Prüfungsaufgaben zum Realschulabschluss - Trigonometrie

Das Postschiff Calais – Dover (38 km) wird wegen starken Seitenwindes 10⁰ vom direkten Kurs abgetrieben. Nach 25 km Fahrt lässt der Kapitän den Kurs so ändern, dass das Schiff ohne weitere Kurskorrektur in Dover anlegen kann. Um wie viel Grad musste der Kurs geändert werden und wie lang ist die zurückgelegte Strecke?

Fertige zunächst eine maßstabsgerechte Zeichnung an.

Von einem Schiff, das nach Süden fährt, sieht man einen Leuchtturm in 127° rw; er ist 9 sm entfernt. Die Geschwindigkeit des Schiffes beträgt 18 kn.

- a) Wie weit ist das Schiff nach 40 Minuten vom Leuchtturm entfernt?
- b) In welcher Richtung erscheint jetzt der Leuchtturm?
- c) Berechne den Abstand zwischen der Fahrtrichtung und dem Leuchtturm.

Ein Flugzeug steuert den Kurs Süd 50° Ost und hat eine Eigengeschwindigkeit von 450 km/h. Der Wind kommt aus Osten und hat eine Geschwindigkeit von 50 km/h.

Berechne die wahre Geschwindigkeit und den Kurs des Flugzeuges.

Der Frachter "Hamburg II" verlässt die Position A um 9.30 Uhr (Kurs rw. 105°, 15 kn), um 12.00 Uhr verlässt die Fähre "Star" die Position A (Kurs rw. 228°, 18 kn).

- a) Wie weit sind die beiden Schiffe um 14.00 Uhr voneinander entfernt? Zeichnung!
- b) Welchen Kurs müsste die Fähre "Star" ab 14 Uhr halten, um an die Position zu gelangen, an der sich der Frachter "Hamburg I I" um 14 Uhr befindet?
- c) Wie lange würde die Fähre für diese Strecke benötigen, wenn sie höchstens 21 kn laufen kann?

Ein Schiff würde bei direkter Fahrt zum Zielhafen auf eine Insel stoßen, die es durch Kurswechsel umfahren muss. Es steuert 2,5 Std. den Kurs 64⁰ rw, dann 4 Std. den Kurs 138⁰ rw. mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 16 sm/h.

- a) Fertige eine Skizze an.
- b) Welchen Umweg macht es?
- c) Wie groß ist der Zeitverlust?
- d) In welcher direkten Richtung liegt der Zielhafen vom Ausgangspunkt?

Von A fährt ein Schiff mit dem Kurs N 48^{0} W mit einer Geschwindigkeit von 18 kn. Ein zweites Schiff verlässt A 12 Minuten später mit dem Kurs N 36^{0} O und einer Geschwindigkeit von 20 kn.

a) Fertige eine Planfigur an. Schreibe die zurückgelegten Strecken an die entsprechenden Seiten.

- b) Wie weit sind beide Schiffe voneinander entfernt, nachdem das erste Schiff 36 Minuten unterwegs ist?
- c) Wie groß ist der Winkel zwischen Fahrtrichtung von Schiff 1 und Peilrichtung nach Schiff 2?
- d) Wie groß ist der Winkel zwischen Fahrtrichtung von Schiff 2 und Peilrichtung nach Schiff 1?

Vom Frachtschiff Anne, das in Richtung N $43,33^{\circ}$ O fährt, sieht man einen Leuchtturm in Richtung N $78,67^{\circ}$ O. Nach 5,2 sm wird der Leuchtturm unter S 36,83 O vom Schiff aus angepeilt.

- a) Fertige eine sinnvoll beschriftete Planskizze.
- b) Wie viele Seemeilen ist das Schiff bei beiden Peilungen vom Leuchtturm entfernt?
- c) Wie viel Zeit verstreicht zwischen der ersten und der zweiten Peilung, wenn die Anne 18 kn Fahrt macht?

Fischer Jochimsen fährt mit v = 8 kn = 8 sm/h von 9.40 Uhr bis 10.55 Uhr auf Nordkurs zu seinem Stellnetz. Nach dem Leeren des Netzes fährt er um 12.00 Uhr weiter auf Kurs rw. 55^{0} zu seinem zweiten Netz, das er bei gleicher Geschwindigkeit um 13.40 Uhr erreicht. Um 14.00 Uhr begibt er sich auf dem kürzesten Weg auf die Rückfahrt.

