Aufgabe 1: Quickies (9 BE)

a) Berechnen Sie jeweils das zugehörige Bogen- bzw. Gradmaß:

$\propto = 57°$ $\qquad\qquad$ $\varphi = \frac{13}{4}$

Führen Sie folgenden Ausdrücke auf Winkel zwischen 0° und 90° zurück:

$\sin 1000°$ $\qquad\qquad$ $\cos 8365°$

b) Bestimmen Sie zwei verschiedene Winkel ∝, für die gilt:

$$\sin \propto = -0{,}23 \;\boldsymbol{und}\; \cos \propto < 0$$

Aufgabe 2: (5BE)

Lina nimmt eine quaderförmige Plastikschüssel ($\mathrm{b} = 8\ \mathrm{cm},\ \mathrm{h} = 7\ \mathrm{cm},\ \mathrm{l} = 16\ \mathrm{cm}$) und füllt sie zur Hälfte mit Wasser. Nun legt sie drei annähernd kugelförmige Äpfel (Umfang $U_{Apfel} = 22cm$) hinein, um sie zu waschen. Läuft das Wasser nun über? *Begründen Sie ihre Antwort sorgfältig (durch Rechnung).*

Aufgabe 3: (8BE)

a) Ein *Kreissektor* mit dem Radius r hat den Umfang $U = 3r$. Berechnen Sie den Mittelpunktswinkel ∝ **und** drücken Sie die Fläche A des Sektors durch r aus (Skizze!).

b) Die Läufer A(nton) und B(enedikt) starten einen Wettlauf auf einer kreisförmigen Rennbahn. Die Kreisbahn von A hat den Radius $r_a = 22m$, die von B den Radius $r_b = 23m$. A muss eine Runde laufen. Damit beide bis zum Ziel gleich weit laufen, muss der Startpunkt von B um einen bestimmten Winkel α vorverlegt werden. Bestimmen Sie diesen Winkel.

Aufgabe 4: (Grundwissen, 3 BE)

Bestimmen Sie die Lösung folgender Gleichung (für $x \in \mathbb{R}$):

$$2x^2 + 3x = 2$$

Viel Erfolg!

Lösung:
1.Schulaufgabe aus der Mathematik
10. Klasse Gymnasium Bayern Dezember

Bearbeite Aufgaben stets so, dass dein Lösungsweg nachvollziehbar und, wo nötig, begründet ist.

Aufgabe 1: Quickies (9 BE)

a) Berechnen Sie jeweils das zugehörige Bogen- bzw. Gradmaß:

$\propto = 57°$

$\propto Bogen = \frac{\propto Grad}{360°} \cdot 2\pi$

$\propto Bogen = \frac{57°}{360°} \cdot 2\pi$

$\propto Bogen = \frac{19°}{60°} \cdot \pi \approx 0{,}99$

$\varphi = \frac{13}{4}$

$\varphi\ Grad = \frac{\varphi\ Bogen \cdot 360°}{2\pi}$

$\varphi\ Grad = \frac{\frac{13}{4} \cdot 360°}{2\pi}$

$\varphi\ Grad \approx 186{,}2°$

b) Führen Sie folgenden Ausdrücke auf Winkel zwischen 0° und 90° zurück:

$\sin 1000°$
$= \sin(1000° - 2 \times 360°)$
$= \sin(280°)$
$= -\sin(360° - 280°)$
$= -\sin 80°$

$\cos 8365°$
$= \cos(8365° - 23 \times 360°)$
$= \cos 85°$

c) Bestimmen Sie zwei verschiedene Winkel ∝, für die gilt:

$\text{Sin} \propto = -0{,}23$ ***und*** $\cos \propto < 0$

$\sin^{-1}(-0{,}23) = -13{,}3°$
$180° + 13{,}3° = 193{,}3°$

$\cos(-13{,}3°) \approx 0{,}97 > 0$
$\cos(193{,}3°) \approx -0{,}97 < 0 = \propto$

$\propto = 360 + 193{,}3° = 553{,}3°$

Aufgabe 2: (5BE)

Lina nimmt eine quaderförmige Plastikschüssel ($b = 8cm, h = 7cm, l = 16cm$) und füllt sie zur Hälfte mit Wasser. Nun legt sie drei annähernd kugelförmige Äpfel (Umfang $U_{Apfel} = 22cm$) hinein, um sie zu waschen. Läuft das Wasser nun über? *Begründen Sie ihre Antwort sorgfältig (durch Rechnung).*

V_{Quader} mit $W = l \cdot b \cdot \frac{1}{2} h$
$V = 16\text{ cm} \cdot 8\text{ cm} \cdot 3{,}5\text{ cm} = 448\text{ cm}^3$

$U_{Kugel} = 2\pi r$
$r = \frac{22cm}{2\pi} \approx 3{,}5cm$

$V_{Kugel} = \frac{4}{3}\pi r^3$
$V = \frac{4}{3}\pi \cdot (3{,}5cm)^3$
$V \approx 179{,}5cm^3 = 1$ Apfel
3 Äpfel $= 538{,}5cm^3$

Antwort: Das Wasser läuft über, da im Behälter durch das Wasser nur noch 448 cm^3 Platz ist und die Äpfel ein Gesamtvolumen von $538{,}5\text{ cm}^3$ haben.

Aufgabe 3: (8BE)

c) Ein *Kreissektor* mit dem Radius r hat den Umfang $U = 3r$. Berechne den Mittelpunktswinkel $\propto$ **und** drücke die Fläche A des Sektors durch r aus (Skizze!).

$As = \frac{\propto}{360°} \cdot \pi r^2 = \frac{1}{2} r^2$ $\qquad b = r \qquad b = \frac{\propto}{180°} \cdot \pi r$

$r = \frac{\propto}{180°} \cdot \pi r$

$\propto = \frac{r}{\pi r} \cdot 180°$

$\propto = \frac{1}{\pi} \cdot 180°$

$\propto \approx 57{,}3°$

d) Die Läufer A(nton) und B(enedikt) starten einen Wettlauf auf einer kreisförmigen Rennbahn (vgl. Abbildung rechts). Die Kreisbahn von A hat den Radius $rA = 22m$, die von B den Radius $rB = 23m$. A muss eine Runde laufen. Damit beide bis zum Ziel gleich weit laufen, muss der Startpunkt von B um einen bestimmten Winkel $\propto$ vorverlegt werden. Bestimmen Sie diesen Winkel.

$U_{Kreis} = 2\pi r \qquad U_A = 2\pi \cdot 22m \qquad U_B = 2\pi \cdot 23m$

$U_A \approx 138{,}2m \qquad U_B \approx 144{,}5m$

$b = 144{,}5m - 138{,}2m = 6{,}3m$

$b = \frac{\propto}{180°} \cdot \pi r$

$\propto = \frac{b}{\pi r} \cdot 180°$

$\propto = \frac{6{,}3m}{23m \cdot r} \cdot 180°$

$\propto \approx 15{,}7°$

Aufgabe 4: (Grundwissen, 3 BE)

Bestimmen Sie die Lösung folgender Gleichung (für $x \in \mathbb{R}$):

$$2x^2 + 3x = 2$$

$2x^2 + 3x - 2 = 0$

$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-2)}}{2 \cdot 2}$

$x_{1/2} = \frac{-3 \pm 5}{4}$

$x_1 = -2 \qquad x_2 = 0{,}5$