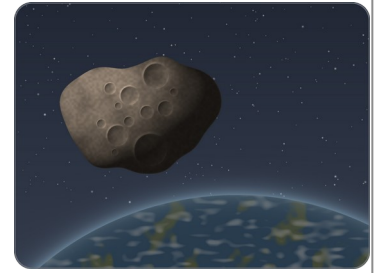


Physikarbeit Klasse 10

Thema: Impuls, Gravitation, Keplersche Gesetze, waagerechter Wurf



Viel Erfolg!

Name: _____ Datum: _____

Punkte: _____ / 35 Note: _____

Unterschrift: _____

Mission Odyssee

Im Jahr 2047 nähert sich der Asteroid Hydra der Erdbahn. Das Raumschiff Odyssee soll ihn mit vier Crewmitgliedern erforschen. Die Arbeit folgt der Mission in drei Akten und einem Finale.

Angaben für alle Aufgaben

Gravitationskonstante

$$G = 6,674 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$$

Erdmasse / Erdradius

$$m_E = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}; \quad r_E = 6371 \text{ km}$$

Ortsfaktor Erde / Kugelvolumen

$$g = 9,81 \text{ N/kg}; \quad V = (\pi/6) \cdot d^3$$

Hilfsmittel: Taschenrechner. Rechenweg und Einheiten angeben.

1 Akt 1: Der Zusammenstoß

Hydra ist kugelförmig (Durchmesser 4,0 km, Dichte 3500 kg/m³). Der kugelförmige Asteroid Kyra (Durchmesser 1,6 km, halb so große Dichte) trifft Hydra zentral mit 9,0 km/s und bleibt in ihm stecken. Von der Odyssee aus gesehen ruht Hydra vor dem Stoß.

a) Berechne die Massen der beiden Asteroiden.

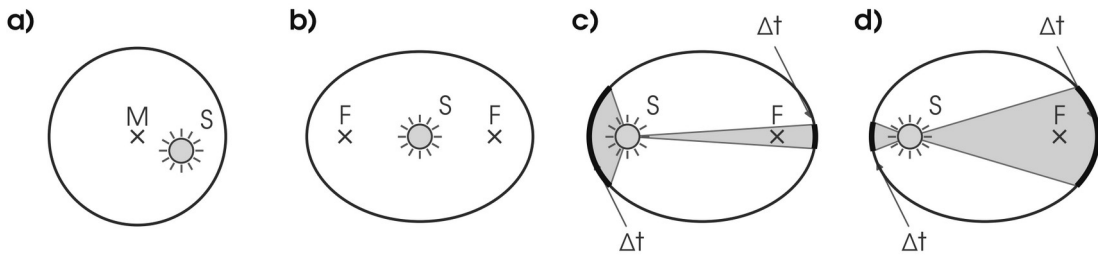
b) Nenne den Erhaltungssatz, mit dem man die Geschwindigkeit nach dem Stoß berechnen kann. Berechne, wie schnell sich beide danach gemeinsam bewegen.

c) Die Odyssee war vorher gegenüber Hydra in Ruhe. Sie folgt dem Asteroiden und beschleunigt gleichmäßig mit $0,40 \text{ m/s}^2$. Wie lange dauert es, bis sie so schnell ist wie Hydra?

d) Um wie viele Kilometer hat sich der Abstand zwischen Odyssee und Hydra in dieser Zeit vergrößert?

2

Für Hydras Bahn um die Sonne werden die Skizzen a bis d vorgeschlagen (S: Sonne, M: Mittelpunkt, F: Brennpunkt). In c und d sind Bahnstücke markiert, die Hydra in gleich langen Zeiten Δt durchläuft.



- a) Entscheide für jede Skizze, ob sie eine mögliche Bahn zeigt. Begründe mit den Keplerschen Gesetzen.

Skizze	möglich?	Begründung
a)		
b)		
c)		
d)		

- b)** Formuliere das 2. Keplersche Gesetz. An welcher Stelle ihrer Bahn ist Hydra am schnellsten?

- c) Die große Halbachse von Hydras Bahn ist 2,5-mal so groß wie die der Erdbahn (2,5 AE). Berechne Hydras Umlaufdauer mit dem 3. Keplerschen Gesetz.

3

Vor dem Start übt die Crew die Versorgung aus der Luft. Ein Hubschrauber fliegt in 45 m Höhe waagrecht mit 108 km/h und lässt dabei eine Versorgungskiste fallen. Der Luftwiderstand wird vernachlässigt.