- a) Fertige eine Skizze an.
- b) Wie lang sind die ersten beiden Teilstrecken?
- c) Wie weit ist er um 14.00 Uhr vom Heimathafen entfernt?
- d) Welchen Kurs muss er auf der Rückfahrt steuern?

Ein Schiff verlässt einen Hafen mit 20,5 kn Kurs NO. Eine Viertelstunde später verlässt ein zweites Schiff den Hafen in Richtung SSO mit 18,4 kn (1kn = 1 sm/h).

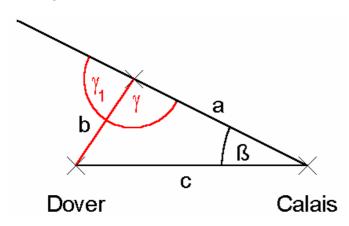
- a) Fertige eine Skizze an.
- b) Berechne die Entfernung zwischen beiden Schiffen eine Stunde nach dem Auslaufen des zweiten Schiffes.
- c) Gleichzeitig wird vom ersten Schiff eine Peilung zum zweiten Schiff gemacht. Berechne den Winkel zwischen Peilrichtung und Nord-Süd-Richtung.

Lösungen

Das Postschiff Calais – Dover (38 km) wird wegen starken Seitenwindes 10° vom direkten Kurs abgetrieben. Nach 25 km Fahrt lässt der Kapitän den Kurs so ändern, dass das Schiff ohne weitere Kurskorrektur in Dover anlegen kann. Um wie viel Grad musste der Kurs geändert werden und wie lang ist die zurückgelegte Strecke?

Fertige zunächst eine maßstabsgerechte Zeichnung an.

Lösung



Zeichnung nicht im Maßstab!

Gegeben: c = 38 km; a = 25 km; $\beta = 10^{0}$

Berechnung von b:

 $b^2 = a^2 + c^2 - 2accos \beta$

b=14.06 [km]

Die Strecke b beträgt 14,06 km, d. h. die zurückgelegte Gesamtstrecke beträgt 39,06 km.

Berechnung von g:

$$\frac{\sin \gamma}{c} = \frac{\sin \beta}{b}$$

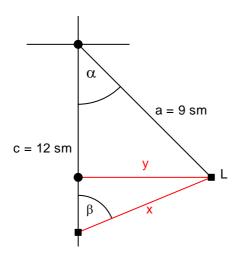
 $(\gamma = 27,99^{\circ})$ oder $\gamma = 152,01^{\circ}$ (vgl. Zeichnung!)

Der Nebenwinkel von g, also gibt $g_1 = 27,99^0$ die Kursänderung an.

Von einem Schiff, das nach Süden fährt, sieht man einen Leuchtturm in 127° rw; er ist 9 sm entfernt. Die Geschwindigkeit des Schiffes beträgt 18 kn.

- d) Wie weit ist das Schiff nach 40 Minuten vom Leuchtturm entfernt?
- e) In welcher Richtung erscheint jetzt der Leuchtturm?
- f) Berechne den Abstand zwischen der Fahrtrichtung und dem Leuchtturm.

Lösung



Gegeben:
$$a = 53^{\circ}$$
; $a = 9 \text{ sm}$; $c = \frac{18 \cdot 40}{60} = 12 \text{ [sm]}$

a) a) Berechnung der Entfernung zum Leuchtturm:

$$x^2 = a^2 + c^2 - 2accosa$$

$$x = 9.75 [sm]$$

Das Schiff ist nach 12 sm Fahrt 9,75 sm vom Leuchtturm entfernt.

b) b) Berechnung der Richtung, in der der Leuchtturm erscheint:

$$\frac{\sin \beta}{\sin 53} = \frac{9}{9,75}$$
$$\beta = 47.5^{\circ}$$

Der Leuchtturm erscheint unter 47,5° rw.

c) c) Berechnung Abstand Leuchtturm und Fahrtrichtung:

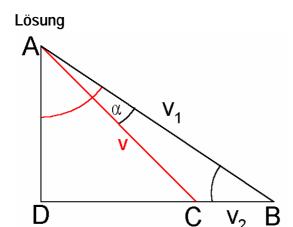
$$\sin 53^{0} = \frac{y}{a}$$

y = 7,19 [sm]

Der Abstand zwischen Fahrtrichtung und Leuchtturm beträgt 7,19 sm.

