

Zinseszinsrechnung - einmalige Zahlungen

1. Löse die Formel $K_n = K_0 \cdot q^n$ nach K_0 , q bzw. n auf.

2. Bestimme den Zinsfaktor für jährliche Verzinsung.

- a) $p\% = 3\%$ b) $p\% = 7\%$ c) $p\% = 4,2\%$ d) $p\% = 3,6\%$
 e) $p\% = 5,3\%$ f) $p\% = 5,5\%$ g) $p\% = 6,75\%$ h) $p\% = 2,2\%$

3. Auf welches Kapital K_n wächst ein Kapital K_0 bei einem Zinssatz von $p\%$ in n Jahren?

	a)	b)	c)	d)	e)
K_0	1 200 €	4 000 €	2 500 €	4 600 €	5 800 €
$p\%$	4%	5%	3%	2,7%	5,3%
n	7 J.	12 J.	11 J.	6 J.	3 J.

4. Berechne K_0 .

	a)	b)	c)	d)	e)
K_n	5 200 €	8 400 €	12 000 €	5 600 €	23 500 €
$p\%$	5%	3,6%	3,8 %	4,25%	4,7%
n	7 J.	6 J.	8 J.	5 J.	9 J.

5. Berechne K_0 .

	a)	b)	c)	d)	e)
K_n	25 000 €	140 000 €	80 000	63 520 €	122 360 €
$p\%$	3,5%	4,75%	4,2%	3,2%	2,9%
n	8 J.	3 J.	5 J.	12 J.	11 J.

6. Auf welches Kapital K_n wächst ein Kapital K_0 bei einem Zinssatz von $p\%$ in n Jahren?

	a)	b)	c)	d)	e)
K_0	3 600 €	4 000 €	1 680 €	72 000 €	96 000 €
$p\%$	7,6%	7,5%	4,9%	5,1%	2,6%
n	6 J. 6 Mon.	5 J. 2 Mon.	6 J. 9 Mon	10 J. 4 Mon.	8 J. 3 Mon.

7. Berechne den Zinssatz.

	a)	b)	c)	d)	e)
K_0	40 000 €	62 000 €	92 000 €	84 000 €	56 000 €
n	5 J.	10 J.	10 J.	12 J.	9 J.
K_n	47 968 €	105 904 €	142 880 €	94 660 €	111 950 €

8. Berechne den Zinssatz.

	a)	b)	c)	d)	e)
K_0	72 000 €	314 000 €	168 000 €	122 000 €	95 000 €
n	4	6	7	3	12
K_n	90 900 €	425 622 €	234 821 €	138 424 €	129 268 €

9. In wie vielen Jahren wächst ein Kapital K_0 bei einem Zinssatz von $p\%$ auf ein Kapital K_n ?

	a)	b)	c)	d)	e)
K_0	73 000 €	95 000 €	120 000 €	70 000 €	51 000 €
$p\%$	5,3%	6,8%	4,3%	6,4%	6%
K_n	104 790 €	140 978 €	182 820 €	89 715 €	64 390 €

10. Ein Kapital von 85 000 € wird

a) 4 Jahre mit 6% Zinseszins
verzinst. Vergleiche.

b) 6 Jahre mit 4% Zinseszins

11. Berechne mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und stelle grafisch dar.

$K_0 = 1000 \text{ €}$	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%	8%
1 J.								
2 J.								
3 J.								
4 J.								
5 J.								
6 J.								
7 J.								
8 J.								
9 J.								
10 J.								

12. Ein Unternehmen hatte zur Finanzierung eines Anbaus 680 000 € aufgenommen. Nach 3 Jahren tilgt die Firma 300 000 €, nach weiteren 4 Jahren nochmals 500 000 €. Wie hoch ist die verbleibende Restschuld, wenn mit der Bank ein Zinssatz von 5% vereinbart wurde?
13. Beim Kauf eines Hauses wird vereinbart:
250 000 € sofort bar, 200 000 € in 5 Jahren und 100 000 € in 8 Jahren.
Berechne den Barwert des Hauses, wenn man von einem Zinssatz von 5,2% ausgeht.
14. Für den Kauf eines Betriebes liegen 3 Angebote vor:
Angebot 1: 3 500 000 € Barzahlung
Angebot 2: 1 000 000 € Anzahlung; 2 800 000 € zahlbar nach 4 Jahren
Angebot 3: 2 000 000 € Anzahlung; 1 000 000 € zahlbar nach 3 Jahren, weitere 1 000 000 € zahlbar nach 5 Jahren.
Welches ist das günstigste Angebot, wenn man von einem Zinssatz von 4,9% ausgeht?