- a)** Berechne die Fallzeit der Kiste.

- b)** In welcher waagerechten Entfernung vom Abwurfpunkt schlägt die Kiste auf?

- c) Berechne die Aufprallgeschwindigkeit in km/h und den Winkel, unter dem die Kiste auf den waagerechten Boden trifft.

- d)** Die Kiste trifft schneller auf, als der Hubschrauber fliegt. Erkläre das.

____ / 6

4

Nach dem Zusammenstoß lässt sich Hydra näherungsweise als Kugel mit der Masse $1,21 \cdot 10^{14}$ kg und dem Radius 2,0 km beschreiben. Astronautin Mara landet; mit Raumanzug hat sie die Masse 180 kg.

- a) Berechne mit dem Gravitationsgesetz die Kraft, mit der Mara an der Oberfläche von Hydra angezogen wird.

- b)** Berechne den Ortsfaktor g_H an der Oberfläche von Hydra.

- c) Berechne mit dem Gravitationsgesetz den Ortsfaktor an der Erdoberfläche. Wie viel mal so groß ist Maras Gewichtskraft auf der Erde?

- d) Mara stößt sich mit $0,40 \text{ m/s}$ senkrecht vom Boden ab. Wie hoch steigt sie? Nimm g_H als konstant an.

____ / 6

5) Akt 3: Aufstieg zum Kraterrand

Mara (mit Ausrüstung 180 kg) steigt in 8,0 min gleichmäßig auf einen 120 m hohen Kraterrand. Rechne mit $g_H = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ N/kg}$.

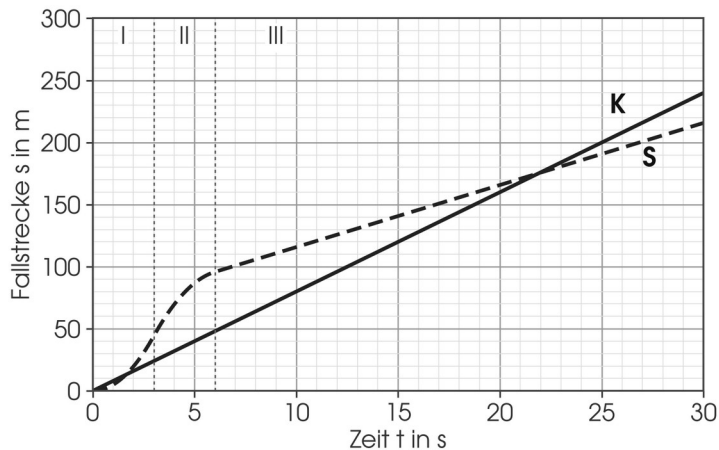
- a)** Berechne die Hubarbeit und die dafür nötige Leistung.

- b)** Welche Leistung wäre für denselben Aufstieg in derselben Zeit auf der Erde nötig?

____ / 3

6 Finale: Rückkehr zur Erde

Die Landekapsel der Odyssee sinkt an Fallschirmen zur Erde; ab $t = 0$ wird ihre Fallstrecke gemessen (Graph K). Zugleich lässt ein still stehender Ballon eine Messsonde los (Graph S), deren Fallschirm sich nach 3 s öffnet.



- a) Welche Bewegung führt die Kapsel aus? Bestimme ihre Geschwindigkeit mit einem Steigungsdreieck.

- b)** Beschreibe die Bewegung der Sonde in den Abschnitten I, II und III. Bestimme ihre Geschwindigkeit in Abschnitt III.

- c) Jonas meint: „Beide Graphen beginnen im Ursprung. Also sind beide aus der Ruhe gestartet.“ Nimm Stellung.

/ 6

Lösung: Physikarbeit Klasse 10

Insgesamt sind 35 Punkte erreichbar, halbe Punkte sind möglich.

Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
35–31,5 P.	31–28 P.	27,5–23 P.	22,5–17,5 P.	17–10,5 P.	10–0 P.

1 Akt 1: Der Zusammenstoß

Hydra ist kugelförmig (Durchmesser 4,0 km, Dichte 3500 kg/m³). Der kugelförmige Asteroid Kyra (Durchmesser 1,6 km, halb so große Dichte) trifft Hydra zentral mit 9,0 km/s und bleibt in ihm stecken. Von der Odyssee aus gesehen ruht Hydra vor dem Stoß.

