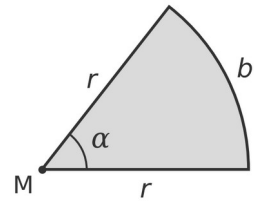


3) Kreisausschnitte

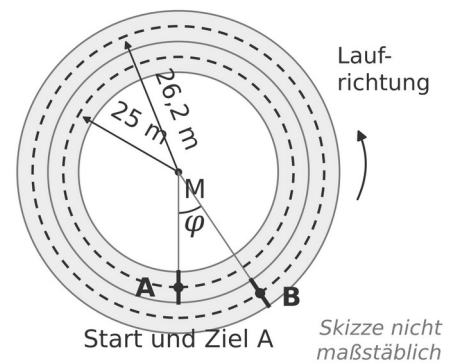
- a) Ein Kreisausschnitt mit dem Radius r hat den Umfang $U = 3,5 r$.

Berechne den Mittelpunktswinkel im Bogenmaß und im Gradmaß. Drücke den Flächeninhalt des Kreisausschnitts durch r aus.



- b) Zwei Läuferinnen tragen ein Rennen über genau eine Runde auf einer kreisförmigen Bahn aus. A läuft innen auf einem Kreis mit dem Radius 25 m, B außen auf einem Kreis mit dem Radius 26,2 m. Beide laufen bis zur Ziellinie bei „Start und Ziel A“.

Um welchen Winkel φ muss der Start von B nach vorn verlegt werden, damit beide gleich weit laufen? Wie viele Meter (auf der Außenbahn gemessen) beträgt die Vorverlegung?



____ / 8

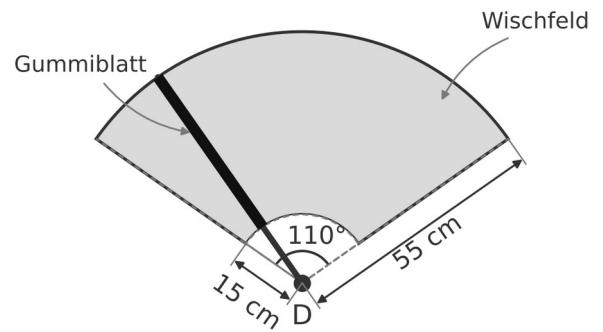
4 Wiederholung

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $3x^2 + 5x = 2$.

/ 3

5

Bei einem Wischvorgang dreht sich der Arm um 110° von einer Endstellung in die andere.



Lösung: Mathearbeit Klasse 10

Insgesamt sind 33 Punkte erreichbar, halbe Punkte sind möglich.

Note 1	Note 2	Note 3	Note 4	Note 5	Note 6
33–30 P.	29,5–26,5 P.	26–21,5 P.	21–16,5 P.	16–10 P.	9,5–0 P.

1 Kurz und knapp

- a) Rechne um (Bogenmaß exakt und gerundet) bzw. schreibe als Sinus oder Kosinus eines Winkels zwischen 0° und 90° .

(1) 66° ins Bogenmaß: $66^\circ = \frac{66}{180}\pi = \frac{11}{30}\pi \approx 1,15$

(2) $x = 4,25$ ins Gradmaß: $\alpha = 4,25 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 243,5^\circ$

(3) $\sin 1310^\circ = \sin(3 \cdot 360^\circ + 230^\circ) = \sin 230^\circ = -\sin 50^\circ$

(4) $\cos 6820^\circ = \cos(18 \cdot 360^\circ + 340^\circ) = \cos 340^\circ = \cos 20^\circ$

- b) Gib zwei verschiedene Winkel α im Gradmaß an, für die $\sin \alpha = -0,41$ und $\cos \alpha < 0$ gilt (eine Dezimale). Gib einen dieser Winkel auch im Bogenmaß an.

$\sin \alpha < 0$ und $\cos \alpha < 0$: α liegt im III. Quadranten.

Taschenrechner: $\sin^{-1}(0,41) \approx 24,2^\circ \Rightarrow \alpha_1 = 180^\circ + 24,2^\circ = 204,2^\circ$

zweiter Winkel z. B. $\alpha_2 = 204,2^\circ + 360^\circ = 564,2^\circ$ (oder $204,2^\circ - 360^\circ = -155,8^\circ$)

$\alpha_1 = 204,2^\circ \approx 3,56$ (Bogenmaß); $\alpha_2 = 564,2^\circ$

9 / 9

2 Glaskugeln im Gefäß

Für die Adventsdekoration steht ein quaderförmiges Glasgefäß auf dem Tisch. Innen ist es 12 cm lang, 8 cm breit und 15 cm hoch. Es ist bis zu einer Höhe von 13 cm mit Wasser gefüllt. Lena legt vier massive Glaskugeln hinein, die auf den Boden sinken. Jede Kugel hat einen Umfang von 15 cm.

Läuft das Wasser über? Begründe mit einer Rechnung.

freies Volumen: $V_{\text{frei}} = 12 \text{ cm} \cdot 8 \text{ cm} \cdot (15 \text{ cm} - 13 \text{ cm}) = 192 \text{ cm}^3$

Radius einer Kugel: $U = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{15}{2\pi} \text{ cm} \approx 2,39 \text{ cm}$

eine Kugel: $V = \frac{4}{3}\pi r^3 \approx 57,0 \text{ cm}^3$; vier Kugeln: $4 \cdot 57,0 \text{ cm}^3 \approx 228,0 \text{ cm}^3$

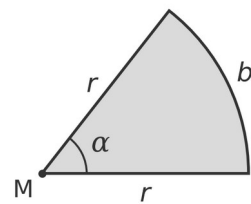
$228,0 \text{ cm}^3 > 192 \text{ cm}^3$: Das Wasser läuft über (etwa 36 cm^3).