Vermischte Aufgaben – Zinseszinsrechnung 1
--

1. Auf welchen Betrag wachsen 12 000 €, die zu 6,5% 15 Jahre festgelegt werden?
2. Beim Kauf eines Autos kann man zwischen 2 Zahlungsarten wählen:
a) a) einmalig und sofort 60 250 €
b) b) sofort 20 000 €, nach zwei Jahren 10 000 € und nach weiteren 2 Jahren 33 500 €.
Welche Zahlungsart ist günstiger, wenn mit 5% Zinseszins gerechnet wird?
3. Eine Spende von 60 000 € wird festgelegt und wächst auf 90 456 € nach 12 Jahren an.
a) a) Mit welchem Zinssatz wurde das Geld verzinst?
b) b) Wie lange muss man warten, bis sich 60 000 € bei 7,5% verdreifacht haben?
4. 1950 hatte ein Oldtimer Auto 2 700 DM gekostet. 1994 werden von einem Liebhaber 45 000 DM geboten. Mit welchem Zins hat sich der Wertzuwachs entwickelt?
5. Ein Auto kostet 70 450 € und wird mit 20% pro Jahr abgeschrieben. Wie groß ist der Wert des Autos nach 5 Jahren?

6. Auf welche Summe wäre 1 € angewachsen, wenn er bei Christi Geburt bis zum Ende des Jahres 2000 zu 2% auf Zinseszinsen gelegt worden wäre?
7. Ein Mann leiht einem anderen 3 600 € auf 10 Jahre und verlangt dafür einen Schuldschein über 6 502 €. Berechne den Zinssatz.
8. Ein Kapital von 15 670 € steht zu 3,5% auf Zinseszinsen und ist so auf 19 262,40 € angewachsen. Wie lange wurde das Kapital verzinst?
9. Ein Konfirmand legt seine erhaltenen Geldgeschenke in Höhe von 1 050 € so an, dass er dann über sein Geld verfügen kann, wenn es sich etwa verdoppelt hat. Die Bank gewährt ihm dafür jährlich 6,5 Prozent Zinsen.
 - a) a) Wie lange muss der Konfirmand warten?
 - b) b) Welchen Zinssatz müsste er dann mit der Bank „aushandeln“, damit er nach weiteren drei Jahren über 2.700 € verfügen kann?
10. Ein Kaufmann legt 3 430 € zu 6,5 Prozent Zinseszins an.
 - a) a) Welches Guthaben besitzt er nach fünf Jahren, wenn zu Beginn des dritten Jahres eine Sonderzahlung von 1 200 € hinzukommt?
 - b) b) Welche Sonderzahlung hätte der Kaufmann nach zwei Jahren leisten müssen, um nach fünf Jahren 7 000 € zu erhalten?
 - c) c) Wie viel volle Jahre müsste der Endbetrag von b) noch liegen, bis 9 000 € erreicht wären?

Zinseszinsrechnung – einmalige Zahlungen - Lösungen

1. Löse die Formel $K_n = K_0 \cdot q^n$ nach K_0 , q bzw. n auf.

$$q = \sqrt[n]{\frac{K_n}{K_0}}$$

$$K_0 = \frac{K_n}{q^n}$$

$$n = \frac{\lg\left(\frac{K_n}{K_0}\right)}{\lg q} = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg q}$$

2. Bestimme den Zinsfaktor für jährliche Verzinsung.

a) $p\% = 3\%$

$q = 1,03$

b) $p\% = 7\%$

$q = 1,07$

c) $p\% = 4,2\%$

$q = 1,042$

d) $p\% = 3,6\%$

$q = 1,036$

e) $p\% = 5,3\%$

$q = 1,053$

f) $p\% = 5,5\%$

$q = 1,055$

g) $p\% = 6,75\%$

$q = 1,0675$

h) $p\% = 2,2\%$

$q = 1,022$

3. Auf welches Kapital K_n wächst ein Kapital K_0 bei einem Zinssatz von $p\%$ in n Jahren?

	a)	b)	c)	d)	e)
K_0	1 200 €	4 000 €	2 500 €	4 600 €	5 800 €
$p\%$	4%	5%	3%	2,7%	5,3%
n	7 J.	12 J.	11 J.	6 J.	3 J.
K_n	1 579,12 €	7 183,43 €	3 460,58 €	5 397,35 €	6 771,94 €

4. Berechne K_0 .

	a)	b)	c)	d)	e)
K_n	5 200 €	8 400 €	12 000 €	5 600 €	23 500 €
$p\%$	5%	3,6%	3,8 %	4,25%	4,7%
n	7 J.	6 J.	8 J.	5 J.	9 J.
K_0	3 695,54 €	6 793,93 €	8 904,35 €	4 547,87 €	15 543,46 €