- a) Berechne die Massen der beiden Asteroiden.

$$V_H = (\pi/6) \cdot (4000 \text{ m})^3 \approx 3,35 \cdot 10^{10} \text{ m}^3; \quad m_H = \rho_H \cdot V_H \approx 3500 \text{ kg/m}^3 \cdot 3,35 \cdot 10^{10} \text{ m}^3$$

$$V_K = (\pi/6) \cdot (1600 \text{ m})^3 \approx 2,14 \cdot 10^9 \text{ m}^3; \quad m_K = \rho_K \cdot V_K \approx 1750 \text{ kg/m}^3 \cdot 2,14 \cdot 10^9 \text{ m}^3$$

$$m_H \approx 1,17 \cdot 10^{14} \text{ kg}; \quad m_K \approx 3,75 \cdot 10^{12} \text{ kg}$$

- b) Nenne den Erhaltungssatz, mit dem man die Geschwindigkeit nach dem Stoß berechnen kann. Berechne, wie schnell sich beide danach gemeinsam bewegen.

Impulserhaltungssatz: Der Gesamtimpuls vor dem Stoß ist gleich dem Gesamtimpuls nach dem Stoß.

$$m_K \cdot v_K = (m_H + m_K) \cdot v \Rightarrow v = 3,75 \cdot 10^{12} \text{ kg} \cdot 9000 \text{ m/s} : 1,21 \cdot 10^{14} \text{ kg}$$
$$v \approx 279 \text{ m/s}$$

- c) Die Odyssee war vorher gegenüber Hydra in Ruhe. Sie folgt dem Asteroiden und beschleunigt gleichmäßig mit 0,40 m/s². Wie lange dauert es, bis sie so schnell ist wie Hydra?

$$t = v : a = 279 \text{ m/s} : 0,40 \text{ m/s}^2 \approx 698 \text{ s} \approx 11,6 \text{ min}$$

- d) Um wie viele Kilometer hat sich der Abstand zwischen Odyssee und Hydra in dieser Zeit vergrößert?

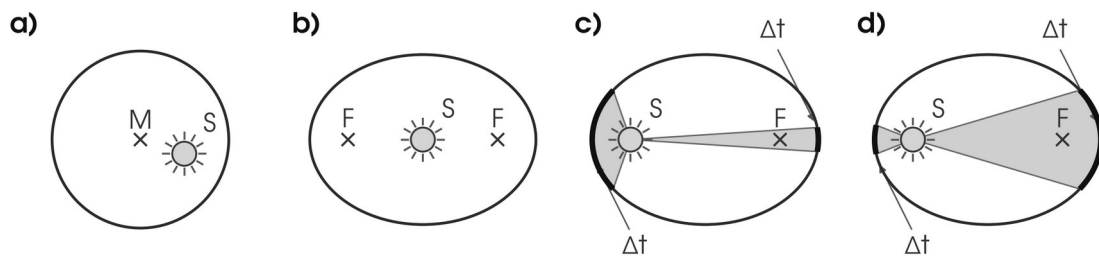
$$\text{Hydra: } s_H = v \cdot t \approx 279 \text{ m/s} \cdot 698 \text{ s} \approx 194,7 \text{ km}$$

$$\text{Odyssee: } s_O = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \approx 0,5 \cdot 0,40 \text{ m/s}^2 \cdot (698 \text{ s})^2 \approx 97,4 \text{ km}$$

Der Abstand ist um etwa 97 km gewachsen (genau halb so viel wie Hydras Weg).

2 Akt 1: Die Bahn von Hydra

Für Hydras Bahn um die Sonne werden die Skizzen a bis d vorgeschlagen (S: Sonne, M: Mittelpunkt, F: Brennpunkt). In c und d sind Bahnstücke markiert, die Hydra in gleich langen Zeiten Δt durchläuft.



- a) Entscheide für jede Skizze, ob sie eine mögliche Bahn zeigt. Begründe mit den Keplerschen Gesetzen.

Skizze	möglich?	Begründung
a)	nein	Ein Kreis ist nur möglich, wenn die Sonne im Mittelpunkt steht (dort fallen beide Brennpunkte zusammen). 1. Keplersches Gesetz verletzt.
b)	nein	Die Sonne steht im Mittelpunkt der Ellipse, nicht in einem Brennpunkt. 1. Keplersches Gesetz verletzt.
c)	ja	Ellipse mit der Sonne in einem Brennpunkt; in gleichen Zeiten gleich große Flächen (in Sonnennähe längeres Bahnstück).
d)	nein	Die Sonne steht zwar im Brennpunkt, aber die Flächen sind verschieden groß; in Sonnennähe müsste Hydra schneller sein. 2. Keplersches Gesetz verletzt.