Ein Flugzeug steuert den Kurs Süd 50^{0} Ost und hat eine Eigengeschwindigkeit von 450 km/h. Der Wind kommt aus Osten und hat eine Geschwindigkeit von 50 km/h.

Berechne die wahre Geschwindigkeit und den Kurs des Flugzeuges.



$$v_1 = 450 \text{ km/h}; \ v_2 = 50 \text{ km/h}; \ \Box \ DAB = 50^{\circ}; \ \beta = 90^{\circ} - 50^{\circ} = 40^{\circ}$$

Berechnung der wahren Geschwindigkeit:

$$v^2 = v_1^2 + v_2^2 - 2v_1v_2\cos\beta$$

 $v = 412,95036 \text{ [km/h]}$

Die wahre Geschwindigkeit des Flugzeugs ist 413 km/h.

Berechnung des Kurses:

$$\frac{\sin \alpha}{v_2} = \frac{\sin \beta}{v}$$

$$\sin \alpha = \frac{v_2 \cdot \sin \beta}{v}$$

$$\alpha = 4,46377$$

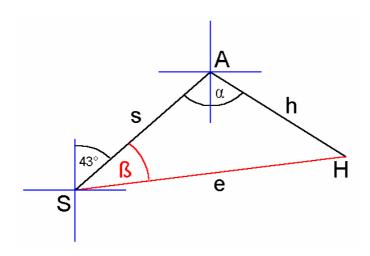
$$\angle DAC = 50^{\circ} - \alpha = 45,536^{\circ}$$

Der Kurs des Flugzeugs ist S 45,5° O.

Der Frachter "Hamburg II" verlässt die Position A um 9.30 Uhr (Kurs rw. 105°, 15 kn), um 12.00 Uhr verlässt die Fähre "Star" die Position A (Kurs rw. 228°, 18 kn).

- d) Wie weit sind die beiden Schiffe um 14.00 Uhr voneinander entfernt? Zeichnung!
- e) Welchen Kurs müsste die Fähre "Star" ab 14 Uhr halten, um an die Position zu gelangen, an der sich der Frachter "Hamburg I I" um 14 Uhr befindet?
- f) Wie lange würde die Fähre für diese Strecke benötigen, wenn sie höchstens 21 kn laufen kann?

Lösung



Gegeben:

$$h = 67.5 \text{ sm}$$
; $s = 36 \text{ sm}$; $a = 123^0$

a) Berechnung von e:

$$e^2 = h^2 + s^2 - 2hscosa$$

 $e = 92,191 \text{ sm}$

Die beiden Schiffe sind um 14 Uhr 92,191 sm voneinander entfernt.

b) Berechnung des Kurses:

$$\frac{\sin \mathcal{B}}{\sin \alpha} = \frac{h}{e}$$
$$\mathcal{B} = 37.9^{\circ}$$

Der Kurs müsste 80,9° rw. sein.

c) c) Berechnung der Zeit:

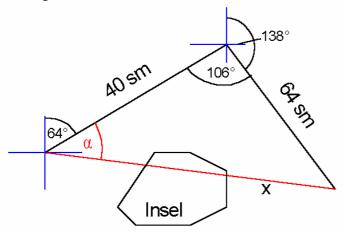
$$t = \frac{e}{21} \approx 4,39 \text{ [h]} \approx 4 \text{ Std. 23 Minuten}$$

Die Fähre würde ca. 4 Std. 23 Minuten. benötigen.

Ein Schiff würde bei direkter Fahrt zum Zielhafen auf eine I nsel stoßen, die es durch Kurswechsel umfahren muss. Es steuert 2,5 Std. den Kurs 64⁰ rw, dann 4 Std. den Kurs 138⁰ rw. mit einer Durchschnittsgeschwindigkeit von 16 sm/h.

- e) Fertige eine Skizze an.
- f) Welchen Umweg macht es?
- g) Wie groß ist der Zeitverlust?
- h) In welcher direkten Richtung liegt der Zielhafen vom Ausgangspunkt?

