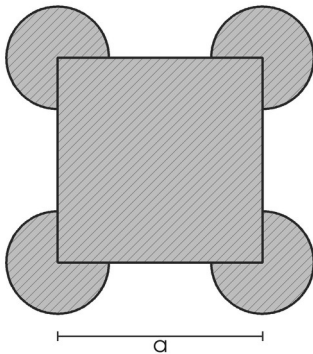


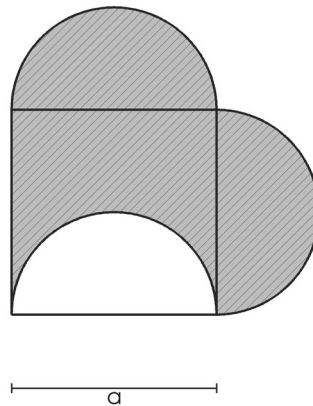
Aufgabe 3 Flächen aus Kreisen und Kreisteilen

Berechne jeweils den Inhalt der grau schraffierten Fläche in Abhängigkeit von der Seitenlänge a des Quadrats. Runde den Vorfaktor auf drei Nachkommastellen (z. B. $1,234 \cdot a^2$).

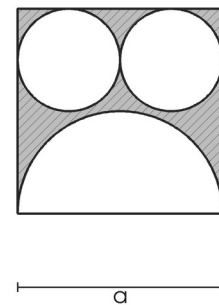
- a)** Um jede Ecke ist ein Kreis mit dem Radius $\frac{1}{4}a$ gezeichnet.



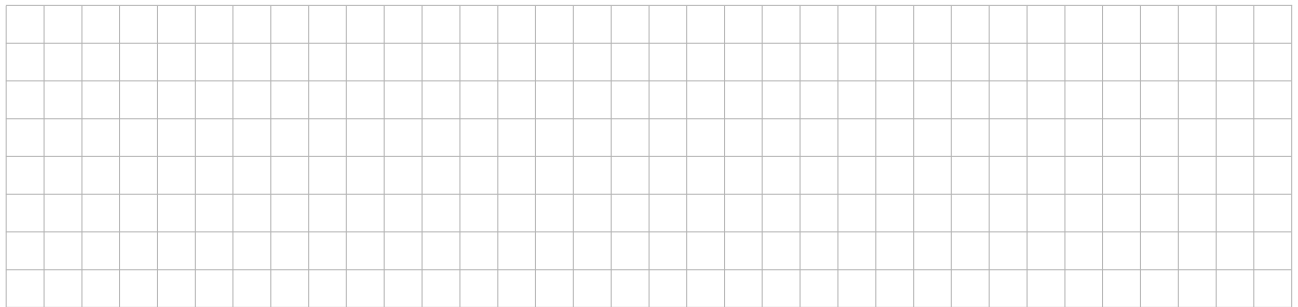
- b)** Alle Bögen sind Halbkreise mit dem Durchmesser a .



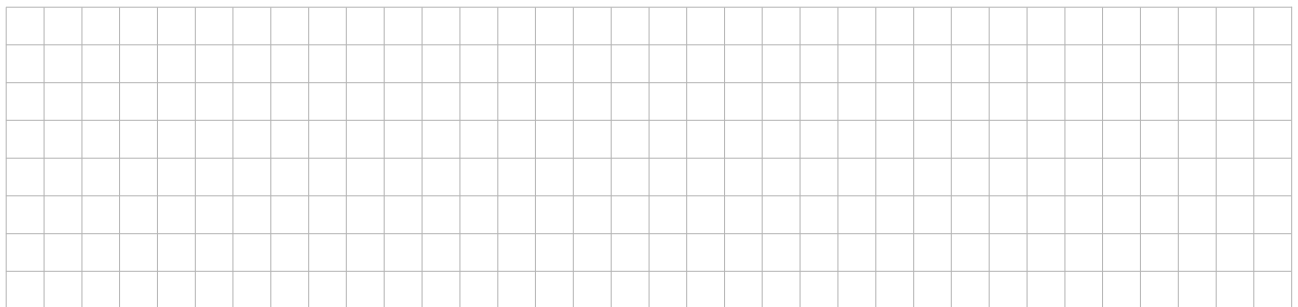
- c)** Unten liegt ein Halbkreis mit dem Durchmesser a , darüber zwei gleich große Kreise.