- b) Formuliere das 2. Keplersche Gesetz. An welcher Stelle ihrer Bahn ist Hydra am schnellsten?

Die Verbindungslinie Sonne–Himmelskörper (Fahrstrahl) überstreicht in gleichen Zeiten gleich große Flächen.

Hydra ist im sonnennächsten Punkt der Bahn (Perihel) am schnellsten.

- c) Die große Halbachse von Hydras Bahn ist 2,5-mal so groß wie die der Erdbahn (2,5 AE). Berechne Hydras Umlaufdauer mit dem 3. Keplerschen Gesetz.

$$T_H^2 : a_H^3 = T_E^2 : a_E^3 \Rightarrow T_H = 1 \text{ Jahr} \cdot \sqrt{(2,5^3)} = \sqrt{15,625} \text{ Jahre}$$

$$T_H \approx 3,95 \text{ Jahre}$$

3 Akt 2 (Rückblende): Training vor dem Start

Vor dem Start übt die Crew die Versorgung aus der Luft. Ein Hubschrauber fliegt in 45 m Höhe waagerecht mit 108 km/h und lässt dabei eine Versorgungskiste fallen. Der Luftwiderstand wird vernachlässigt.

- a) Berechne die Fallzeit der Kiste.

$$h = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{(2h : g)} = \sqrt{(2 \cdot 45 \text{ m} : 9,81 \text{ m/s}^2)} \approx 3,03 \text{ s}$$

- b) In welcher waagerechten Entfernung vom Abwurfpunkt schlägt die Kiste auf?

$$v_0 = 108 \text{ km/h} = 30 \text{ m/s}; \quad x = v_0 \cdot t = 30 \text{ m/s} \cdot 3,03 \text{ s} \approx 90,9 \text{ m}$$

- c) Berechne die Aufprallgeschwindigkeit in km/h und den Winkel, unter dem die Kiste auf den waagerechten Boden trifft.

$$v_y = g \cdot t = 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 3,03 \text{ s} \approx 29,7 \text{ m/s}$$

$$v = \sqrt{(v_0^2 + v_y^2)} = \sqrt{((30 \text{ m/s})^2 + (29,7 \text{ m/s})^2)} \approx 42,2 \text{ m/s} \approx 152 \text{ km/h}$$

$$\tan \alpha = v_y : v_0 = 29,7 : 30 \Rightarrow \alpha \approx 44,7^\circ \text{ gegen den Boden}$$

- d) Die Kiste trifft schneller auf, als der Hubschrauber fliegt. Erkläre das.

Die waagerechte Geschwindigkeit von 30 m/s bleibt (Trägheit) erhalten; durch die Gewichtskraft kommt eine immer größere senkrechte Geschwindigkeit hinzu. Energetisch: Lageenergie wird in Bewegungsenergie umgewandelt.

4 Akt 3: Landung auf Hydra

Nach dem Zusammenstoß lässt sich Hydra näherungsweise als Kugel mit der Masse $1,21 \cdot 10^{14} \text{ kg}$ und dem Radius $2,0 \text{ km}$ beschreiben. Astronautin Mara landet; mit Raumanzug hat sie die Masse 180 kg .

- a) Berechne mit dem Gravitationsgesetz die Kraft, mit der Mara an der Oberfläche von Hydra angezogen wird.

$$F = G \cdot m_H \cdot m : r^2 = 6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 1,21 \cdot 10^{14} \cdot 180 : 2000^2 \text{ N}$$

$$F \approx 0,363 \text{ N}$$

- b) Berechne den Ortsfaktor g_H an der Oberfläche von Hydra.

$$g_H = F : m = 0,363 \text{ N} : 180 \text{ kg} \approx 2,02 \cdot 10^{-3} \text{ N/kg}$$

- c) Berechne mit dem Gravitationsgesetz den Ortsfaktor an der Erdoberfläche. Wie viel mal so groß ist Maras Gewichtskraft auf der Erde?

$$g_E = G \cdot m_E : r_E^2 = 6,674 \cdot 10^{-11} \cdot 5,97 \cdot 10^{24} : (6,371 \cdot 10^6)^2 \text{ N/kg}$$

$$g_E \approx 9,82 \text{ N/kg}; \quad g_E : g_H \approx 9,82 : 0,00202 \approx 4860$$

Auf der Erde ist Maras Gewichtskraft etwa 4860-mal so groß (rund 1770 N statt 0,36 N).

