

Klassenarbeit Mathematik · Klasse 9

Thema: Quadratische Funktionen, quadratische Gleichungen, Extremwertprobleme

Name: _____ Datum: _____

Unterschrift: _____

Punkte

_____ / 27

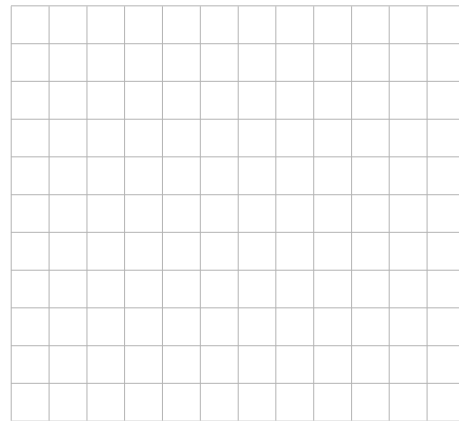
Note

1 Gegeben ist die quadratische Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 - x + \frac{10}{3}$.

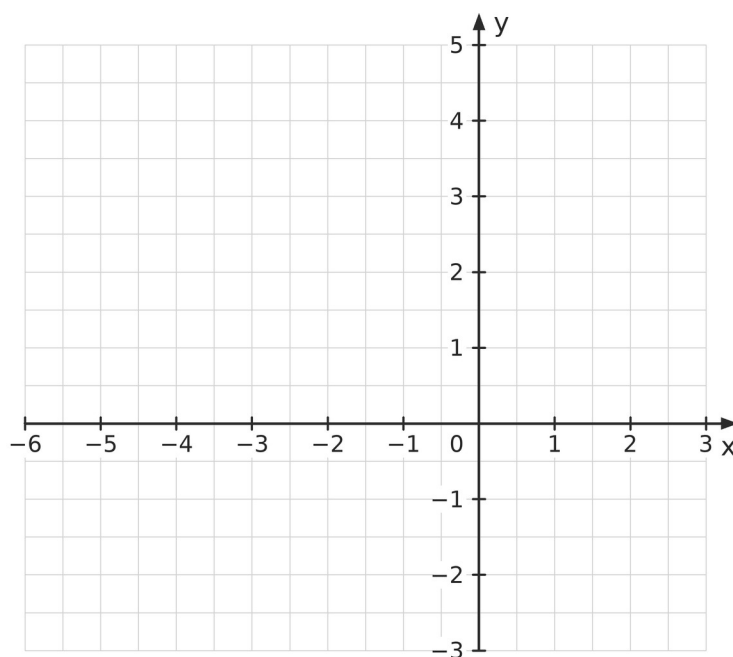
a) Bringe die Funktionsgleichung mithilfe der quadratischen Ergänzung in die Scheitelpunktform. Gib den Scheitelpunkt an.



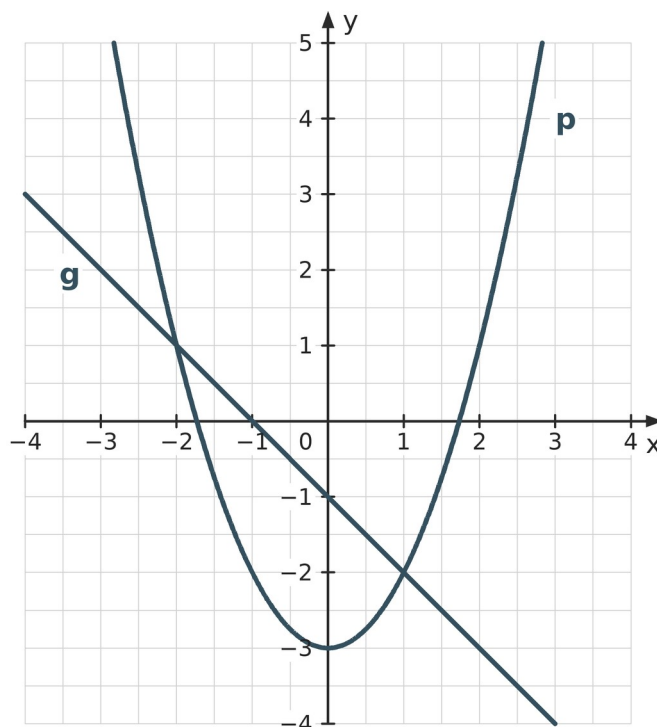
b) Berechne die Nullstellen der Funktion f .



c) Skizziere den Graphen von f für $-6 \leq x \leq 3$ im Koordinatensystem.



