihre Gleichung.

___ / 6

Lösung: Mathematik Klasse 10

Insgesamt sind 50 Punkte erreichbar, halbe Punkte sind möglich.

Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
50–45 P.	44,5–40 P.	39,5–32,5 P.	32–25 P.	24,5–15 P.	14,5–0 P.

Teil 1: Basisteil (ohne Taschenrechner und ohne Formelsammlung)

1 Sind die Aussagen richtig oder falsch? Kreuze an.

Aussage	richtig	falsch
$(-3)^2 = -9$	☐	☒
$\sqrt{0,09} = 0,3$	☒	☐
$5^{-2} = 1/25$	☒	☐
$(a + b)^2 = a^2 + b^2$	☐	☒
$4,5 \cdot 10^{-3} = 0,0045$	☒	☐
2^{10} ist größer als 1000.	☒	☐

$(-3)^2 = 9$; $0,3^2 = 0,09$; $5^{-2} = 1/5^2 = 1/25$; $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$; $2^{10} = 1024$

3 / 3

2 Löse die Gleichungen.

a) $5 \cdot (x - 1) = 2x + 13$

$5x - 5 = 2x + 13 \rightarrow 3x = 18$

$x = 6$

b) $x^2 - 6x + 8 = 0$

$x = 3 \pm \sqrt{(9 - 8)} = 3 \pm 1$

$x = 2$ oder $x = 4$

3 / 3

3 Ergänze.

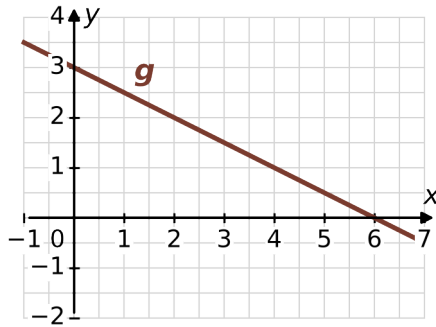
a) 15 % von 240 € sind 36 €.

b) Ein Preis steigt von 80 € auf 92 €. Er steigt um 15 %.

c) Nach einer Preissenkung um 20 % kostet eine Jacke 48 €. Vorher kostete sie 60 €.

3 / 3

4 Die Gerade g ist im Koordinatensystem dargestellt.



a) Gib die Funktionsgleichung von g an.

$$y = \underline{-0,5x + 3}$$

b) Berechne die Nullstelle von g.

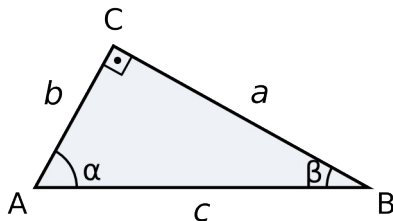
$$x = \underline{6}$$

c) Die Gerade h ist parallel zu g und geht durch den Ursprung. Gib ihre Gleichung an.

$$y = \underline{-0,5x}$$

3 / 3

5 Im Dreieck ABC ist der Winkel bei C ein rechter Winkel.



a) Welche Aussagen sind richtig? Kreuze alle passenden an.

☒ $\sin \alpha = a/c$ ☒ $\tan \alpha = a/b$

☐ $\cos \alpha = a/c$ ☐ $\sin \beta = a/c$

b) Es gilt $c = 15 \text{ cm}$ und $a = 9 \text{ cm}$. Berechne die Länge der Seite b.

$$b^2 = c^2 - a^2 = 225 - 81 = 144$$

$$b = \underline{12 \text{ cm}}$$

3 / 3

6 Eine quaderförmige Schachtel ist 6 cm lang, 5 cm breit und 2 cm hoch.

a) Berechne das Volumen. $V = \underline{60 \text{ cm}^3}$

b) Berechne den Oberflächeninhalt. $O = \underline{104 \text{ cm}^2}$

$$O = 2 \cdot (6 \cdot 5 + 6 \cdot 2 + 5 \cdot 2) = 2 \cdot 52 = 104$$

c) Wie viele dieser Schachteln passen höchstens in einen quaderförmigen Karton, der 30 cm lang, 20 cm breit und 10 cm hoch ist? Alle Schachteln liegen gleich ausgerichtet.

