

Mathematik · Klasse 6

Teilbarkeit · ggT und kgV



Name: _____ Datum: _____

Punkte: _____ / 36

Notiere deine Überlegungen und Rechenwege.

1 Kreuze alle passenden Teiler an.

Zahl	2	3	4	6	9
3144	☐	☐	☐	☐	☐
56385	☐	☐	☐	☐	☐
72468	☐	☐	☐	☐	☐

____ / 6 Punkte

2 Erkläre die Begriffe und Teilbarkeitsregeln.

a) Wie erkennst du, ob eine natürliche Zahl durch 9 teilbar ist?

b) Wann ist eine natürliche Zahl durch 6 teilbar?

c) Welche Teiler nennt man nichttriviale Teiler?

d) Wie nennt man zwei Zahlen, deren einziger gemeinsamer Teiler 1 ist?

____ / 4 Punkte

3 Bestimme die Teilmengen, die gemeinsamen Teiler und den ggT.

a) 60 und 126

b) 51 und 68

___ / 8 Punkte

4 Ergänze ein oder zwei Zahlen zu einer vollständigen Teilermenge.

a) {1, 3, 33}

b) {1, 4, 13, 26}

c) {1, 2, 3, 5, 10, 15}

___ / 3 Punkte

5 Gleich lange Stücke

Für eine Girlande werden zwei Bänder von 126 cm und 90 cm Länge in gleich lange Stücke geteilt. Es bleibt nichts übrig. Jede Stücklänge soll eine positive ganze Zahl von Zentimetern sein.

a) Welche Stücklängen sind möglich? Notiere alle Möglichkeiten.

b) Wie lang können die Stücke höchstens sein? Begründe.

___ / 4 Punkte

6 Vielfache und kgV

Notiere für 18, 30 und 45 jeweils die ersten zehn positiven Vielfachen. Bestimme anschließend das kgV der drei Zahlen.

V18 =

V30 =

V45 =

kgV(18, 30, 45) = _____ Begründung:

___ / 5 Punkte

7 Zerlege in Primfaktoren. Fasse gleiche Faktoren zu Potenzen zusammen.

a) 225 =

b) 147 =

c) 32 =

___ / 6 Punkte

Lösungen · Teilbarkeit · ggT und kgV

1 Teilbarkeit

3144: 2, 3, 4, 6

56385: 3, 9

72468: 2, 3, 4, 6, 9

Quersummen: $3144 \rightarrow 12$, $56385 \rightarrow 27$, $72468 \rightarrow 27$. Die letzten zwei Ziffern prüfen die Teilbarkeit durch 4; für 6 müssen 2 und 3 Teiler sein.

2 Regeln und Begriffe

- a) Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme durch 9 teilbar ist.
- b) Sie muss durch 2 und durch 3 teilbar sein: Die Zahl ist gerade und ihre Quersumme ist durch 3 teilbar.
- c) Alle positiven Teiler außer 1 und der Zahl selbst heißen nichttriviale Teiler.
- d) Die Zahlen heißen teilerfremd.

3 Teilermengen und größter gemeinsamer Teiler

- a) $T_{60} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60\}$
 $T_{126} = \{1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126\}$
Gemeinsame Teiler: $\{1, 2, 3, 6\}$; $\text{ggT}(60, 126) = 6$.
- b) $T_{51} = \{1, 3, 17, 51\}$
 $T_{68} = \{1, 2, 4, 17, 34, 68\}$
Gemeinsame Teiler: $\{1, 17\}$; $\text{ggT}(51, 68) = 17$.

4 Ergänzte Teilermengen

- a) $T_{33} = \{1, 3, 11, 33\}$
- b) $T_{52} = \{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$
- c) $T_{30} = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

5 Bänder ohne Rest teilen

a) $T_{126} = \{1, 2, 3, 6, 7, 9, 14, 18, 21, 42, 63, 126\}$

$$T_{90} = \{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$$

Die gemeinsamen Teiler sind 1, 2, 3, 6, 9 und 18. Möglich sind also Stücklängen von 1 cm, 2 cm, 3 cm, 6 cm, 9 cm oder 18 cm.

- b) Die größtmögliche Länge ist $\text{ggT}(126, 90) = 18$ cm. Probe: $126 : 18 = 7$ und $90 : 18 = 5$; beide Bänder werden vollständig aufgeteilt.

6 Vielfache und kleinstes gemeinsames Vielfaches

$$V_{18} = \{18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180, \dots\}$$

$$V_{30} = \{30, 60, 90, 120, 150, 180, 210, 240, 270, 300, \dots\}$$

$$V_{45} = \{45, 90, 135, 180, 225, 270, 315, 360, 405, 450, \dots\}$$

Das erste gemeinsame positive Vielfache ist 90. Daher gilt $\text{kgV}(18, 30, 45) = 90$.

$$18 = 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2 \cdot 3^2$$

$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

$$45 = 3 \cdot 3 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5$$

Für das kgV werden die höchsten vorkommenden Potenzen verwendet: $2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 90$.

7 Primfaktorzerlegung

a) $225 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 3^2 \cdot 5^2$

b) $147 = 3 \cdot 7 \cdot 7 = 3 \cdot 7^2$

c) $32 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^5$