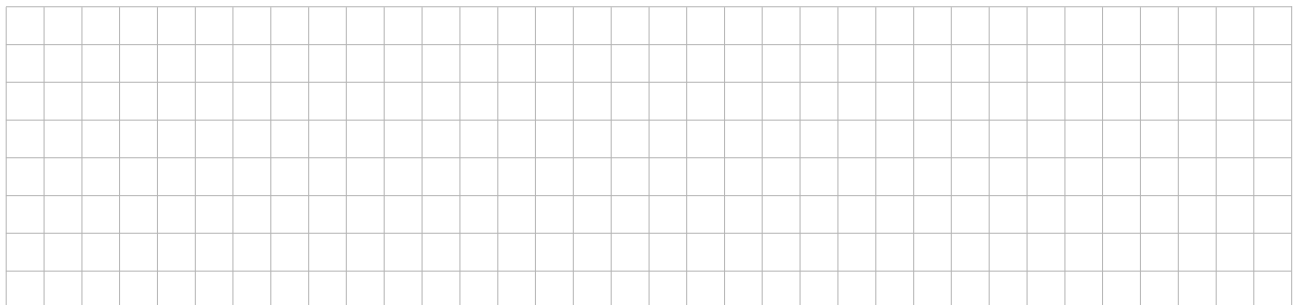
a)



b)

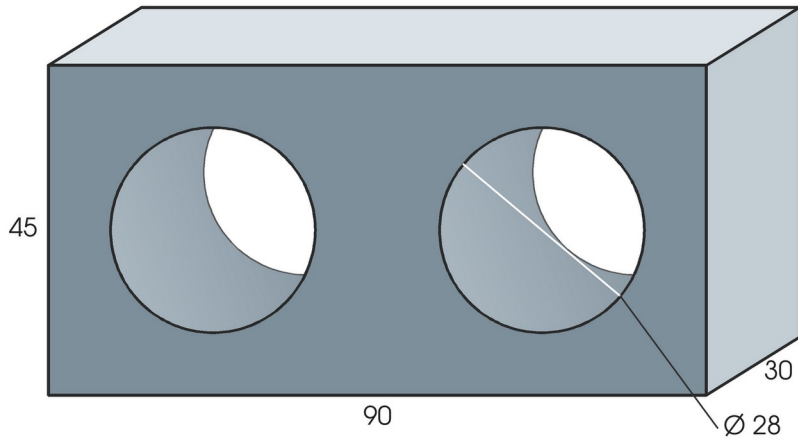


c)



Aufgabe 4 Volumen und Oberflächeninhalt eines zusammengesetzten Körpers

Ein Bauteil aus Beton hat die Form eines Quaders. Von vorn nach hinten sind zwei gleich große, zylinderförmige Kanäle durchgebohrt (Angaben in cm).



- a)** Berechne das Volumen des Bauteils.

- b)** Berechne den Oberflächeninhalt des Bauteils. Die Innenwände der Kanäle gehören dazu.

Viel Erfolg!

Lösung: Klassenarbeit Mathematik · Klasse 8

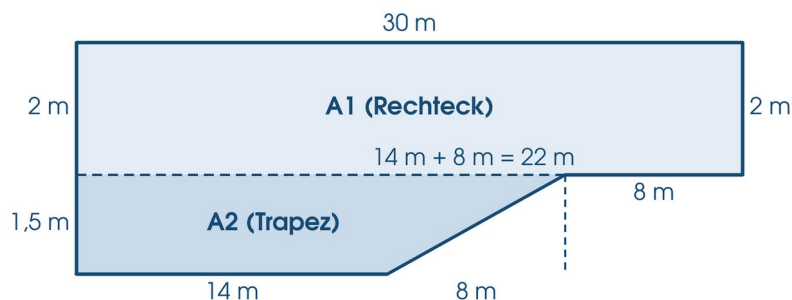
Insgesamt sind 64 Punkte erreichbar, halbe Punkte sind möglich.

Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
64–55 P.	54,5–45 P.	44,5–36 P.	35,5–25 P.	24,5–13 P.	12,5–0 P.

Aufgabe 1 Volumen und Oberfläche eines Prismas

Ein Verleih für Festausrüstung bietet für Stadtfeste ein großes, fahrbares Badebecken aus Stahl an. Das Becken hat die Form eines liegenden Prismas (Abbildung ohne Deckel, nicht maßstäblich).

