

Mathematik Klasse 10

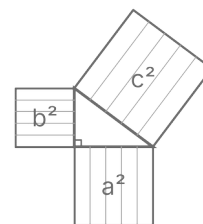
Thema: Übung zum Jahrgangsstufentest – Grundwissen Klasse 8 und 9

Name: _____ Datum: _____

Punkte: _____ / 43 Note: _____

Unterschrift: _____

Hilfsmittel: keine (kein Taschenrechner, keine Formelsammlung)



Viel Erfolg!

1 Multipliziere aus oder faktoriere mit den binomischen Formeln.

a) $(2x - 3)^2 =$ _____

b) $(5a + 4b) \cdot (5a - 4b) =$ _____

c) $x^2 + 10x + 25 =$ _____

d) $9y^2 - 49 =$ _____

____ / 4

2 Potenzen und Wurzeln: Kreuze an, ob die Aussage richtig oder falsch ist.

Aussage	richtig	falsch
$\sqrt{9 + 16} = 7$	☐	☐
$a^3 \cdot a^4 = a^{12}$	☐	☐
$(-2)^4 = 16$	☐	☐

Aussage	richtig	falsch
$\sqrt{50} = 5 \cdot \sqrt{2}$	☐	☐
$10^{-3} = 0,001$	☐	☐
$(x^2)^3 = x^5$	☐	☐

____ / 3

3 Bruchterme und Bruchgleichungen

Gib jeweils zuerst die Definitionsmenge D an.

a) Kürze so weit wie möglich:

$$\frac{3x - 6}{x^2 - 4}$$

b) Löse die Gleichung:

$$\frac{6}{x} = \frac{3}{x - 2}$$

____ / 4

4 Lineare Gleichungssysteme

a) Löse das Gleichungssystem rechnerisch.

I $2x + y = 7$

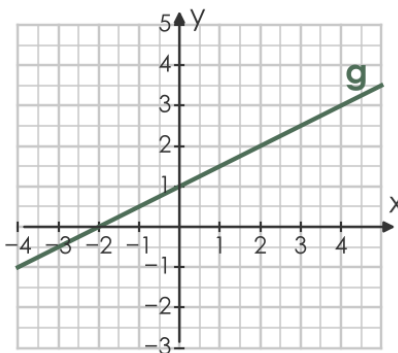
II $x - y = 2$

b) Das Gleichungssystem $y = 2x + 1$ und $y = 2x - 3$ hat ... Kreuze an.

- ☐ genau eine Lösung
- ☐ keine Lösung
- ☐ unendlich viele Lösungen

___ / 3

5 Lineare Funktionen



a) Gib die Gleichung der Geraden g an.

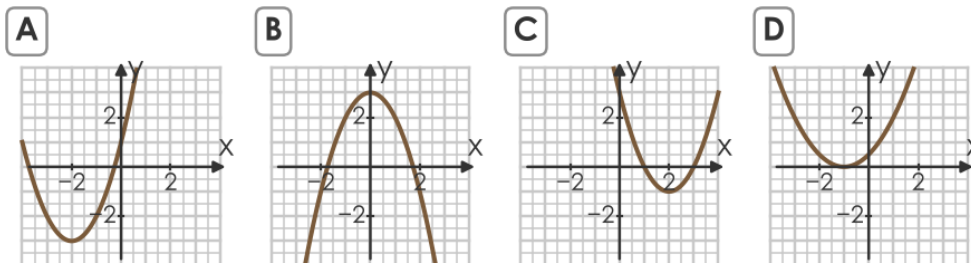
b) Zeichne die Gerade h: $y = -2x + 3$ ein.

c) Prüfe: Liegt P(20 | 11) auf g?

d) Berechne den Schnittpunkt S.

___ / 5

6 Ordne jedem Funktionsterm den passenden Graphen A, B, C oder D zu.



f	$f(x) = (x - 2)^2 - 1$	
g	$g(x) = -x^2 + 3$	

k	$k(x) = 0,5 \cdot (x + 1)^2$	
p	$p(x) = (x + 2)^2 - 3$	

___ / 2

7 Gegeben ist die quadratische Funktion $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

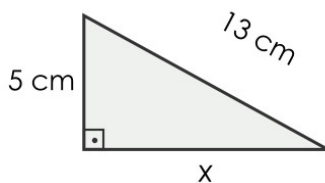
- a) Bringe den Term durch quadratische Ergänzung in die Scheitelform und gib den Scheitel S an.

