# Mathematikarbeit
# Thema: Kreis, Kugel, Kreissektor u. Bogenmaß
# 10. Klasse

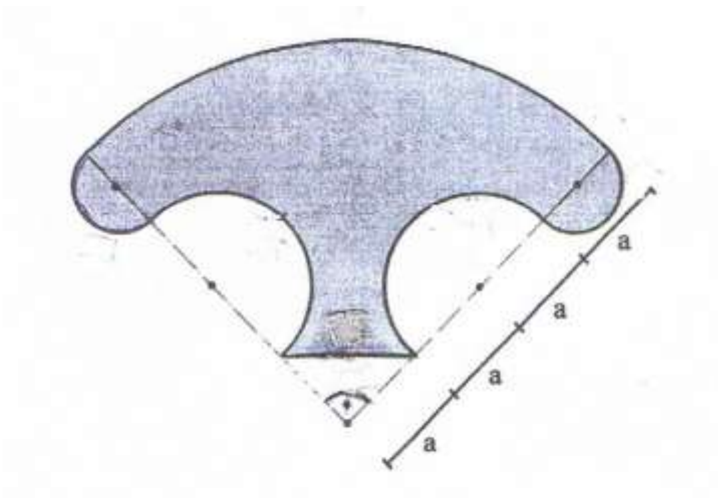
1) Neptun, der äußerste Planet unseres Sonnensystems, bewegt sich mit einer mittleren Geschwindigkeit von 5,43 km/s in 164,79 Jahren einmal um die Sonne. Wie groß ist der Durchmesser seiner Bahn und damit der Durchmesser unseres Sonnensystems? (Die Bahn von Neptun kann als Kreis angesehen werden; ein Jahr wird mit 365,25 Tagen gerechnet.)

2) Der Erdradius beträgt 6367 km. Zur Berechnung des Erdumfangs wird die Kreiszahl $\pi$ benötigt (Der Erdumfang ist der Umfang eines Kreises mit dem angegebenen Radius). Der Inder Brahmagupta (7.Jh.n.Chr.) benutze $\sqrt{10}$ als Näherungswert.
Berechne den Unterschied zwischen dem Umfang, der mit diesem Näherungswert berechnet wird und dem Umfang, der mit dem „genauen“ Wert für $\pi$ des Taschenrechners berechnet wird.

a) in Kilometern

b) in Prozent.

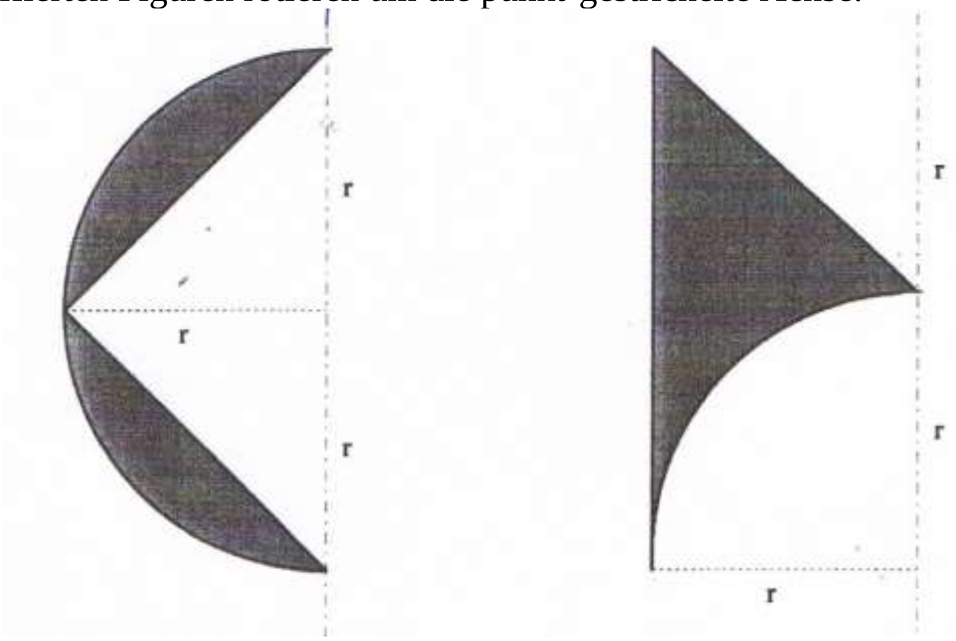
3) Gegeben ist die unten gezeichnete Fläche, die von Kreisabschnitten und Geradenstücken berandet wird.




a) Berechne ihren Umfang in Abhängigkeit von a.

b) Berechne ihre Fläche in Abhängigkeit von a.

4) Die schraffierten Figuren rotieren um die punkt-gestrichelte Achse.




Zur Berechnung von Volumen und Oberfläche der entsprechenden Rotationskörper ist es sinnvoll, zuerst die Volumina und Oberflächen zweier Teilkörper auszurechnen.
Gehe schrittweise vor:
Berechne Volumen und Oberfläche (ohne Grundfläche) einer Halbkugel des Radius r.