- 2 Die Abbildung zeigt eine verschobene Normalparabel p und eine Gerade g. Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte von p und g.
Lies dazu zuerst die beiden Funktionsgleichungen aus der Abbildung ab.

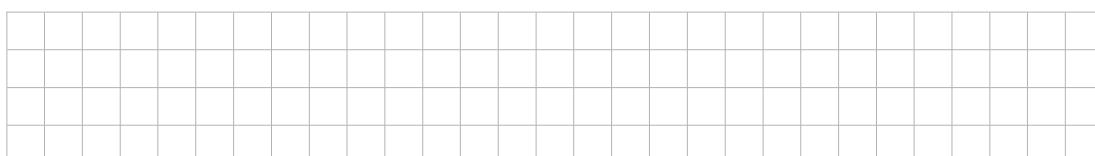


$S_1(\text{---} | \text{---})$

$S_2(\text{---} | \text{---})$

___ / 4

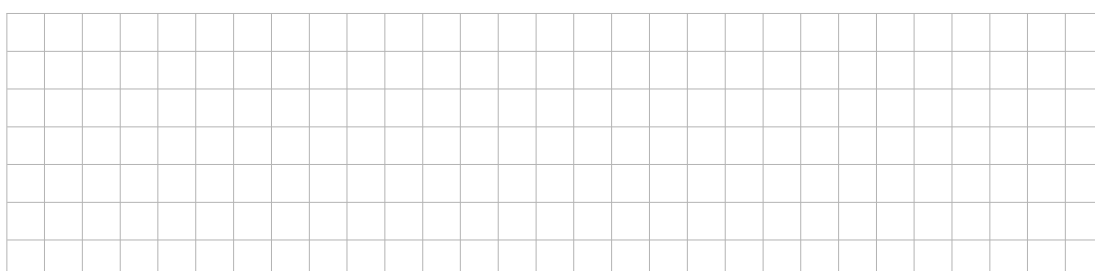
- 3 Eine quadratische Gleichung hat die Lösungen $x_1 = -3$ und $x_2 = 4$.
Bestimme die Gleichung der zugehörigen verschobenen und mit dem Faktor 3 gestreckten Parabel, die die x-Achse bei x_1 und x_2 schneidet.
Gib sie in der Form $y = ax^2 + bx + c$ an.



$y = \text{---}$

___ / 2

- 4 Eine Parabel hat die Gleichung $y = ax^2 + bx + c$.
Bestimme a, b und c so, dass die Parabel durch die Punkte $P(-2 | 7)$, $Q(0 | -1)$ und $R(2 | 3)$ verläuft. Gib die Parabelgleichung an.



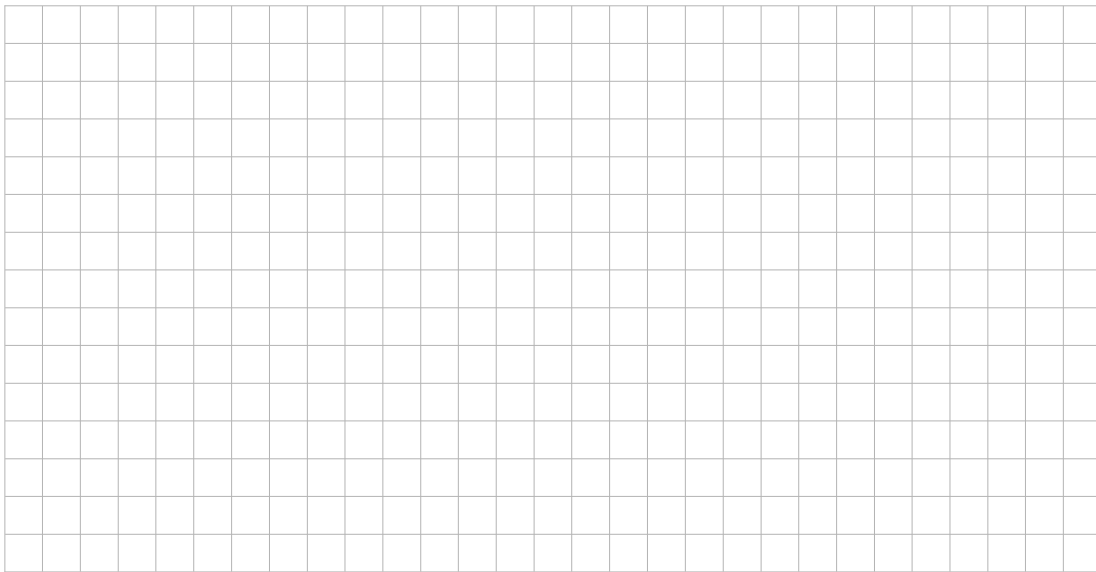
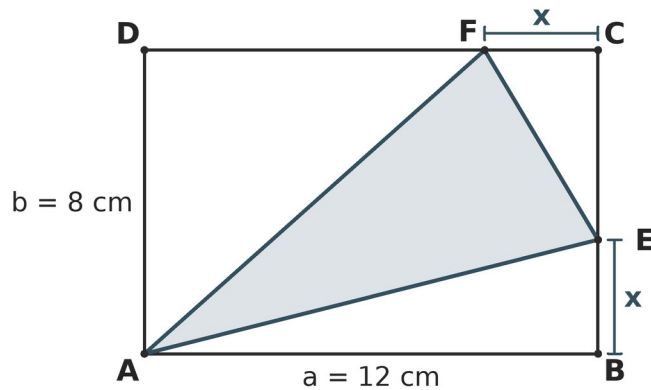
$y = \text{---}$