- b) Berechne die Nullstellen von f.

- c) Begründe ohne Lösungsformel, dass die Parabel zu $h(x) = x^2 - 6x + 10$ die x-Achse nicht schneidet.

___ / 4

8 Satz des Pythagoras



- a) Berechne die Länge x. Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.

- b) Eine 2,5 m lange Leiter lehnt an einer senkrechten Wand, ihr Fuß steht 0,7 m von der Wand entfernt. Berechne, in welcher Höhe sie anliegt.

- c) Kreuze alle rechtwinkligen Dreiecke an (Seitenlängen in cm).

☐ 5; 12; 13 ☐ 4; 5; 6 ☐ 7; 24; 25 ☐ 6; 7; 9

___ / 5

9 Begründen

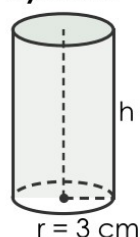
Lena behauptet: „Verdoppelt man in einem rechtwinkligen Dreieck beide Katheten, so verdoppelt sich auch die Hypotenuse.“ Nimm Stellung und begründe.

___ / 3

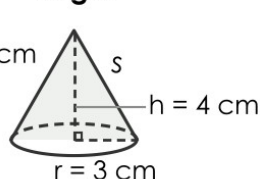
10 Zylinder und Kegel

Lass π im Ergebnis stehen.

Zylinder



Kegel



a) Berechne das Zylindervolumen.

b) Berechne die Zylinderoberfläche.

c) Berechne s und $M = \pi \cdot r \cdot s$ für den Kegel.

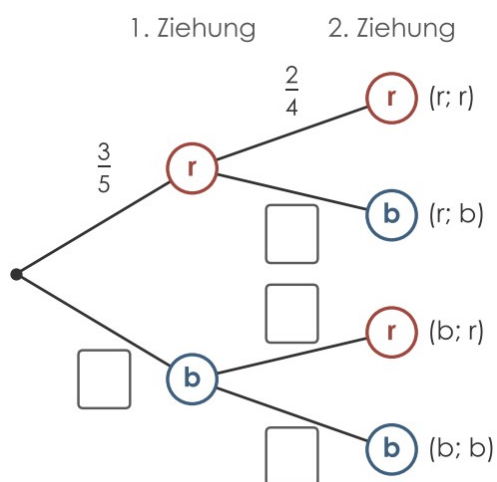
d) Berechne das Kegelvolumen.

___ / 5

11 Wahrscheinlichkeit

In einer Urne liegen 3 rote (r) und 2 blaue (b) Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

a) Ergänze die fehlenden Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm.



b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zwei gleichfarbige Kugeln.

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für mindestens eine blaue Kugel.

___ / 5

Lösung: Übung zum Jahrgangsstufentest Klasse 10: Grundwissen Klasse 8 und 9

Insgesamt sind 43 Punkte erreichbar, halbe Punkte sind möglich.

Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
43–39 P.	38,5–34,5 P.	34–28 P.	27,5–21,5 P.	21–13 P.	12,5–0 P.

1 Multipliziere aus oder faktorisiere mit den binomischen Formeln.

- a) $(2x - 3)^2 = \underline{4x^2 - 12x + 9}$
 b) $(5a + 4b) \cdot (5a - 4b) = \underline{25a^2 - 16b^2}$
 c) $x^2 + 10x + 25 = \underline{(x + 5)^2}$
 d) $9y^2 - 49 = \underline{(3y + 7) \cdot (3y - 7)}$

4 / 4

2 Potenzen und Wurzeln: Kreuze an, ob die Aussage richtig oder falsch ist.

Aussage	richtig	falsch
$\sqrt{9 + 16} = 7$	☐	☒
$a^3 \cdot a^4 = a^{12}$	☐	☒
$(-2)^4 = 16$	☒	☐

Aussage	richtig	falsch
$\sqrt{50} = 5 \cdot \sqrt{2}$	☒	☐
$10^{-3} = 0,001$	☒	☐
$(x^2)^3 = x^5$	☐	☒

3 / 3

3 Bruchterme und Bruchgleichungen

Gib jeweils zuerst die Definitionsmenge D an.