- a) Vor dem Fest wird das Becken bis zum Rand mit Wasser gefüllt. Berechne, wie viele Liter Wasser dafür nötig sind. ($1 \text{ l} = 1 \text{ dm}^3$)



$V = G \cdot h_K$ (Grundfläche G ist die Vorderfläche, Körperhöhe $h_K = 11 \text{ m}$)

Rechteck: $A_1 = 30 \text{ m} \cdot 2 \text{ m} = 60 \text{ m}^2$

Trapez: $A_2 = (14 \text{ m} + 22 \text{ m}) : 2 \cdot 1,5 \text{ m} = 27 \text{ m}^2$

$G = A_1 + A_2 = 60 \text{ m}^2 + 27 \text{ m}^2 = 87 \text{ m}^2$

$V = 87 \text{ m}^2 \cdot 11 \text{ m} = 957 \text{ m}^3 = 957\,000 \text{ dm}^3$

Für das Becken werden 957 000 Liter Wasser benötigt.

- b) Nach dem Fest wird das Becken mit einem Deckel verschlossen. Damit es beim nächsten Einsatz gepflegt aussieht, wird es von außen rundherum (auch Deckel und Unterseite) mit wetterfester Farbe gestrichen. Berechne, wie viele Quadratmeter gestrichen werden müssen.

$O = 2 \cdot G + M$ mit $M = u \cdot h_K$

$u = 30 \text{ m} + 3,5 \text{ m} + 14 \text{ m} + 8,139 \text{ m} + 8 \text{ m} + 2 \text{ m} = 65,639 \text{ m}$

$M = 65,639 \text{ m} \cdot 11 \text{ m} = 722,029 \text{ m}^2$

$O = 2 \cdot 87 \text{ m}^2 + 722,029 \text{ m}^2 = 896,029 \text{ m}^2$

Es müssen etwa 896,03 m² gestrichen werden.

Aufgabe 2 Volumen von Zylindern und einem Quader

Mira backt eine Sahnetorte in einer zylinderförmigen Springform mit 0,24 m Durchmesser. Die fertige Torte ist 8 cm hoch.

- a) Berechne das Volumen der Torte.

$$d = 0,24 \text{ m} = 24 \text{ cm, also } r = 12 \text{ cm; } h = 8 \text{ cm}$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h = \pi \cdot (12 \text{ cm})^2 \cdot 8 \text{ cm} = 1152\pi \text{ cm}^3 \approx 3619,1 \text{ cm}^3$$

Hilfe: Wenn du a) nicht lösen konntest, rechne in b) mit dem (nicht korrekten) Wert $V = 3500 \text{ cm}^3$ weiter.

- b) Ihr Bruder Jonas backt eine zylinderförmige Torte mit demselben Volumen wie Miras Torte. Der Umfang seiner Torte beträgt 69,1 cm. Berechne die Höhe von Jonas' Torte.

$$u = 2 \cdot \pi \cdot r \Rightarrow r = 69,1 \text{ cm} : (2\pi) \approx 11,0 \text{ cm}$$

$$V = \pi \cdot r^2 \cdot h \Rightarrow h = V : (\pi \cdot r^2) = 3619,1 \text{ cm}^3 : (\pi \cdot 121 \text{ cm}^2)$$

$$h \approx 9,52 \text{ cm}$$

(Mit dem Hilfswert 3500 cm^3 ergibt sich $h \approx 9,21 \text{ cm}$.)

- c) Mira verpackt ihre Torte in einen quaderförmigen Karton mit quadratischer Grundfläche (siehe Abbildung). An den Seiten und oben ist jeweils 1 cm Platz zwischen Torte und Karton. Berechne das Volumen des Kartons.

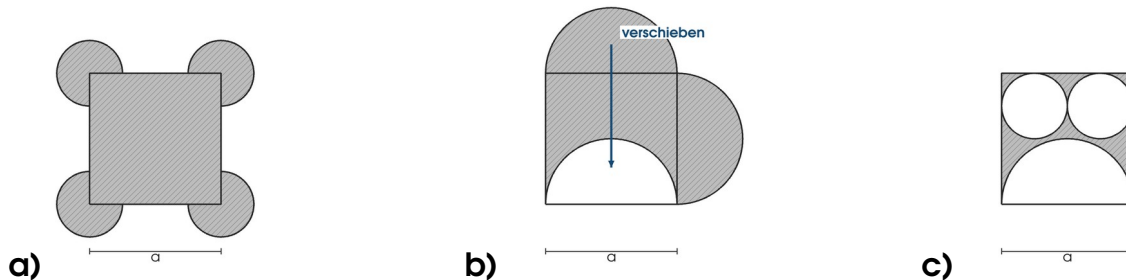
$$\text{Länge und Breite: } 24 \text{ cm} + 2 \cdot 1 \text{ cm} = 26 \text{ cm}$$

$$\text{Höhe: } 8 \text{ cm} + 1 \text{ cm} = 9 \text{ cm}$$

$$V_{\text{Karton}} = 26 \text{ cm} \cdot 26 \text{ cm} \cdot 9 \text{ cm} = 6084 \text{ cm}^3$$