___ / 5

5 **Extremwertproblem: Dreieck im Rechteck**

Im Rechteck ABCD ist $AB = a = 12 \text{ cm}$ und $BC = b = 8 \text{ cm}$. Von B aus wird auf der Seite BC und von C aus auf der Seite CD jeweils die Strecke x abgetragen ($0 \leq x \leq 8$). So entstehen die Punkte E und F und das Dreieck AEF (siehe Skizze).

Für welchen Wert von x ist der Flächeninhalt des Dreiecks AEF am kleinsten? Wie groß ist er dann? Stelle einen Term für den Flächeninhalt $A(x)$ auf und löse das Problem rechnerisch.

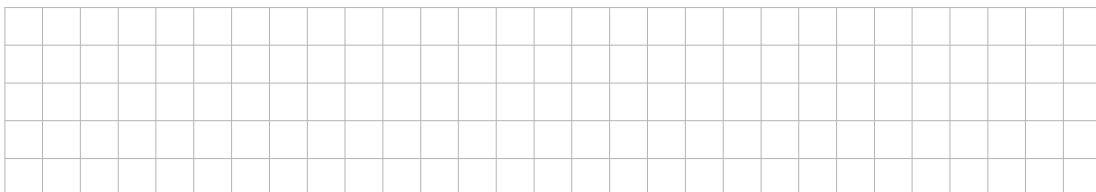


Antwort: _____

___ / 5

6 **Grundwissen**

Ein kreisrundes Blumenbeet hat einen Flächeninhalt von 20 m^2 . Berechne den Radius des Beets.



Antwort: _____

___ / 2

Lösung: Klassenarbeit Mathematik · Klasse 9

Insgesamt sind 27 Punkte erreichbar, halbe Punkte sind möglich.

Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
27–23 P.	22,5–19 P.	18,5–15 P.	14,5–11 P.	10,5–5,5 P.	5–0 P.

1 Gegeben ist die quadratische Funktion f mit $f(x) = -1/3 x^2 - x + 10/3$.

- a) Bringe die Funktionsgleichung mithilfe der quadratischen Ergänzung in die Scheitelpunktform. Gib den Scheitelpunkt an.

$$\begin{aligned}f(x) &= -1/3 x^2 - x + 10/3 \\&= -1/3 (x^2 + 3x) + 10/3 \\&= -1/3 (x^2 + 3x + (3/2)^2 - (3/2)^2) + 10/3 \\&= -1/3 (x + 3/2)^2 + 3/4 + 10/3 \\&= -1/3 (x + 1,5)^2 + 49/12\end{aligned}$$

