

Mathearbeit Klasse 9

Thema: Quadratische Gleichungen und mehrstufige Zufallsexperimente

Jahrgangsstufe

9**Viel Erfolg!**

Name: _____

Datum: _____

Punkte: _____ / 29 Note: _____

Unterschrift: _____

1 Rechteck

Bei einem Rechteck ist die eine Seite dreimal so lang wie die andere. Verdreifacht man die kürzere Seite und verlängert die längere Seite um 10 cm, so ist der Flächeninhalt des neuen Rechtecks fünfmal so groß wie der des ursprünglichen Rechtecks.

Berechne die Seitenlängen des ursprünglichen Rechtecks.

Antwort: _____

____ / 5

2 Löse die Gleichungen. Gib jeweils die Lösungsmenge an.

a) $4x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3} = 0$

b) $4x \cdot (2x - 3) = -5$

____ / 4

3

- a) Parabel: $y = 2x^2 + bx + 40,5$

Bestimme b so, dass der Scheitel der Parabel auf der x -Achse liegt. Gib alle Möglichkeiten an.

- b) Parabel: $y = 4x^2 - 24x + c$

Bestimme c so, dass der Scheitel der Parabel auf der x -Achse liegt.

- c) Parabel: $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + t$

Bestimme t so, dass die beiden Koordinaten des Scheitels gleich sind. Gib den Scheitel an.

___ / 10

4

Rauchmelder werden am Ende der Produktion dreimal nacheinander geprüft. Ein bestimmter Fehler wird bei jeder Prüfung mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % übersehen, unabhängig von den anderen Prüfungen.

Ein Rauchmelder hat diesen Fehler. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Fehler

- a) spätestens bei der zweiten Prüfung entdeckt?

- b) erst bei der dritten Prüfung entdeckt?

____ / 5

5

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit steigt als Erstes ein Mädchen aus?

____ / 5

Geschafft!

Lösung: Mathearbeit Klasse 9

Insgesamt sind 29 Punkte erreichbar, halbe Punkte sind möglich.

Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
29–26,5 P.	26–23,5 P.	23–19 P.	18,5–14,5 P.	14–9 P.	8,5–0 P.

1 Rechteck

Bei einem Rechteck ist die eine Seite dreimal so lang wie die andere. Verdreifacht man die kürzere Seite und verlängert die längere Seite um 10 cm, so ist der Flächeninhalt des neuen Rechtecks fünfmal so groß wie der des ursprünglichen Rechtecks.

Berechne die Seitenlängen des ursprünglichen Rechtecks.

kürzere Seite: a (in cm), längere Seite: $3a$; neues Rechteck: $3a$ und $3a + 10$

Gleichung: $3a \cdot (3a + 10) = 5 \cdot a \cdot 3a$

$$9a^2 + 30a = 15a^2 \Rightarrow 6a^2 - 30a = 0 \Rightarrow 6a \cdot (a - 5) = 0$$

$a = 0$ (entfällt, keine Seitenlänge) oder $a = 5$

Probe: alt $5 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} = 75 \text{ cm}^2$; neu $15 \text{ cm} \cdot 25 \text{ cm} = 375 \text{ cm}^2 = 5 \cdot 75 \text{ cm}^2$

Das Rechteck ist 5 cm breit und 15 cm lang.

5 / 5

2 Löse die Gleichungen. Gib jeweils die Lösungsmenge an.

a) $4x^2 + \frac{5}{3}x - \frac{2}{3} = 0$

$$\cdot 3: 12x^2 + 5x - 2 = 0$$

$$D = 5^2 - 4 \cdot 12 \cdot (-2) = 25 + 96 = 121; \quad \sqrt{121} = 11$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 11}{24} \Rightarrow x_1 = \frac{6}{24} = \frac{1}{4}; \quad x_2 = \frac{-16}{24} = -\frac{2}{3}$$

$$L = \left\{ -\frac{2}{3}; \frac{1}{4} \right\}$$

b) $4x \cdot (2x - 3) = -5$

$$8x^2 - 12x = -5 \Rightarrow 8x^2 - 12x + 5 = 0$$

$$D = (-12)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 5 = 144 - 160 = -16 < 0 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$L = \{ \}$$

4 / 4

3 Scheitelpunkt und Parameter

a) Parabel: $y = 2x^2 + bx + 40,5$

Bestimme b so, dass der Scheitel der Parabel auf der x -Achse liegt. Gib alle Möglichkeiten an.