Lösung



b) Berechnung des Umweges:

$$x^2 = 40^2 + 64^2 - 2 \cdot 40 \cdot 64 \cdot \cos 106^0$$

 $x = 84,3 \text{ [sm]}$

Umweg:
$$104 - 84.3 = 19.7$$
 [sm]

c) Berechnung des Zeitverlustes:

d) Berechnung der Richtung d. Zielhafens:

$$\frac{\sin \alpha}{\sin 106} = \frac{64}{84,3}$$
$$\alpha = 46,9^{\circ}$$
$$64^{\circ} + 46,9^{\circ} = 110,9^{\circ}$$

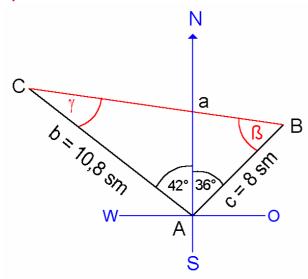
Das Schiff macht einen Umweg von 19,7 sm. Der Zeitverlust ist 1 Stunde und 12 Minuten. Der direkte Zielhafen liegt Kurs 106,9⁰ rw.

Von A fährt ein Schiff mit dem Kurs N 48^{0} W mit einer Geschwindigkeit von 18 kn. Ein zweites Schiff verlässt A 12 Minuten später mit dem Kurs N 36^{0} O und einer Geschwindigkeit von 20 kn.

- e) Fertige eine Planfigur an. Schreibe die zurückgelegten Strecken an die entsprechenden Seiten.
- f) Wie weit sind beide Schiffe voneinander entfernt, nachdem das erste Schiff 36 Minuten unterwegs ist?
- g) Wie groß ist der Winkel zwischen Fahrtrichtung von Schiff 1 und Peilrichtung nach Schiff 2?
- h) Wie groß ist der Winkel zwischen Fahrtrichtung von Schiff 2 und Peilrichtung nach Schiff 1?

Lösung:

a) Planskizze:



Berechnung von b und c:

Aus $s = v \cdot t$ ergibt sich: b = 10.8 sm und c = 8 sm

b) Berechnung von a:

$$a^2 = 10.8^2 + 8^2 - 2.10.8 \cdot 8 \cdot \cos 84^0$$

 $a = 12.75$ [sm]

c) Berechnung von g:

$$\frac{\sin \gamma}{\sin 84^{\circ}} = \frac{8}{12,75}$$
$$\gamma = 38,61^{\circ}$$

d) Berechnung von B:

$$\beta = 180^{\circ} - 84^{\circ} - 38.6^{\circ}$$

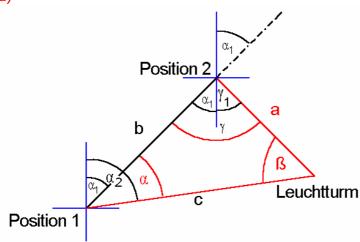
 $\beta = 57.4^{\circ}$

Vom Frachtschiff Anne, das in Richtung N $43,33^{\circ}$ O fährt, sieht man einen Leuchtturm in Richtung N $78,67^{\circ}$ O. Nach 5,2 sm wird der Leuchtturm unter S 36,83 O vom Schiff aus angepeilt.

- d) Fertige eine sinnvoll beschriftete Planskizze.
- e) Wie viele Seemeilen ist das Schiff bei beiden Peilungen vom Leuchtturm entfernt?
- f) Wie viel Zeit verstreicht zwischen der ersten und der zweiten Peilung, wenn die Anne 18 kn Fahrt macht?