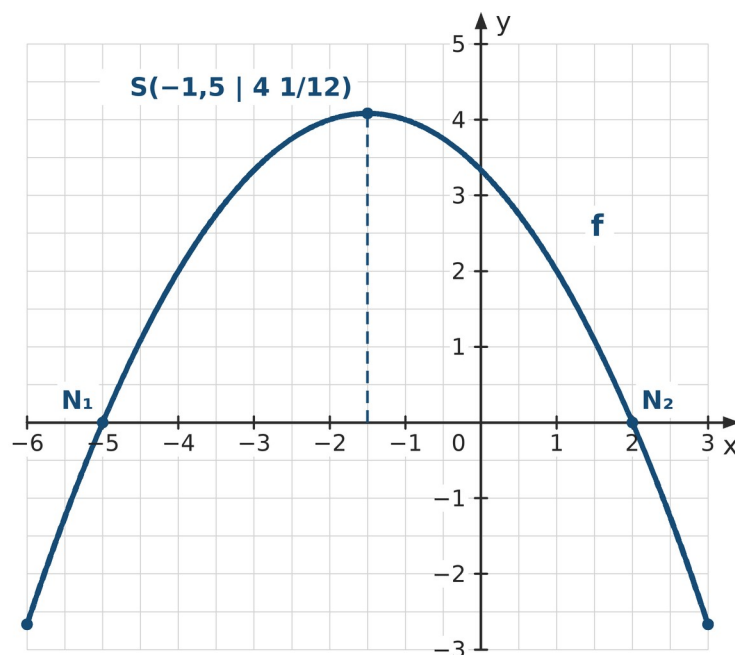
Scheitelpunkt $S(-1,5 \mid 4 \frac{1}{12})$

- b) Berechne die Nullstellen der Funktion f .

$$\begin{aligned}f(x) = 0: & -1/3 x^2 - x + 10/3 = 0 \quad | \cdot (-3) \\& x^2 + 3x - 10 = 0 \\& x_{1,2} = (-3 \pm \sqrt{(9 + 40)}) : 2 = (-3 \pm 7) : 2 \\& \mathbf{x_1 = -5; x_2 = 2}\end{aligned}$$

- c) Skizziere den Graphen von f für $-6 \leq x \leq 3$ im Koordinatensystem.

Wertetabelle (Auswahl): $f(-6) = f(3) = -2 \frac{2}{3}$; $f(-4) = f(1) = 2$;
 $f(-3) = f(0) = 3 \frac{1}{3}$; $f(-2) = f(-1) = 4$



- 2 Die Abbildung zeigt eine verschobene Normalparabel p und eine Gerade g. Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte von p und g.
Lies dazu zuerst die beiden Funktionsgleichungen aus der Abbildung ab.

Aus der Abbildung:

$$p: y = x^2 - 3$$

$$g: y = -x - 1$$

Gleichsetzen:

$$x^2 - 3 = -x - 1$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$\text{Vieta: } x_1 + x_2 = -1 \text{ und}$$

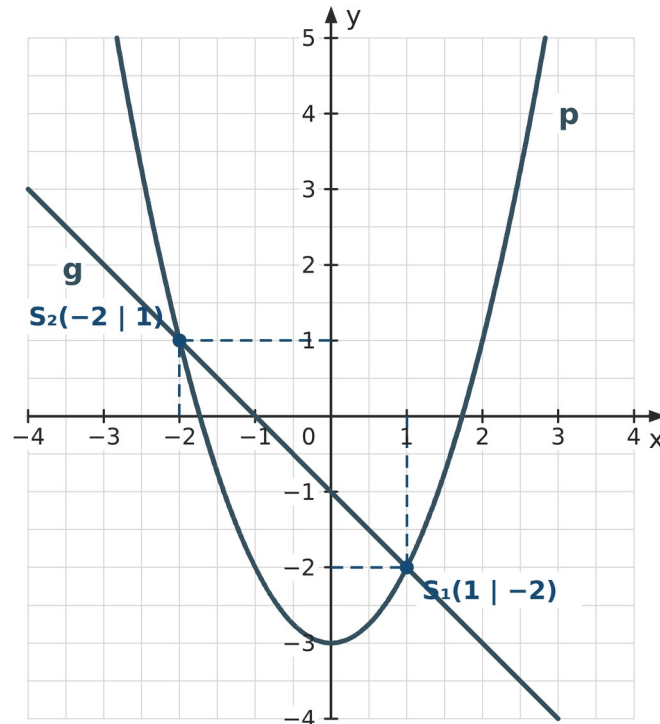
$$x_1 \cdot x_2 = -2$$

$$\Rightarrow x_1 = 1; x_2 = -2$$

$$y_1 = -1 - 1 = -2$$

$$y_2 = -(-2) - 1 = 1$$

$$S_1(1 \mid -2); S_2(-2 \mid 1)$$



4 / 4

- 3 Eine quadratische Gleichung hat die Lösungen $x_1 = -3$ und $x_2 = 4$.
Bestimme die Gleichung der zugehörigen verschobenen und mit dem Faktor 3 gestreckten Parabel, die die x-Achse bei x_1 und x_2 schneidet.
Gib sie in der Form $y = ax^2 + bx + c$ an.