5. Berechne K_0 .

	a)	b)	c)	d)	e)
K_n	25 000 €	140 000 €	80 000	63 520 €	122 360 €
$p\%$	3,5%	4,75%	4,2%	3,2%	2,9%
n	8 J.	3 J.	5 J.	12 J.	11 J.
K_0	18 985,29 €	121 805,23 €	65 125,55 €	43 526,54 €	89 345,02 €

6. Auf welches Kapital K_n wächst ein Kapital K_0 bei einem Zinssatz von $p\%$ in n Jahren?

	a)	b)	c)	d)	e)
K_0	3 600 €	4 000 €	1 680 €	72 000 €	96 000 €
$p\%$	7,6%	7,5%	4,9%	5,1%	2,6%
n	6 J. 6 Mon.	5 J. 2 Mon.	6 J. 9 Mon.	10 J. 4 Mon.	8 J. 3 Mon.
K_n	5 799,26 €	5 814,30 €	2 320,80 €	120 415 €	118 648,95 €

Verzinsung erfolgt durch Zinseszins und einfache Verzinsung.

7. Berechne den Zinssatz.

	a)	b)	c)	d)	e)
K_0	40 000 €	62 000 €	92 000 €	84 000 €	56 000 €
n	5 J.	10 J.	10 J.	12 J.	9 J.
K_n	47 968 €	105 904 €	142 880 €	94 660 €	111 950 €
q	1,037	1,055	1,045	1,01	1,08
$p\%$	3,7%	5,5%	4,5%	1%	8%

8. Berechne den Zinssatz.

	a)	b)	c)	d)	e)
K_0	72 000 €	314 000 €	168 000 €	122 000 €	95 000 €
n	4	6	7	3	12
K_n	90 900 €	425 622 €	234 821 €	138 424 €	129 268 €
q	1,06	1,052	1,049	1,043	1,026
$p\%$	6%	5,2%	4,9%	4,3%	2,6%

9. In wie vielen Jahren wächst ein Kapital K_0 bei einem Zinssatz von $p\%$ auf ein Kapital K_n ?

	a)	b)	c)	d)	e)
K_0	73 000 €	95 000 €	120 000 €	70 000 €	51 000 €
$p\%$	5,3%	6,8%	4,3%	6,4%	6%
K_n	104 790 €	140 978 €	182 820 €	89 715 €	64 390 €
n	7 J.	6 J.	10 J.	4 J.	4 J.

10. Ein Kapital von 85 000 € wird

a) 4 Jahre mit 6% Zinseszins
verzinst. Vergleiche.

