# Schulaufgabe aus der Mathematik

Lineare Gleichungen / Lineare Gleichungssysteme

Name _____________ Datum _______ Klasse _____ Note ___

---

1. Gegeben ist die Gerade g mit $y = 2{,}5\,x - 1{,}5$ und die Gerade h mit $3y + 6x = 9$.

1.1. Zeichne die Geraden g und h in ein Koordinatensystem (KS) ein.

1.2. Bestimme durch Rechnung, ob der Punkt R ( 3,5 / -4 ) auf der Geraden h liegt.

1.3. Bestimme rechnerisch den Schnittpunkt der beiden Geraden g und h und vergleiche mit dem Schnittpunkt im Graphen.

1.4. Die zu g parallelen Gerade k verläuft durch den Punkt P(-1 / -3).
Bestimme die Gleichung der Geraden k und zeichne sie in das KS ein.

1.5. Die Gerade f verläuft senkrecht zu h und schneidet diese auf der y-Achse.
Bestimme die Gleichung von f.

1.6. Bestimme rechnerisch die Nullstelle von g.

2. Eine Infusionsflasche ist zu Beginn voll gefüllt. Die Infusion fließt gleichmäßig den Patienten zu bis sie leer ist. Nach 3 Stunden ist der Flüssigkeitsstand 18 cm.
Nach 5,5 Stunden ist er bei 12 cm.

2.1. Zeichne den Graphen, der den Flüssigkeitsstand der Infusion anzeigt.

2.2. Stelle die Funktionsgleichung des Graphen auf.

2.3. Nach welcher Zeit ist die Infusion leer?

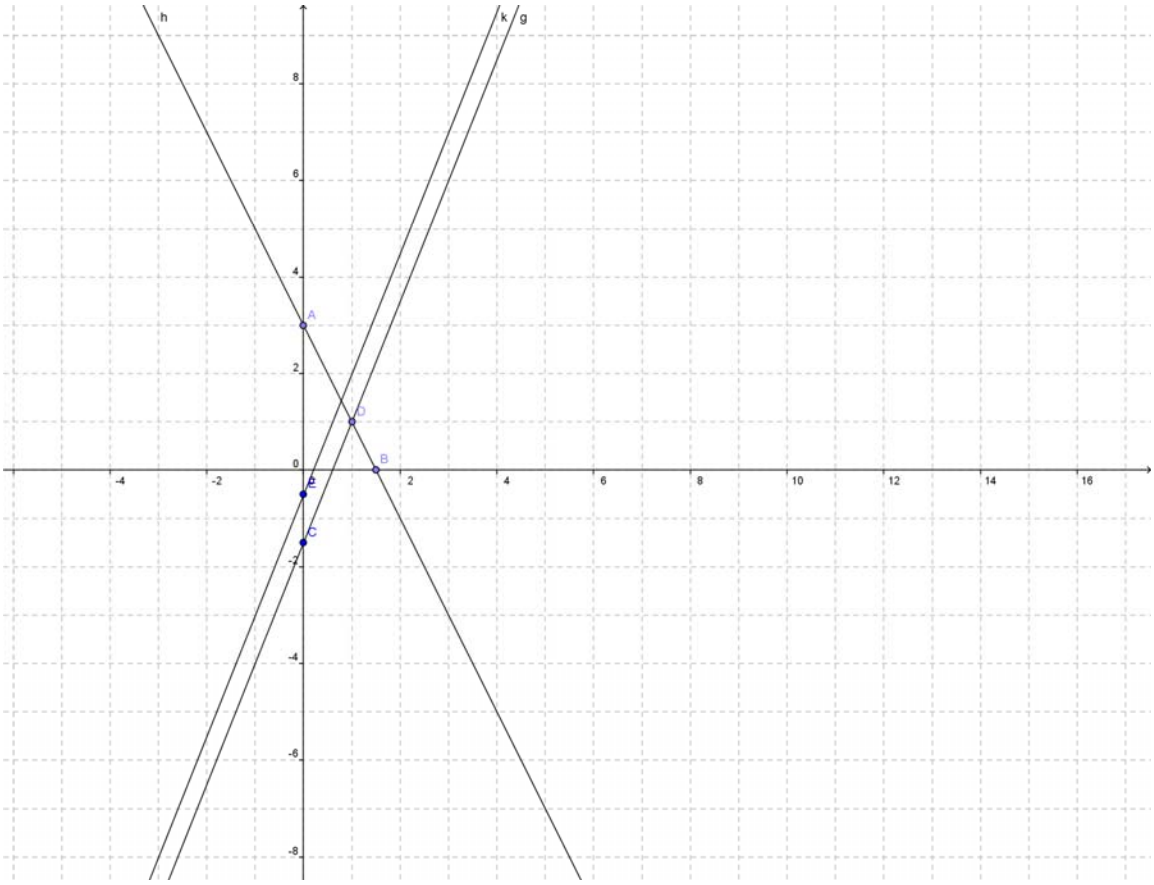
Viel Erfolg!