Berechne Volumen und Oberfläche (ohne Grundfläche) eines Kegels mit Radius r und Höhe r.

Zwischenergebnis: $0_{Kegel} = \sqrt{2 \bullet r^2}\pi$

Berechne Volumen und Oberfläche (Innen- und Außenseite) des links gezeichneten Körpers.

Berechne Volumen und Oberfläche des rechts gezeichneten Körpers.

Lösung:

1) Neptun, der äußerste Planet unseres Sonnensystems, bewegt sich mit einer mittleren Geschwindigkeit von 5,43 km/s in 164,79 Jahren einmal um die Sonne. Wie groß ist der Durchmesser seiner Bahn und damit der Durchmesser unseres Sonnensystems? (Die Bahn von Neptun kann als Kreis angesehen werden; ein Jahr wird mit 365,25 Tagen gerechnet.)

$$U = v \bullet t = 5{,}43\frac{km}{s} \bullet 5{,}2 \bullet 10^9 s = 2{,}82 \bullet 10^{10} km$$

$$d = \frac{U}{\pi} = 8{,}99 \bullet 10^9 km$$

NR: 365,25 Tage • 24 h • 60 min • 60 sec

2) Der Erdradius beträgt 6367 km. Zur Berechnung des Erdumfangs wird die Kreiszahl $\pi$ benötigt (Der Erdumfang ist der Umfang eines Kreises mit dem angegebenen Radius). Der Inder Brahmagupta (7.Jh.n.Chr.) benutze $\sqrt{10}$ als Näherungswert.
Berechne den Unterschied zwischen dem Umfang, der mit diesem Näherungswert berechnet wird und dem Umfang, der mit dem „genauen" Wert für $\pi$ des Taschenrechners berechnet wird.

a) in Kilometern

$$U_B - U_\pi = 2r\sqrt{10} - 2\pi r$$

$$= 2r(\sqrt{10} - \pi)$$

$$= 2 \bullet 6367km(\sqrt{10} - \pi)$$

$$= 263{,}4km$$

b) in Prozent

$$\frac{U_B - U_\pi}{U_\pi} \bullet 100\% = \frac{2r\sqrt{10} - 2r\pi}{2r\pi} \bullet 100\%$$

$$= \frac{\sqrt{10} - \pi}{\pi} \bullet 100\% = 0{,}66\%$$

3) Gegeben ist die unten gezeichnete Fläche, die von Kreisabschnitten und Geradenstücken berandet wird.

a) Berechne ihren Umfang in Abhängigkeit von a.

$$U = \frac{1}{4} \bullet 2 \bullet 4a \bullet \pi + 2 \bullet \frac{1}{2} \bullet 2 \bullet \frac{1}{2} a \bullet \pi + 2 \bullet \frac{1}{2} \bullet 2 \bullet a \bullet \pi + \sqrt{2}a$$

$$= 2a\pi + a\pi + 2a\pi + \sqrt{2}a$$

$$= 5a\pi + \sqrt{2}a$$

$$= a(5\pi + \sqrt{2})$$

b) Berechne ihre Fläche in Abhängigkeit von a.

$$A=\frac{1}{4}\bullet(4a)^2\pi+\left(\frac{1}{2}a\right)^2\pi-a^2\pi-\frac{1}{2}a^2$$

$$=4a^2\pi+\frac{1}{4}a^2\pi-a^2\pi-\frac{1}{2}a^2$$

$$=\frac{13}{4}a^2\pi-\frac{1}{2}a^2$$

$$=a^2\left(\frac{13}{4}\pi-\frac{1}{2}\right)$$

4) Die schraffierten Figuren rotieren um die punkt-gestrichelte Achse.

a) Berechne Volumen und Oberfläche (ohne Grundfläche) einer Halbkugel des Radius r.

$$V_{HK}=\frac{2}{3}r^3\pi$$

$$O_{HK}=2r^2\pi$$

b) Berechne Volumen und Oberfläche (ohne Grundfläche) eines Kegels mit Radius r und Höhe r

$$V_K=\frac{1}{3}r^2\pi\ r$$

$$=\frac{1}{3}r^3\pi$$

$$O_K=mr\pi \qquad m=\sqrt{2}r$$

$$=\sqrt{2}r^2\pi$$

c) Berechne Volumen und Oberfläche (Innen- und Außenseite) des links gezeichneten Körpers.

$$O=4r^2\pi+2\bullet\sqrt{2}r^2\pi$$

$$=\left(4+2\sqrt{2}\right)r^2\pi$$

$$V=\frac{4}{3}r^3\pi-2\bullet\frac{1}{3}r^3\pi$$

$$=\frac{2}{3}r^3\pi$$

d) Berechne Volumen und Oberfläche des rechts gezeichneten Körpers.

$$V = 2r^3\pi - \frac{1}{3}r^3\pi - \frac{2}{3}r^3\pi$$

$$= r^3\pi$$

$$O = 2r\pi \bullet 2r + \sqrt{2}r^2\pi + 2r^2\pi$$

$$= 6r^2\pi + \sqrt{2}r^2\pi$$

$$= (6 + \sqrt{2})r^2\pi$$