$$K_n = 85000 \cdot 1,06^4$$

$$K_n = 107310,54 \text{ [€]}$$

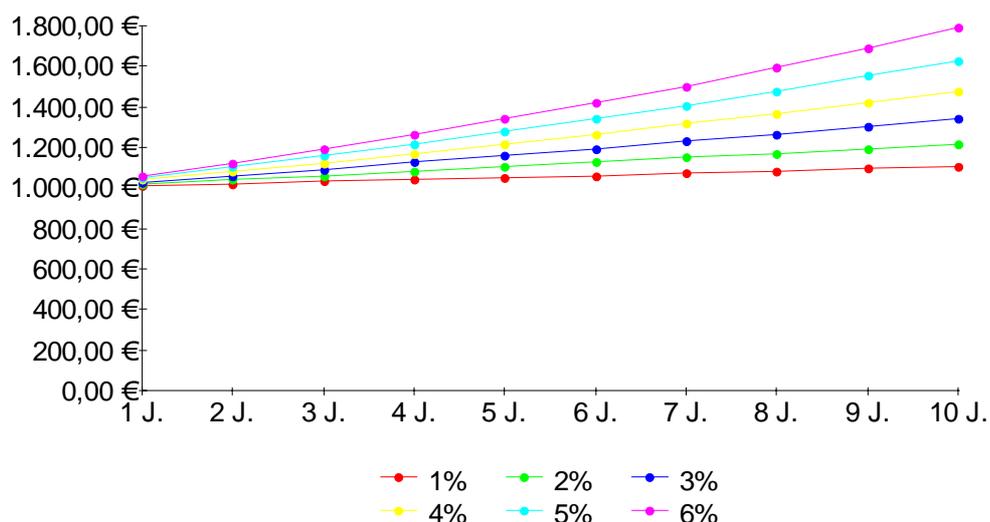
b) 6 Jahre mit 4% Zinseszins

$$K_n = 85000 \cdot 1,04^6$$

$$K_n = 107552,12 \text{ [€]}$$

11. Berechne mit Hilfe einer Tabellenkalkulation und stelle grafisch dar.

1.000 €	1%	2%	3%	4%	5%	6%	7%
1 J.	1.010,00 €	1.020,00 €	1.030,00 €	1.040,00 €	1.050,00 €	1.060,00 €	1.070,00 €
2 J.	1.020,10 €	1.040,40 €	1.060,90 €	1.081,60 €	1.102,50 €	1.123,60 €	1.144,90 €
3 J.	1.030,30 €	1.061,21 €	1.092,73 €	1.124,86 €	1.157,63 €	1.191,02 €	1.225,04 €
4 J.	1.040,60 €	1.082,43 €	1.125,51 €	1.169,86 €	1.215,51 €	1.262,48 €	1.310,80 €
5 J.	1.051,01 €	1.104,08 €	1.159,27 €	1.216,65 €	1.276,28 €	1.338,23 €	1.402,55 €
6 J.	1.061,52 €	1.126,16 €	1.194,05 €	1.265,32 €	1.340,10 €	1.418,52 €	1.500,73 €
7 J.	1.072,14 €	1.148,69 €	1.229,87 €	1.315,93 €	1.407,10 €	1.503,63 €	1.605,78 €
8 J.	1.082,86 €	1.171,66 €	1.266,77 €	1.368,57 €	1.477,46 €	1.593,85 €	1.718,19 €
9 J.	1.093,69 €	1.195,09 €	1.304,77 €	1.423,31 €	1.551,33 €	1.689,48 €	1.838,46 €



12. Ein Unternehmen hatte zur Finanzierung eines Anbaus 680 000 € aufgenommen. Nach 3 Jahren tilgt die Firma 300 000 €, nach weiteren 4 Jahren nochmals 500 000 €. Wie hoch ist die verbleibende Restschuld, wenn mit der Bank ein Zinssatz von 5% vereinbart wurde?

$$K_3 = 680000 \cdot 1,05^3$$

$$K_3 = 787185 \text{ [€]}$$

Nach Tilgung von 300 000 € verbleiben 487 185 € = K_0 als Restschuld.

$$K_7 = 487185 \cdot 1,05^4$$

$$K_7 = 592176,41 \text{ [€]}$$

Nach Tilgung von weiteren 500 000 € bleiben 92 176,41 € als Restschuld.

13. Beim Kauf eines Hauses wird vereinbart:
250 000 € sofort bar, 200 000 € in 5 Jahren und 100 000 € in 8 Jahren.
Berechne den Barwert des Hauses, wenn man von einem Zinssatz von 5,2% ausgeht.

Berechnung der Barwerte von 200 000 € und 100 000 €:

$$K_{01} = \frac{200000}{1,052^5} = 155221,29 \text{ [€]}$$

$$K_{02} = \frac{100000}{1,052^8} = 66661,35 \text{ [€]}$$

Gesamtbarwert = 250 000 € + 155 221,29 € + 66 661,35 €

Gesamtbarwert = 471 882,64 [€]

14. Für den Kauf eines Betriebes liegen 3 Angebote vor:

Angebot 1: 3 500 000 € Barzahlung

Angebot 2: 1 000 000 € Anzahlung; 2 800 000 € zahlbar nach 4 Jahren

Angebot 3: 2 000 000 € Anzahlung; 1 000 000 € zahlbar nach 3 Jahren, weitere 1 000 000 € zahlbar nach 5 Jahren.

Welches ist das günstigste Angebot, wenn man von einem Zinssatz von 4,9% ausgeht?

a) $K_{01} = 3\,500\,000 \text{ [€]}$

b) $K_{02} = 1000000 + \frac{2800000}{1,049^4} = 3\,312\,363 \text{ [€]}$

c) $K_{03} = 2000000 + \frac{1000000}{1,049^3} + \frac{1000000}{1,049^5} = 3\,653\,578 \text{ [€]}$

Das 3. Angebot ist das günstigste.

Vermischte Aufgaben - Zinseszinsrechnung 1 - Lösungen

1. Auf welchen Betrag wachsen 12 000 €, die zu 6,5% 15 Jahre festgelegt werden?

$$K_n = 12000 \cdot 1,065^{15}$$

$$K_n = 30862,09 \text{ [€]}$$

2. Beim Kauf eines Autos kann man zwischen 2 Zahlungsarten wählen:

c) a) einmalig und sofort 60 250 €

d) b) sofort 20 000 €, nach zwei Jahren 10 000 € und nach weiteren 2 Jahren 33 500 €.

