

Klassenarbeit Mathematik · Klasse 9

Thema: Baumdiagramme, Sinus, Kosinus und Tangens, Prisma, Wurzeln

Name: _____

Datum:

Punkte: _____ / 30

Note: _____

Unterschrift: _____

1 Wetter am Wochenende

Mara verbringt ein langes Wochenende von Freitag bis Sonntag an der Ostsee. Der Wetterdienst sagt für diese drei Tage folgende Regenwahrscheinlichkeiten voraus:

Tag	Freitag	Samstag	Sonntag
Regenwahrscheinlichkeit	20 %	30 %	15 %

- a) Verwende R für „Regentag“ und T für „trockener Tag“. Zeichne ein Baumdiagramm zum dreistufigen Zufallsexperiment „Wetter am Wochenende“.

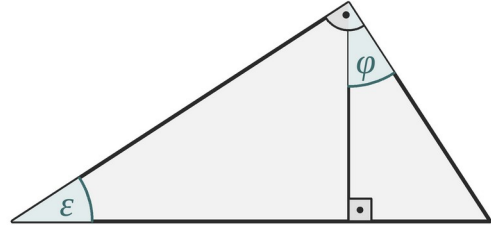
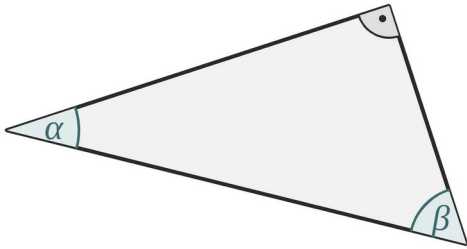
- b)** Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt es an allen drei Tagen trocken?

- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E_1 : „An höchstens einem Tag regnet es.“

- d)** Beschreibe das Gegenereignis E_2 von E_1 in Worten und berechne $P(E_2)$.

2

Beschrifte die Seiten der beiden Dreiecke so, dass die angegebenen Beziehungen gelten. Im rechten Dreieck ist die Höhe eingezeichnet.



$$\cos \alpha = \frac{u}{w} \quad \text{und} \quad \tan \beta = \frac{u}{v}$$

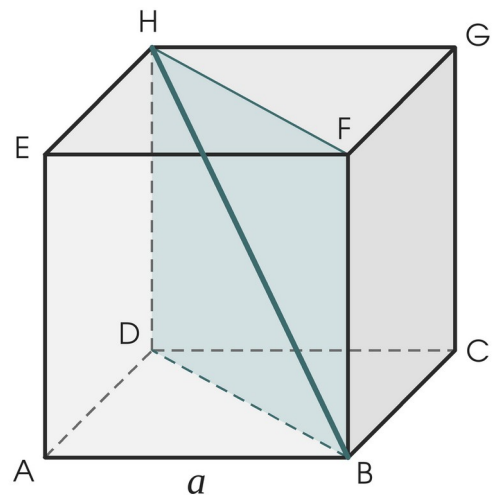
$$\sin \varepsilon = \frac{s}{t} \quad \text{und} \quad \tan \varphi = \frac{q}{s}$$

____ / 4

3

Gegeben ist ein Würfel $ABCDEFGH$ mit der Kantenlänge a . Eingezeichnet sind die Raumdiagonale BH und der Diagonalschnitt $BDHF$ (getönt).

- Berechne den Winkel α , den die Raumdiagonale BH mit der Kante BF einschließt.
- Berechne den Winkel β , den die Raumdiagonale BH mit der Grundfläche ABCD einschließt.