$$\begin{aligned} y &= 3 \cdot (x + 3) \cdot (x - 4) \\ &= 3 \cdot (x^2 - x - 12) \\ &= 3x^2 - 3x - 36 \end{aligned}$$

2 / 2

- 4 Eine Parabel hat die Gleichung $y = ax^2 + bx + c$.
Bestimme a, b und c so, dass die Parabel durch die Punkte P(-2 | 7), Q(0 | -1) und R(2 | 3) verläuft. Gib die Parabelgleichung an.

$$\text{I } 7 = 4a - 2b + c$$

$$\text{II } -1 = c$$

$$\text{III } 3 = 4a + 2b + c$$

$c = -1$ in I und III einsetzen:

$$\text{I}' 8 = 4a - 2b$$

$$\text{III}' 4 = 4a + 2b$$

$$\text{I}' + \text{III}' 12 = 8a \Rightarrow a = 3/2 = 1,5$$

$$a \text{ in III}' \text{ einsetzen: } 4 = 6 + 2b \Rightarrow b = -1$$

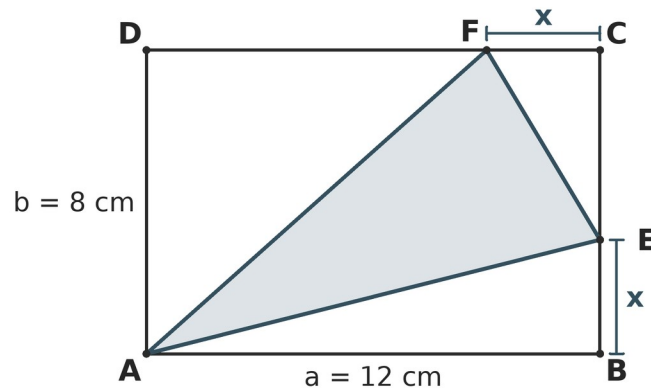
$$y = 1,5x^2 - x - 1$$

5 / 5

5 Extremwertproblem: Dreieck im Rechteck

Im Rechteck ABCD ist $AB = a = 12 \text{ cm}$ und $BC = b = 8 \text{ cm}$. Von B aus wird auf der Seite BC und von C aus auf der Seite CD jeweils die Strecke x abgetragen ($0 \leq x \leq 8$). So entstehen die Punkte E und F und das Dreieck AEF (siehe Skizze).

Für welchen Wert von x ist der Flächeninhalt des Dreiecks AEF am kleinsten? Wie groß ist er dann? Stelle einen Term für den Flächeninhalt $A(x)$ auf und löse das Problem rechnerisch.



$$\begin{aligned} A(x) &= A(\text{Rechteck}) - A(\text{ABE}) - A(\text{ECF}) - A(\text{AFD}) \\ &= 96 - \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot x - \frac{1}{2} \cdot x \cdot (8 - x) - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot (12 - x) \\ &= 96 - 6x - 4x + \frac{1}{2}x^2 - 48 + 4x \\ &= \frac{1}{2}x^2 - 6x + 48 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 - 12x + 36 - 36) + 48 \\ &= \frac{1}{2}(x - 6)^2 + 30 \end{aligned}$$

Scheitelpunkt $S(6 \mid 30)$; die Parabel ist nach oben geöffnet, S ist also der Tiefpunkt.

Für $x = 6 \text{ cm}$ ist der Flächeninhalt des Dreiecks AEF am kleinsten. Er beträgt 30 cm^2 .

5 / 5

6 Grundwissen

Ein kreisrundes Blumenbeet hat einen Flächeninhalt von 20 m^2 . Berechne den Radius des Beets.

$$\begin{aligned} A &= \pi \cdot r^2 \\ r &= \sqrt{A : \pi} = \sqrt{20 \text{ m}^2 : \pi} \\ &\approx \mathbf{2,52 \text{ m}} \end{aligned}$$

2 / 2