5 / 5

3 Kreisausschnitte

- a) Ein Kreisausschnitt mit dem Radius r hat den Umfang $U = 3,5 r$.

Berechne den Mittelpunktswinkel im Bogenmaß und im Gradmaß. Drücke den Flächeninhalt des Kreisausschnitts durch r aus.



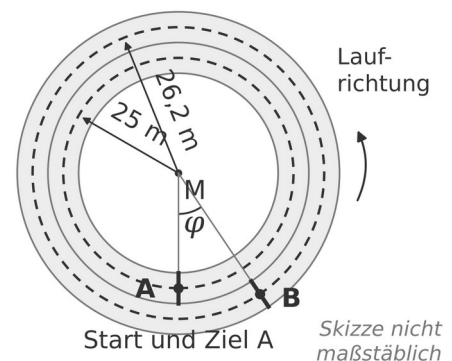
$$U = 2r + b = 3,5 r \Rightarrow b = 1,5 r$$

Bogenmaß: $x = \frac{b}{r} = 1,5$; Gradmaß: $\alpha = 1,5 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 85,9^\circ$

$$A = \frac{1}{2} \cdot b \cdot r = \frac{1}{2} \cdot 1,5 r \cdot r$$

$$x = 1,5; \alpha \approx 85,9^\circ; A = 0,75 r^2$$

- b) Zwei Läuferinnen tragen ein Rennen über genau eine Runde auf einer kreisförmigen Bahn aus. A läuft innen auf einem Kreis mit dem Radius 25 m, B außen auf einem Kreis mit dem Radius 26,2 m. Beide laufen bis zur Ziellinie bei „Start und Ziel A“.



Um welchen Winkel φ muss der Start von B nach vorn verlegt werden, damit beide gleich weit laufen? Wie viele Meter (auf der Außenbahn gemessen) beträgt die Vorverlegung?

Weg von A: $s = 2\pi \cdot 25 \text{ m} \approx 157,1 \text{ m}$

Winkel für B im Bogenmaß: $x = \frac{2\pi \cdot 25}{26,2} \approx 6,00$; im Gradmaß: $\approx 343,5^\circ$

$\varphi = 360^\circ - 343,5^\circ = 16,5^\circ$ (im Bogenmaß: $\frac{2\pi \cdot 1,2}{26,2} \approx 0,288$)

Vorverlegung: $2\pi \cdot 26,2 \text{ m} - 2\pi \cdot 25 \text{ m} = 2\pi \cdot 1,2 \text{ m} \approx 7,54 \text{ m}$

$\varphi \approx 16,5^\circ$; **der Start von B liegt etwa 7,54 m vor der Ziellinie.**

8 / 8

4 Wiederholung

Bestimme die Lösungsmenge der Gleichung $3x^2 + 5x = 2$.

$$3x^2 + 5x - 2 = 0; D = 5^2 - 4 \cdot 3 \cdot (-2) = 25 + 24 = 49$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 7}{6} \Rightarrow x_1 = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}, x_2 = \frac{-12}{6} = -2$$

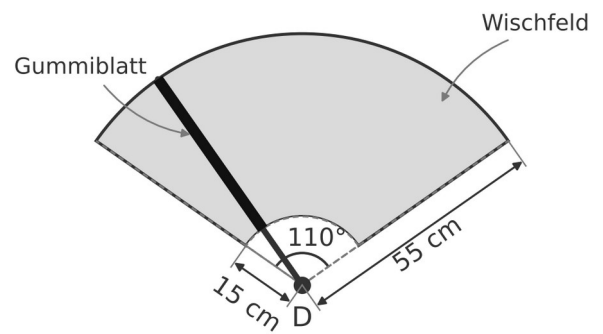
$$L = \{-2; \frac{1}{3}\}$$

3 / 3

5 Scheibenwischer

Der Wischerarm eines Autos ist im Drehpunkt D befestigt und 55 cm lang. Das Gummiblatt reicht von 15 cm bis 55 cm Abstand vom Drehpunkt.

Bei einem Wischvorgang dreht sich der Arm um 110° von einer Endstellung in die andere.



- a) Welchen Weg legt die Spitze des Wischerarms bei einem Wischvorgang zurück?

$$b = \frac{110^\circ}{360^\circ} \cdot 2\pi \cdot 55 \text{ cm} \approx 105,6 \text{ cm}$$

Die Spitze legt etwa 105,6 cm zurück.

- b) Berechne den Flächeninhalt des Wischfelds.

Wischfeld = Kreisausschnitt mit $r = 55 \text{ cm}$ ohne Kreisausschnitt mit $r = 15 \text{ cm}$

$$A = \frac{110^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot (55^2 - 15^2) \text{ cm}^2 = \frac{110^\circ}{360^\circ} \cdot \pi \cdot 2800 \text{ cm}^2$$

$$A \approx 2688 \text{ cm}^2 \quad (\approx 0,27 \text{ m}^2)$$

- c) Bei einem anderen Modell mit gleich langem Arm und Gummiblatt soll das Wischfeld 3000 cm^2 groß sein. Um welchen Winkel muss sich der Arm dann drehen? Gib ihn im Bogenmaß und im Gradmaß an.

$$A = \frac{1}{2} \cdot x \cdot (55^2 - 15^2) \text{ cm}^2 = 1400 \text{ cm}^2 \cdot x$$

$$1400 \text{ cm}^2 \cdot x = 3000 \text{ cm}^2 \Rightarrow x = \frac{3000}{1400} \approx 2,14$$

$$\alpha = 2,14 \cdot \frac{180^\circ}{\pi} \approx 122,8^\circ$$

$$x \approx 2,14; \quad \alpha \approx 122,8^\circ$$