Aufgabe 3 Flächen aus Kreisen und Kreisteilen

Berechne jeweils den Inhalt der grau schraffierten Fläche in Abhängigkeit von der Seitenlänge a des Quadrats. Runde den Vorfaktor auf drei Nachkommastellen (z. B. $1,234 \cdot a^2$).



- a) Quadrat und vier Dreiviertelkreise mit $r = \frac{1}{4} a$:

$$A_{\text{Quadrat}} = a^2$$

$$A_{\text{Dreiviertelkreis}} = \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{4} a\right)^2 = \frac{3}{64} \cdot \pi \cdot a^2 \approx 0,147 a^2$$

$$A = a^2 + 4 \cdot \frac{3}{64} \cdot \pi \cdot a^2 = a^2 + \frac{3}{16} \cdot \pi \cdot a^2 \approx 1,589 a^2$$

- b) Der obere Halbkreis passt genau in die untere Lücke (siehe Pfeil). Übrig bleiben das Quadrat und der rechte Halbkreis mit $r = \frac{1}{2} a$:

$$A = a^2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2} a\right)^2 = a^2 + \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot a^2 \approx a^2 + 0,393 a^2 \approx 1,393 a^2$$

- c) Vom Quadrat werden der Halbkreis ($r = \frac{1}{2} a$) und die zwei kleinen Kreise ($r = \frac{1}{4} a$) abgezogen:

$$A_{\text{Halbkreis}} = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{2} a\right)^2 = \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot a^2 \approx 0,393 a^2$$

$$A_{\text{klein}} = \pi \cdot \left(\frac{1}{4} a\right)^2 = \frac{1}{16} \cdot \pi \cdot a^2 \approx 0,196 a^2$$

$$A = a^2 - \frac{1}{8} \cdot \pi \cdot a^2 - 2 \cdot \frac{1}{16} \cdot \pi \cdot a^2 = a^2 - \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot a^2 \approx 0,215 a^2$$

20 / 20

Aufgabe 4 Volumen und Oberflächeninhalt eines zusammengesetzten Körpers

Ein Bauteil aus Beton hat die Form eines Quaders. Von vorn nach hinten sind zwei gleich große, zylinderförmige Kanäle durchgebohrt (Angaben in cm).

- a) Berechne das Volumen des Bauteils.

$$V_{\text{Quader}} = 90 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 121\,500 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Zylinder}} = \pi \cdot (14 \text{ cm})^2 \cdot 30 \text{ cm} = 5880\pi \text{ cm}^3 \approx 18\,472,56 \text{ cm}^3$$

$$V = V_{\text{Quader}} - 2 \cdot V_{\text{Zylinder}} = 121\,500 \text{ cm}^3 - 11\,760\pi \text{ cm}^3 \approx 84\,554,87 \text{ cm}^3$$

- b) Berechne den Oberflächeninhalt des Bauteils. Die Innenwände der Kanäle gehören dazu.

$$\text{Vier Seitenflächen des Quaders: } (45 + 90 + 45 + 90) \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 8100 \text{ cm}^2$$

$$\text{Mantel eines Kanals: } 2 \cdot \pi \cdot 14 \text{ cm} \cdot 30 \text{ cm} = 840\pi \text{ cm}^2 \approx 2638,94 \text{ cm}^2$$

$$\text{Vorder- bzw. Rückseite: } 90 \text{ cm} \cdot 45 \text{ cm} - 2 \cdot \pi \cdot (14 \text{ cm})^2 = 4050 \text{ cm}^2 - 392\pi \text{ cm}^2 \approx 2818,50 \text{ cm}^2$$

$$O = 8100 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 840\pi \text{ cm}^2 + 2 \cdot (4050 \text{ cm}^2 - 392\pi \text{ cm}^2) = 16\,200 \text{ cm}^2 + 896\pi \text{ cm}^2$$

$$O \approx 19\,014,87 \text{ cm}^2$$

16 / 16