Runde die Winkel auf eine Nachkommastelle.

a)

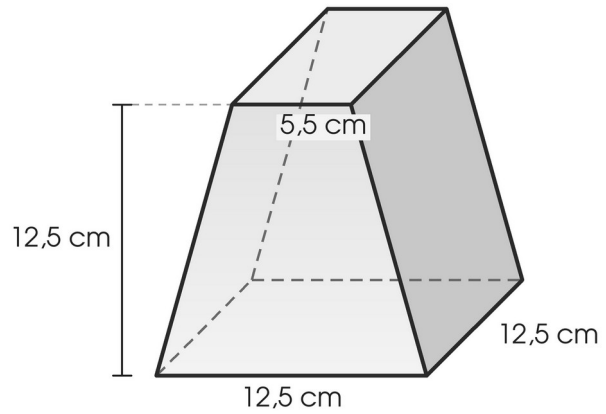
b)

17

4

Ein Teeladen verpackt 24 Teebeutel in einer Geschenkschachtel wie in der Abbildung (Schrägbild, Maßstab 1 : 3,5).

Die Schachtel ist 12,5 cm hoch. Ihre Bodenfläche ist ein Quadrat mit der Seitenlänge 12,5 cm, ihre Deckfläche ein Rechteck mit den Maßen 12,5 cm $\times$ 5,5 cm. Die Schachtel ist symmetrisch aufgebaut.



- a)** Gib möglichst genau an, um welchen Körper es sich handelt.

- b)** Berechne das Volumen der Schachtel.

___ / 4

5

- a) Vereinfache so weit wie möglich. Gib das Ergebnis als eine einzige Wurzel an ($x > 0$).

$$(\sqrt{x^2}, \sqrt[3]{x}, \sqrt[6]{x^{-5}}) \cdot \sqrt[4]{x^3} \cdot \sqrt{x}$$

- b)** Mache den Nenner rational, vereinfache so weit wie möglich und gib das Ergebnis in Wurzelschreibweise an.

$$\frac{18}{\sqrt[3]{24}}$$

Viel Erfolg!

16

Lösung: Klassenarbeit Mathematik · Klasse 9

Insgesamt sind 30 Punkte erreichbar, halbe Punkte sind möglich.

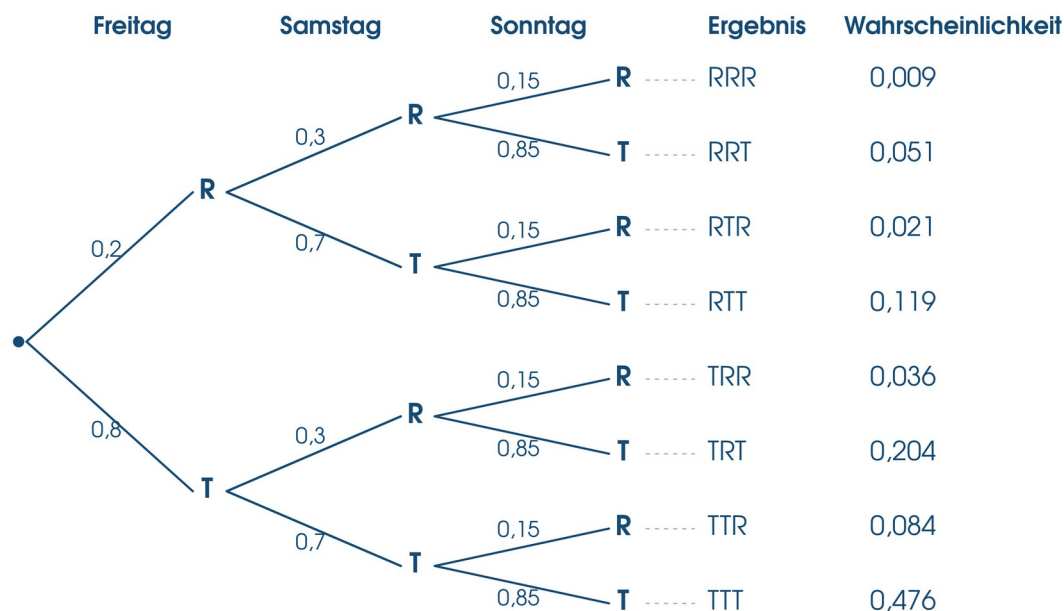
Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
30–27 P.	26,5–24 P.	23,5–19,5 P.	19–15 P.	14,5–9 P.	8,5–0 P.