Welche Zahlungsart ist günstiger, wenn mit 5% Zinseszins gerechnet wird?

Angebot a) Barwert = 60 250 €

Angebot b) Barwert 1 = 20 000 €

$$\text{Barwert 2} = \frac{10000}{1,05^2} = 9070,29 \text{ €}$$

$$\text{Barwert 3} = \frac{33500}{1,05^4} = 27560,53 \text{ €}$$

$$\text{Gesamtbarwert} = 56\,630,82 \text{ €}$$

Angebot b) ist günstiger.

3. Eine Spende von 60 000 € wird festgelegt und wächst auf 90 456 € nach 12 Jahren an.

c) a) Mit welchem Zinssatz wurde das Geld verzinst?

d) b) Wie lange muss man warten, bis sich 60 000 € bei 7,5% verdreifacht haben?

$$\text{a) } q = \sqrt[12]{\frac{90456}{60000}} = 1,0348 \Rightarrow p\% \approx 3,5\%$$

$$\text{b) } n = \frac{\lg 3}{\lg 1,075} = 15,19 \text{ [Jahre]}$$

4. 1950 hatte ein Oldtimer Auto 2 700 € gekostet. 1994 werden von einem Liebhaber 45 000 € geboten. Mit welchem Zins hat sich der Wertzuwachs entwickelt?

$$q = \sqrt[44]{\frac{45000}{2700}} = 1,066 \Rightarrow p\% = 6,6\%$$

5. Ein Auto kostet 70 450 € und wird mit 20% pro Jahr abgeschrieben. Wie groß ist der Wert des Autos nach 5 Jahren?

$$K_n = 70450 \cdot 0,8^5$$

$$K_n = 23085,06 \text{ [€]}$$

6. Auf welche Summe wäre 1 € angewachsen, wenn er bei Christi Geburt bis zum Ende des Jahres 2000 zu 2% auf Zinseszinsen gelegt worden wäre?

$$K_n = 0,01 \cdot 1,02^{2000}$$

$$K_n = 1,586 \cdot 10^{15} \text{ [€]}$$

7. Ein Mann leiht einem anderen 3 600 € auf 10 Jahre und verlangt dafür einen Schuldschein über 6 502 €. Berechne den Zinssatz.

$$q = \sqrt[10]{\frac{6502}{3600}} = 1,06089 \Rightarrow p\% \approx 6,1\%$$

8. Ein Kapital von 15 670 € steht zu 3,5% auf Zinseszinsen und ist so auf 19 262,40 € angewachsen. Wie lange wurde das Kapital verzinst?

$$n = \frac{\lg K_n - \lg K_0}{\lg q}$$

$$n = 6$$

9. Ein Konfirmand legt seine erhaltenen Geldgeschenke in Höhe von 1 050 € so an, dass er dann über sein Geld verfügen kann, wenn es sich etwa verdoppelt hat. Die Bank gewährt ihm dafür jährlich 6,5 Prozent Zinsen.

c) a) Wie lange muss der Konfirmand warten?

d) b) Welchen Zinssatz müsste er dann mit der Bank „aushandeln“, damit er nach weiteren drei Jahren über 2.700 € verfügen kann?

$$a) \quad n = \frac{\lg 2}{\lg 1,065} \approx 11$$

$$b) \quad q = \sqrt[3]{\frac{2700}{2100}} = 1,08738 \Rightarrow p\% \approx 8,74\%$$

10. Ein Kaufmann legt 3 430 € zu 6,5 Prozent Zinseszins an.

d) a) Welches Guthaben besitzt er nach fünf Jahren, wenn zu Beginn des dritten Jahres eine Sonderzahlung von 1 200 € hinzukommt?

e) b) Welche Sonderzahlung hätte der Kaufmann nach zwei Jahren leisten müssen, um nach fünf Jahren 7 000 € zu erhalten?

f) c) Wie viel volle Jahre müsste der Endbetrag von b) noch liegen, bis 9 000 € erreicht wären?

$$a) \quad K_2 = 3430 \cdot 1,065^2 = 3890,39 \text{ [€]}$$

$$K_2^* = 3890,39 + 1200 = 5090,39 \text{ [€]}$$

$$K_5 = 5090,39 \cdot 1,065^3 = 6148,94$$

$$b) \quad 7000 = K_2^{**} \cdot 1,065^5$$

$$K_2^{**} = 5794,94$$

$$5794,94 - 3890,39 = 1904,55 \text{ [€]}$$

$$c) \quad 9000 = 7000 \cdot 1,065^n$$

$$n = 4$$