Lösung

a)



b = 5,2 sm;
$$\gamma_1$$
 = 36,83°; α_1 = 43,33°; α_2 = 78,67°

$$\alpha = \alpha_2 - \alpha_2 = 35,34^{\circ}$$
 $\gamma = \alpha_1 + \gamma_1 = 80,16^{\circ}$
 $\beta = 180^{\circ} - \alpha - \gamma = 64,5^{\circ}$

b) Berechnung der Entfernungen zum Leuchtturm:

$$\frac{c}{\sin \gamma} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$c = 5,676 [sm]$$

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta}$$

$$a = 3,332 [sm]$$

Das Schiff ist bei der 1. Peilung 5,3 sm, bei der 2. Peilung 3,3 sm vom Leuchtturm entfernt.

c) Berechnung der Zeit:

$$v = 18 \text{ kn}; \ s = 5.2 \text{ sm}$$

$$t = \frac{s}{v}$$

$$t = 0.2888 \ h = 17.33 \ \text{min} \approx 18 \ \text{Minuten}$$

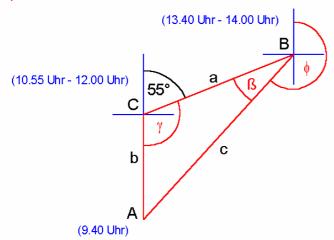
Es verstreichen ca. 18 Minuten.

Fischer Jochimsen fährt mit v = 8 kn = 8 sm/h von 9.40 Uhr bis 10.55 Uhr auf Nordkurs zu seinem Stellnetz. Nach dem Leeren des Netzes fährt er um 12.00 Uhr weiter auf Kurs rw. 55^{0} zu seinem zweiten Netz, das er bei gleicher Geschwindigkeit um 13.40 Uhr erreicht. Um 14.00 Uhr begibt er sich auf dem kürzesten Weg auf die Rückfahrt.

- e) Fertige eine Skizze an.
- f) Wie lang sind die ersten beiden Teilstrecken?
- g) Wie weit ist er um 14.00 Uhr vom Heimathafen entfernt?
- h) Welchen Kurs muss er auf der Rückfahrt steuern?

Lösung

a)



b) Berechnung der Längen der Teilstrecken:

$$t_b = 1,25 \text{ h}$$

 $b = v \cdot t_b = 8 \cdot 1,25 = 10 \text{ [sm]}$
 $t_a = 1\frac{2}{3}h$
 $a = v_a \cdot t_a = 8 \cdot \frac{5}{3} = 13,333 \text{ [sm]}$

c) Berechnung der Entfernung zum Heimathafen:

g =
$$180^{\circ} - 55^{\circ} = 125^{\circ}$$

c = $\sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma} \approx 20,754$ [sm]

d) Berechnung des Kurses für die Rückfahrt:

$$\frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

$$\beta \approx 23,2^{0}$$

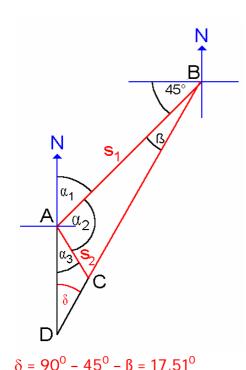
$$\phi = 360^{0} - 125^{0} - 23,2^{0} = 211,8^{0}$$

Ein Schiff verlässt einen Hafen mit 20,5 kn Kurs NO. Eine Viertelstunde später verlässt ein zweites Schiff den Hafen in Richtung SSO mit 18,4 kn (1kn = 1 sm/h).

- d) Fertige eine Skizze an.
- e) Berechne die Entfernung zwischen beiden Schiffen eine Stunde nach dem Auslaufen des zweiten Schiffes.
- f) Gleichzeitig wird vom ersten Schiff eine Peilung zum zweiten Schiff gemacht. Berechne den Winkel zwischen Peilrichtung und Nord-Süd-Richtung.

Lösung

a) Skizze (s. rechts)



b) Berechnung der Entfernungen:

$$s_1 = v_1 \cdot t_1 = 20,5 \cdot \frac{75}{60} \approx 25,63 \text{ [sm]}$$

 $s_2 = v_2 \cdot t_2 = 18,4 \cdot 1 = 18,4 \text{ [sm]}$

$$\overline{BC}^2 = s_1^2 + s_2^2 - 2s_1 \cdot s_2 \cdot \cos \alpha_2$$
 (mit $\alpha_2 = 112,5^0$)
 $\overline{BC} = 36,82 \text{ [sm]}$

c) Berechnung des Peilwinkels

$$\frac{\sin \Omega}{\sin \alpha_2} = \frac{S_2}{\overline{BC}}$$

$$\Omega = 27,49^{\circ}$$

$$d = 180^{0} - (a_{2} + a_{3} + \beta) = 17,51^{0}$$

oder