1 Wetter am Wochenende

Mara verbringt ein langes Wochenende von Freitag bis Sonntag an der Ostsee. Der Wetterdienst sagt für diese drei Tage folgende Regenwahrscheinlichkeiten voraus:

Tag	Freitag	Samstag	Sonntag
Regenwahrscheinlichkeit	20 %	30 %	15 %

- a) Verwende R für „Regentag“ und T für „trockener Tag“. Zeichne ein Baumdiagramm zum dreistufigen Zufallsexperiment „Wetter am Wochenende“.



Es gibt 8 mögliche Ergebnisse ($|\Omega| = 8$).

- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit bleibt es an allen drei Tagen trocken?

$$P(TTT) = 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,85 = 0,476 = 47,6 \%$$

- c) Berechne die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses E_1 : „An höchstens einem Tag regnet es.“

$$E_1 = \{TTT; RTT; TRT; TTR\}$$

$$P(E_1) = 0,476 + 0,2 \cdot 0,7 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,3 \cdot 0,85 + 0,8 \cdot 0,7 \cdot 0,15 \\ = 0,476 + 0,119 + 0,204 + 0,084 = 0,883 = 88,3 \%$$

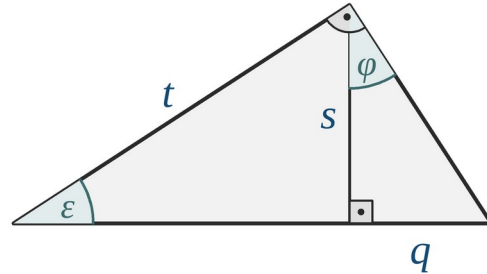
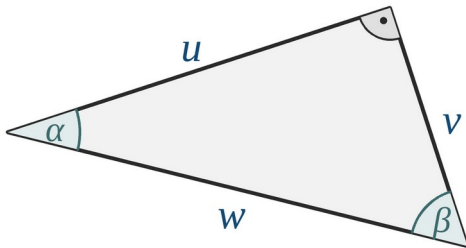
- d) Beschreibe das Gegenereignis E_2 von E_1 in Worten und berechne $P(E_2)$.

$$E_2: \text{„An mindestens zwei Tagen regnet es.“}$$

$$P(E_2) = 1 - P(E_1) = 1 - 0,883 = 0,117 = 11,7 \%$$

2 Seiten im rechtwinkligen Dreieck

Beschrifte die Seiten der beiden Dreiecke so, dass die angegebenen Beziehungen gelten. Im rechten Dreieck ist die Höhe eingezeichnet.



$$\cos \alpha = \frac{u}{w} \quad \text{und} \quad \tan \beta = \frac{u}{v}$$

$$\sin \varepsilon = \frac{s}{t} \quad \text{und} \quad \tan \varphi = \frac{q}{s}$$

Links: w ist die Hypotenuse, u die Ankathete von α (zugleich Gegenkathete von β), v die Ankathete von β .

Rechts: s ist die Höhe; im linken Teildreieck ist s Gegenkathete von ε und t die Hypotenuse, im rechten Teildreieck ist s Ankathete und q Gegenkathete von φ .

4 / 4

3 Winkel am Würfel

Gegeben ist ein Würfel ABCDEFGH mit der Kantenlänge a . Eingezeichnet sind die Raumdiagonale BH und der Diagonalschnitt BDHF (getönt).

Länge der Flächendiagonale und der Raumdiagonale (Satz des Pythagoras):

$$\overline{FH} = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = \sqrt{2} \cdot a$$

$$\overline{BH} = \sqrt{\overline{FH}^2 + \overline{BF}^2} = \sqrt{2a^2 + a^2} = \sqrt{3a^2} = \sqrt{3} \cdot a$$

- a) Berechne den Winkel α , den die Raumdiagonale BH mit der Kante BF einschließt.