$$30 : 6 = 5; \quad 20 : 5 = 4; \quad 10 : 2 = 5$$

$$\underline{5 \cdot 4 \cdot 5 = 100 \text{ Schachteln}}$$

3 / 3

- 7 Ergänze in jeder Zeile den fehlenden Wert. Gib an, ob das Wachstum linear oder exponentiell ist.

x	0	1	2	3	4	Wachstum
A	2	6	18	54	162	exponentiell ($\cdot 3$)
B	5	8	11	14	17	linear (+ 3)
C	80	40	20	10	5	exponentiell ($\cdot 0,5$)

3 / 3

- 8 Ein Fußballverein hat in den 20 Spielen einer Saison so viele Tore geschossen:

Tore im Spiel	0	1	2	3	4
Anzahl der Spiele	3	5	6	4	2

- a) Modalwert: 2 b) Median: 2 c) Mittelwert: 1,85

b) 10. und 11. Wert der geordneten Liste: beide 2 (nach $3 + 5 = 8$ Spielen beginnen die Zweien)

c) $(0 \cdot 3 + 1 \cdot 5 + 2 \cdot 6 + 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2) : 20 = 37 : 20 = 1,85$

3 / 3

- 9 Ein fairer Spielwürfel wird zweimal nacheinander geworfen. Gib die Wahrscheinlichkeiten als Bruch an.

- a) zweimal eine 6 b) Augensumme 11 c) mindestens eine 6

P = $\frac{1}{36}$

P = $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$

P = $\frac{11}{36}$

a) $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$; b) (5 | 6) und (6 | 5): 2 von 36 Ergebnissen; c) Gegenereignis „keine 6“: $1 - \frac{5}{6} \cdot \frac{5}{6} = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$

3 / 3

Teil 2: Komplexe Aufgaben (Taschenrechner und Formelsammlung sind erlaubt)

- 10 Ein Aussichtsturm steht senkrecht auf ebenem Boden. Vom Punkt P aus, 50 m vom Fuß des Turms entfernt, sieht man die Turmspitze unter einem Winkel von 32° gegenüber dem Boden. Ein Halteseil führt von der Spitze zu einem Anker, der 18 m vom Fuß des Turms entfernt ist.

a) Berechne die Höhe h .

$$h = 50 \text{ m} \cdot \tan 32^\circ$$

$$h \approx 31,24 \text{ m}$$

b) Berechne die Seillänge s .

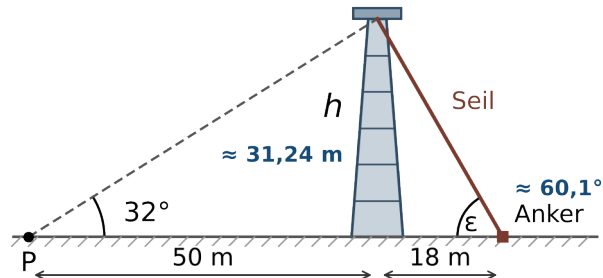
$$s^2 = 31,24^2 + 18^2 \approx 1300,1$$

$$s \approx 36,06 \text{ m}$$

c) Berechne den Winkel ε .

$$\tan \varepsilon = 31,24 : 18 \approx 1,736$$

$$\varepsilon \approx 60,1^\circ$$



5 / 5

- 11 Ein Wasserspeicher besteht aus einem Zylinder mit einem kegelförmigen Dach (Maße siehe Skizze).

a) Wie viele Liter Wasser fasst der zylinderförmige Teil höchstens?

$$r = 1,50 \text{ m}; \quad V = \pi \cdot 1,5^2 \cdot 4 = 9\pi \approx 28,27 \text{ m}^3$$

$$\approx 28\,270 \text{ Liter}$$

b) Das Kegeldach wird gestrichen. Berechne den Inhalt der Dachfläche (Mantelfläche des Kegels).