Scheitel auf der x -Achse $\Leftrightarrow$ genau eine Nullstelle $\Leftrightarrow D = 0$

$$D = b^2 - 4 \cdot 2 \cdot 40,5 = b^2 - 324 = 0 \Rightarrow b^2 = 324$$

$$b = 18 \text{ (S(-4,5 | 0)) oder } b = -18 \text{ (S(4,5 | 0))}$$

b) Parabel: $y = 4x^2 - 24x + c$

Bestimme c so, dass der Scheitel der Parabel auf der x -Achse liegt.

$$D = (-24)^2 - 4 \cdot 4 \cdot c = 576 - 16c = 0 \Rightarrow 16c = 576$$

$$c = 36 \quad (y = 4(x - 3)^2, S(3 \mid 0))$$

c) Parabel: $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + t$

Bestimme t so, dass die beiden Koordinaten des Scheitels gleich sind. Gib den Scheitel an.

$$y = \frac{1}{2}(x^2 + 6x) + t = \frac{1}{2}(x^2 + 6x + 9 - 9) + t = \frac{1}{2}(x + 3)^2 - 4,5 + t$$

Scheitel: $S(-3 \mid t - 4,5)$

gleiche Koordinaten: $t - 4,5 = -3 \Rightarrow t = 1,5$

$$t = 1,5; \quad S(-3 \mid -3)$$

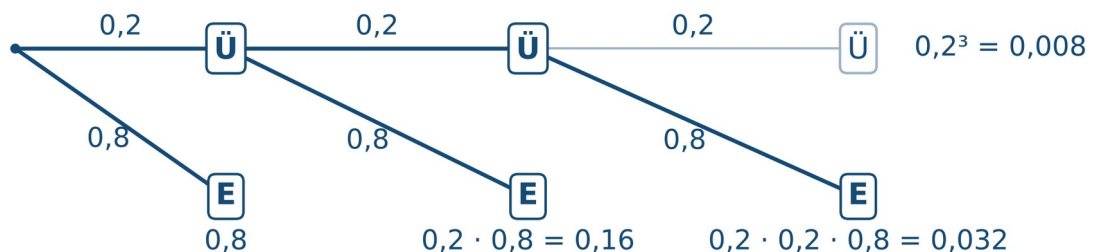
10 / 10

4 Qualitätskontrolle

Rauchmelder werden am Ende der Produktion dreimal nacheinander geprüft. Ein bestimmter Fehler wird bei jeder Prüfung mit einer Wahrscheinlichkeit von 20 % übersehen, unabhängig von den anderen Prüfungen.

Ein Rauchmelder hat diesen Fehler. Mit welcher Wahrscheinlichkeit wird der Fehler

a) spätestens bei der zweiten Prüfung entdeckt?



E: entdeckt (0,8), Ü: übersehen (0,2)

$$P = P(E) + P(\ddot{U}E) = 0,8 + 0,2 \cdot 0,8 = 0,8 + 0,16 = 0,96 \quad (\text{oder: } 1 - 0,2 \cdot 0,2 = 0,96)$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 96 %.

b) erst bei der dritten Prüfung entdeckt?

$$P(\ddot{U}\ddot{U}E) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,8 = 0,032$$

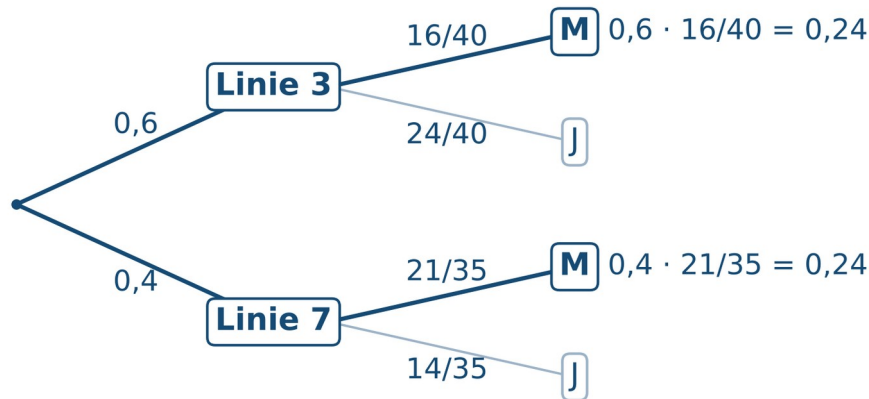
Die Wahrscheinlichkeit beträgt 3,2 %.

5 / 5

5 Schulbusse

Morgens halten zwei Schulbusse kurz nacheinander an der Haltestelle vor der Schule. In der Linie 3 sitzen 16 Mädchen und 24 Jungen, in der Linie 7 sitzen 21 Mädchen und 14 Jungen. An 60 % der Schultage hält die Linie 3 zuerst. Die Fahrgäste steigen in zufälliger Reihenfolge aus.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit steigt als Erstes ein Mädchen aus?



$$P(M) = 0,6 \cdot \frac{16}{40} + 0,4 \cdot \frac{21}{35} = 0,6 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,6 = 0,24 + 0,24 = 0,48$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt 48 %.

b) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Schulwoche (5 Schultage) an genau einem Tag ein Mädchen als Erstes aussteigt? Die Tage sind voneinander unabhängig.

M: Mädchen zuerst (0,48), J: Junge zuerst ($1 - 0,48 = 0,52$)

ein Pfad, z. B. M J J J J: $0,48 \cdot 0,52^4 \approx 0,48 \cdot 0,0731 \approx 0,0351$

Der Tag mit M kann jeder der 5 Tage sein, also gibt es 5 solche Pfade:

$$P = 5 \cdot 0,48 \cdot 0,52^4 \approx 0,1755$$

Die Wahrscheinlichkeit beträgt etwa 17,5 %.