- d) Mara stößt sich mit $0,40 \text{ m/s}$ senkrecht vom Boden ab. Wie hoch steigt sie? Nimm g_H als konstant an.

$$\text{Energieerhaltung: } \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 = m \cdot g_H \cdot h \Rightarrow h = v^2 : (2 \cdot g_H)$$

$$h = (0,40 \text{ m/s})^2 : (2 \cdot 2,02 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2) \approx 40 \text{ m} \quad (\text{auf der Erde nur etwa } 0,8 \text{ cm})$$

6 / 6

5 Akt 3: Aufstieg zum Kraterrand

Mara (mit Ausrüstung 180 kg) steigt in $8,0 \text{ min}$ gleichmäßig auf einen 120 m hohen Kraterrand. Rechne mit $g_H = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ N/kg}$.

- a) Berechne die Hubarbeit und die dafür nötige Leistung.

$$W = m \cdot g_H \cdot h = 180 \text{ kg} \cdot 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ N/kg} \cdot 120 \text{ m} = 43,2 \text{ J}$$

$$P = W : t = 43,2 \text{ J} : 480 \text{ s} = 0,09 \text{ W}$$

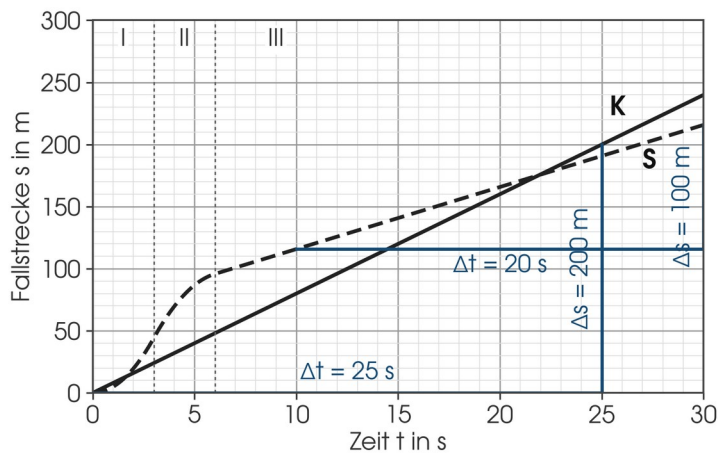
- b) Welche Leistung wäre für denselben Aufstieg in derselben Zeit auf der Erde nötig?

$$P_E = m \cdot g \cdot h : t = 180 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ N/kg} \cdot 120 \text{ m} : 480 \text{ s} \approx 441 \text{ W}$$

3 / 3

6 Finale: Rückkehr zur Erde

Die Landekapsel der Odyssee sinkt an Fallschirmen zur Erde; ab $t = 0$ wird ihre Fallstrecke gemessen (Graph K). Zugleich lässt ein still stehender Ballon eine Messsonde los (Graph S), deren Fallschirm sich nach 3 s öffnet.



- a) Welche Bewegung führt die Kapsel aus? Bestimme ihre Geschwindigkeit mit einem Steigungsdreieck.

Gleichförmige Bewegung (Graph ist eine Gerade).

$$v = \Delta s : \Delta t = 200 \text{ m} : 25 \text{ s} = 8 \text{ m/s}$$

- b) Beschreibe die Bewegung der Sonde in den Abschnitten I, II und III. Bestimme ihre Geschwindigkeit in Abschnitt III.

I: beschleunigte Bewegung (freier Fall), der Graph wird immer steiler.

II: Der Fallschirm öffnet sich, die Sonde wird abgebremst; der Graph wird flacher.

III: gleichförmige Bewegung mit konstanter Sinkgeschwindigkeit (Gerade):

$$v = \Delta s : \Delta t = (216 \text{ m} - 116 \text{ m}) : (30 \text{ s} - 10 \text{ s}) = 100 \text{ m} : 20 \text{ s} = 5 \text{ m/s}$$

- c) Jonas meint: „Beide Graphen beginnen im Ursprung. Also sind beide aus der Ruhe gestartet.“ Nimm Stellung.

Jonas hat nur für die Sonde recht. Die Steigung des s-t-Graphen ist die Geschwindigkeit. S beginnt waagerecht (Steigung 0, also $v = 0$); K hat schon bei $t = 0$ die Steigung 8 m/s, die Kapsel war also bereits in Bewegung. Der Ursprung bedeutet nur, dass die Messung bei $s = 0$ beginnt.