a) Kürze so weit wie möglich:

$$\frac{3x - 6}{x^2 - 4}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$$

$$\frac{3x - 6}{x^2 - 4} = \frac{3 \cdot (x - 2)}{(x + 2) \cdot (x - 2)}$$

$$= \frac{3}{x + 2}$$

b) Löse die Gleichung:

$$\frac{6}{x} = \frac{3}{x - 2}$$

$$D = \mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$$

$$6 \cdot (x - 2) = 3x$$

$$6x - 12 = 3x \Rightarrow x = 4$$

$$x = 4 \in D, \text{ also } L = \{4\}$$

4 / 4

4 Lineare Gleichungssysteme

a) Löse das Gleichungssystem rechnerisch.

$$\text{I} \quad 2x + y = 7$$

$$\text{II} \quad x - y = 2$$

$$\text{I} + \text{II}: 3x = 9 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{in II: } 3 - y = 2 \Rightarrow y = 1$$

$$L = \{(3 \mid 1)\}$$

b) Das Gleichungssystem $y = 2x + 1$ und $y = 2x - 3$ hat ... Kreuze an.

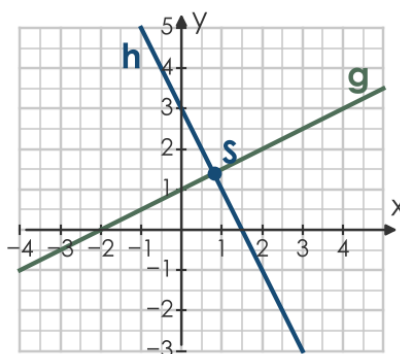
☐ genau eine Lösung

☒ keine Lösung

☐ unendlich viele Lösungen

3 / 3

5 Lineare Funktionen



a) Gib die Gleichung der Geraden g an.

$$g: y = 0,5x + 1$$

b) Zeichne die Gerade h: $y = -2x + 3$ ein. siehe Abbildung

c) Prüfe: Liegt $P(20 \mid 11)$ auf g?

$$0,5 \cdot 20 + 1 = 11 \Rightarrow P \text{ liegt auf } g$$

d) Berechne den Schnittpunkt S.

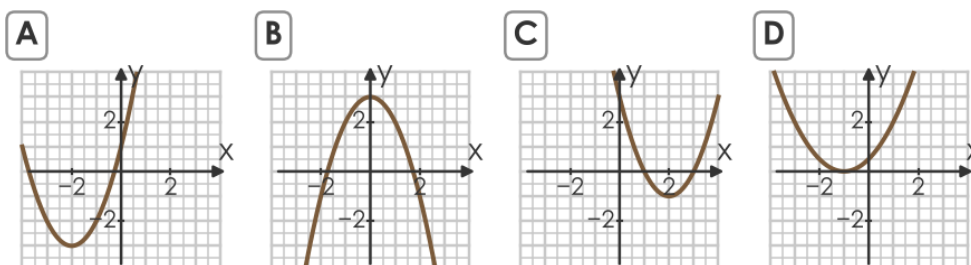
$$0,5x + 1 = -2x + 3$$

$$2,5x = 2 \Rightarrow x = 0,8$$

$$y = 0,5 \cdot 0,8 + 1 = 1,4; S(0,8 \mid 1,4)$$

5 / 5

6 Ordne jedem Funktionsterm den passenden Graphen A, B, C oder D zu.



f	$f(x) = (x - 2)^2 - 1$	C
g	$g(x) = -x^2 + 3$	B

k	$k(x) = 0,5 \cdot (x + 1)^2$	D
p	$p(x) = (x + 2)^2 - 3$	A

2 / 2

7 Gegeben ist die quadratische Funktion $f(x) = x^2 - 6x + 5$.

- a) Bringe den Term durch quadratische Ergänzung in die Scheitelform und gib den Scheitel S an.

$$f(x) = x^2 - 6x + 9 - 9 + 5 = (x - 3)^2 - 4$$

$$S(3 \mid -4)$$

- b) Berechne die Nullstellen von f.

$$(x - 3)^2 = 4 \Rightarrow x - 3 = 2 \text{ oder } x - 3 = -2$$

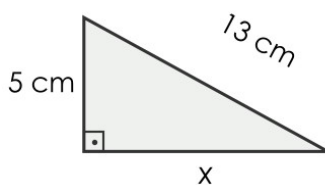
$$x = 5 \text{ oder } x = 1$$

- c) Begründe ohne Lösungsformel, dass die Parabel zu $h(x) = x^2 - 6x + 10$ die x-Achse nicht schneidet.