$$s = \sqrt{1,5^2 + 1^2} = \sqrt{3,25} \approx 1,80 \text{ m}$$

$$M = \pi \cdot r \cdot s = \pi \cdot 1,5 \cdot 1,80 \approx 8,50 \text{ m}^2$$

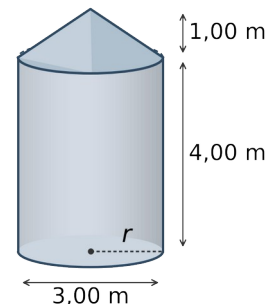
c) Der Speicher ist zu 70 % gefüllt. Wie hoch steht das Wasser im Zylinder?

$$0,7 \cdot 4 \text{ m} = 2,80 \text{ m}$$

d) Das Dach wird zweimal gestrichen. Ein Liter Farbe reicht für 4 m^2 . Wie viele 1-Liter-Dosen muss man kaufen?

$$2 \cdot 8,50 \text{ m}^2 = 17 \text{ m}^2; \quad 17 : 4 = 4,25$$

Man muss 5 Dosen kaufen.



5 / 5

- 12 Nach der Einnahme einer Tablette sind 400 mg eines Wirkstoffs im Blut. Der Körper baut jede Stunde 15 % der jeweils vorhandenen Menge ab.

a) Ergänze die Tabelle.

Zeit in h	0	1	2	3
Menge in mg	400	340	289	245,65

b) Gib eine Funktionsgleichung an (t in Stunden).

$$f(t) = \underline{400 \cdot 0,85^t}$$

c) Lea sagt: „Nach 6 Stunden sind $6 \cdot 15\% = 90\%$ des Wirkstoffs abgebaut.“ Hat Lea recht? Begründe mit einer Rechnung.

Nein. $f(6) = 400 \cdot 0,85^6 \approx 150,9$ mg sind noch vorhanden, also erst etwa 62 % abgebaut.

Lea rechnet linear; abgebaut werden aber jede Stunde 15 % der noch vorhandenen (kleiner werdenden) Menge.

d) Nach welcher Zeit ist nur noch die Hälfte im Blut?

$$0,85^t = 0,5$$

$$t = \log 0,5 : \log 0,85 \approx 4,27$$

nach etwa 4,3 Stunden

e) Nach wie vielen vollen Stunden sind es weniger als 100 mg?

$$f(8) \approx 109,0 \text{ mg}; f(9) \approx 92,6 \text{ mg}$$

nach 9 Stunden

7 / 7

- 13 Die Einfahrt einer Lagerhalle hat die Form eines Parabelbogens mit

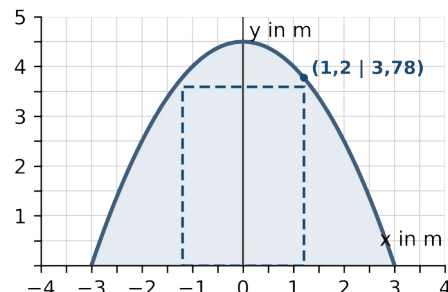
$f(x) = -0,5x^2 + 4,5$ (x und y in Metern; der Boden liegt auf der x-Achse).

a) Höhe der Einfahrt: **4,5 m**

b) Berechne die Breite am Boden.

$$-0,5x^2 + 4,5 = 0 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$$

Breite: 6 m



c) Ein Lieferwagen (2,40 m breit, 3,60 m hoch) fährt genau mittig durch die Einfahrt. Passt er hindurch? Begründe rechnerisch.

Die oberen Ecken des Wagens liegen bei $x = \pm 1,2$: $f(1,2) = -0,5 \cdot 1,44 + 4,5 = 3,78$

3,78 m > 3,60 m: Der Wagen passt hindurch (etwa 18 cm Luft).

d) Eine zweite Einfahrt ist am Boden 8 m breit und 4 m hoch (Scheitelpunkt auf der y-Achse). Bestimme ihre Gleichung.

$$\text{Ansatz: } f(x) = a \cdot x^2 + 4 \text{ mit } f(4) = 0 \rightarrow 16a + 4 = 0 \rightarrow a = -0,25$$

$$\mathbf{f(x) = -0,25x^2 + 4}$$

6 / 6