Das Dreieck BFH hat bei F einen rechten Winkel:

$$\cos \alpha = \frac{\overline{BF}}{\overline{BH}} = \frac{a}{\sqrt{3} \cdot a} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha \approx 54,7^\circ$$

- b) Berechne den Winkel β , den die Raumdiagonale BH mit der Grundfläche ABCD einschließt.

Das Dreieck BDH hat bei D einen rechten Winkel (BD ist die Projektion von BH auf die Grundfläche):

$$\sin \beta = \frac{\overline{DH}}{\overline{BH}} = \frac{a}{\sqrt{3} \cdot a} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \beta \approx 35,3^\circ$$

7 / 7

4 Eine Geschenkschachtel

Ein Teeladen verpackt 24 Teebeutel in einer Geschenkschachtel wie in der Abbildung (Schrägbild, Maßstab 1 : 3,5). Die Schachtel ist 12,5 cm hoch. Ihre Bodenfläche ist ein Quadrat mit der Seitenlänge 12,5 cm, ihre Deckfläche ein Rechteck mit den Maßen 12,5 cm × 5,5 cm. Die Schachtel ist symmetrisch aufgebaut.

- a) Gib möglichst genau an, um welchen Körper es sich handelt.

Die Schachtel ist ein gerades vierseitiges Prisma mit einem (gleichschenkligen) Trapez als Grundfläche.

- b) Berechne das Volumen der Schachtel.

$$\text{Grundfläche (Trapez): } G = (12,5 \text{ cm} + 5,5 \text{ cm}) : 2 \cdot 12,5 \text{ cm} = 9 \text{ cm} \cdot 12,5 \text{ cm} = 112,5 \text{ cm}^2$$

$$\text{Körperhöhe des Prismas: } 12,5 \text{ cm}$$

$$V = G \cdot h = 112,5 \text{ cm}^2 \cdot 12,5 \text{ cm} = 1406,25 \text{ cm}^3 \approx 1406 \text{ cm}^3$$

4 / 4

5 Rechnen mit Wurzeln

- a) Vereinfache so weit wie möglich. Gib das Ergebnis als eine einzige Wurzel an ($x > 0$).

$$(\sqrt{x^2 \cdot \sqrt[3]{x}} \cdot \sqrt[6]{x^{-5}}) \cdot \sqrt[4]{x^3 \cdot \sqrt{x}}$$

$$\sqrt{x^2 \cdot \sqrt[3]{x}} = (x^2 \cdot x^{1/3})^{1/2} = (x^{7/3})^{1/2} = x^{7/6}$$

$$\sqrt[6]{x^{-5}} = x^{-5/6}$$

$$\sqrt[4]{x^3 \cdot \sqrt{x}} = (x^3 \cdot x^{1/2})^{1/4} = (x^{7/2})^{1/4} = x^{7/8}$$

$$\begin{aligned} \text{Term} &= x^{7/6} \cdot x^{-5/6} \cdot x^{7/8} = x^{28/24 - 20/24 + 21/24} = x^{29/24} \\ &= \sqrt[24]{x^{29}} \quad (= x \cdot \sqrt[24]{x^5}) \end{aligned}$$

- b) Mache den Nenner rational, vereinfache so weit wie möglich und gib das Ergebnis in Wurzelschreibweise an.

$$\frac{18}{\sqrt[3]{24}}$$

$$\frac{18}{\sqrt[3]{24}} = \frac{18}{\sqrt[3]{8 \cdot 3}} = \frac{18}{2 \cdot \sqrt[3]{3}} = \frac{9}{\sqrt[3]{3}}$$

$$= \frac{9 \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[3]{9}} = \frac{9 \cdot \sqrt[3]{9}}{\sqrt[3]{27}} = \frac{9 \cdot \sqrt[3]{9}}{3} = 3 \cdot \sqrt[3]{9}$$

6 / 6