$$h(x) = (x - 3)^2 + 1 \geq 1 > 0 \text{ für alle } x, \text{ also keine Nullstelle}$$

4 / 4

8 Satz des Pythagoras



- a) Berechne die Länge x. Die Skizze ist nicht maßstabsgetreu.

$$x^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144$$

$$x = 12 \text{ cm}$$

- b) Eine 2,5 m lange Leiter lehnt an einer senkrechten Wand, ihr Fuß steht 0,7 m von der Wand entfernt. Berechne, in welcher Höhe sie anliegt.

$$h^2 = 2,5^2 - 0,7^2 = 6,25 - 0,49 = 5,76$$

$$h = 2,4 \text{ m}$$

- c) Kreuze alle rechtwinkligen Dreiecke an (Seitenlängen in cm).

☒ 5; 12; 13

☐ 4; 5; 6

☒ 7; 24; 25

☐ 6; 7; 9

5 / 5

9 Begründen

Lena behauptet: „Verdoppelt man in einem rechtwinkligen Dreieck beide Katheten, so verdoppelt sich auch die Hypotenuse.“ Nimm Stellung und begründe.

$$\text{Richtig: } (2a)^2 + (2b)^2 = 4a^2 + 4b^2 = 4 \cdot (a^2 + b^2) = 4c^2,$$

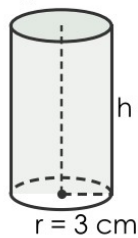
$$\text{also ist die neue Hypotenuse } \sqrt{4c^2} = 2c, \text{ doppelt so lang.}$$

3 / 3

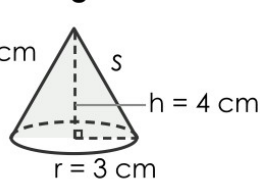
10 Zylinder und Kegel

Lass π im Ergebnis stehen.

Zylinder



Kegel



a) Berechne das Zylindervolumen.

$$V = \pi \cdot 3^2 \cdot 10 \text{ cm}^3 = 90\pi \text{ cm}^3$$

b) Berechne die Zylinderoberfläche.

$$\begin{aligned} O &= 2 \cdot \pi \cdot 3^2 + 2 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10 \\ &= 18\pi + 60\pi = 78\pi \text{ (in cm}^2\text{)} \end{aligned}$$

c) Berechne s und $M = \pi \cdot r \cdot s$ für den Kegel.

$$s^2 = 3^2 + 4^2 = 25$$

$$s = 5 \text{ cm}$$

$$M = \pi \cdot 3 \cdot 5 \text{ cm}^2 = 15\pi \text{ cm}^2$$

d) Berechne das Kegelvolumen.

$$V = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 4 \text{ cm}^3$$

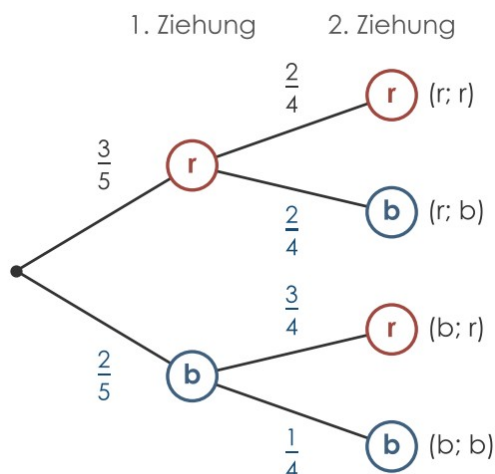
$$= 12\pi \text{ cm}^3$$

5 / 5

11 Wahrscheinlichkeit

In einer Urne liegen 3 rote (r) und 2 blaue (b) Kugeln. Es werden nacheinander zwei Kugeln ohne Zurücklegen gezogen.

a) Ergänze die fehlenden Wahrscheinlichkeiten im Baumdiagramm.



b) Berechne die Wahrscheinlichkeit für zwei gleichfarbige Kugeln.

$$\begin{aligned} P &= \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} + \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} \\ &= \frac{6}{20} + \frac{2}{20} = \frac{8}{20} = \frac{2}{5} \end{aligned}$$

c) Berechne die Wahrscheinlichkeit für mindestens eine blaue Kugel.

$$\begin{aligned} P &= 1 - \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} = 1 - \frac{6}{20} \\ &= \frac{14}{20} = \frac{7}{10} \end{aligned}$$

5 / 5