Name _____________ Datum _______ Klasse _____ Note ___

1. Gegeben ist die Gerade g mit $y = 2{,}5\,x - 1{,}5$ und die Gerade h mit $3y + 6x = 9$.

1.1. Zeichne die Geraden g und h in ein Koordinatensystem (KS) ein.

Lösung




1.2. Bestimme durch Rechnung, ob der Punkt R( 3,5 / -4 ) auf der Geraden h liegt.

Ist der Punkt R Element der Gerade h? Dazu muss man die Koordinaten des Punktes R in die Geradengleichung von h einsetzen:

$3y + 6\,x = 9$ | : 3 x und y eingesetzt: $-4 = -2 \cdot 3{,}5 + 3$

$y + 2\,x = 3$ $-4 = -2 \cdot 3{,}5 + 3$

$y = 3 - 2x$ $-4 = -7 + 3$

$-4 = -4$

Da die Zahlengleichung wahr ist, ist R Element von h und liegt somit auf h.

1.3. Bestimme rechnerisch den Schnittpunkt der beiden Geraden g und h und vergleiche mit dem Schnittpunkt im Graphen.

Rechnerisch den Schnittpunkt zweier Geraden zu ermitteln bedeutet, den x-Wert zu finden, für den beide Geradengleichungen den gleichen Termwert erreichen, also gleichwertig sind.

$$
\begin{aligned}
y_g &= y_h \\
2{,}5x - 1{,}5 &= -2x + 3 \qquad | +2x \quad | +1{,}5 \\
4{,}5x &= 4{,}5 \qquad | : 4{,}5 \\
1x &= 1 \\
x &= 1
\end{aligned}
$$

Diesen x-Wert nun in eine der beiden Geraden einsetzen (gleich welche, da beide Geradengleichungen für x = 1 den gleichen y-Wert haben)

$$
\begin{aligned}
y_h &= -2 \bullet 1 + 3 \\
y_h &= -2 + 3 \\
y_h &= 1 \qquad S(1 / 1).
\end{aligned}
$$

1.4. Die zu g parallelen Gerade k verläuft durch den Punkt P(-1 / -3). Bestimme die Gleichung der Geraden k und zeichne sie in das KS ein.

Da die Gerade g parallel zu der Geraden h liegt, folgt daraus, dass beide die gleiche Steigung haben, also $m_k = 2{,}5 \rightarrow y_k = 2{,}5x + t$

Es muss noch der y-Achsenabschnitt t bestimmt werden.

Da P(-1/-3) auf der Geraden k liegt, kann man seinen x- und y- Wert in die Geradengleichung $y_k = 2{,}5x + t$ einsetzen und so t ausrechnen:

$$
\begin{aligned}
-3 &= 2{,}5 \bullet (-1) + t \\
-3 &= -2{,}5 + t \qquad | +2{,}5 \\
-0{,}5 &= t
\end{aligned}
$$

Somit lautet die Geradengleichung für k: $y = 2{,}5x - 0{,}5$

1.5. Die Gerade f verläuft senkrecht zu h und schneidet diese auf der y-Achse. Bestimme die Gleichung von f.

Da die Gerade f senkrecht zu der Geraden h liegt, gilt:

$$
\begin{aligned}
m_f \bullet m_h &= -1 \\
m_f \bullet (-2) &= -1 \qquad | : (-2) \\
m_f &= 0{,}5.
\end{aligned}
$$

Mit der Aussage, dass die Gerade f die Gerade h auf der y-Achse schneidet, hat f den y-Achsenabschnitt t = 3.

Somit lautet die Geradengleichung f: $y = 0{,}5x + 3$.

1.6. Bestimme rechnerisch die Nullstelle von g.

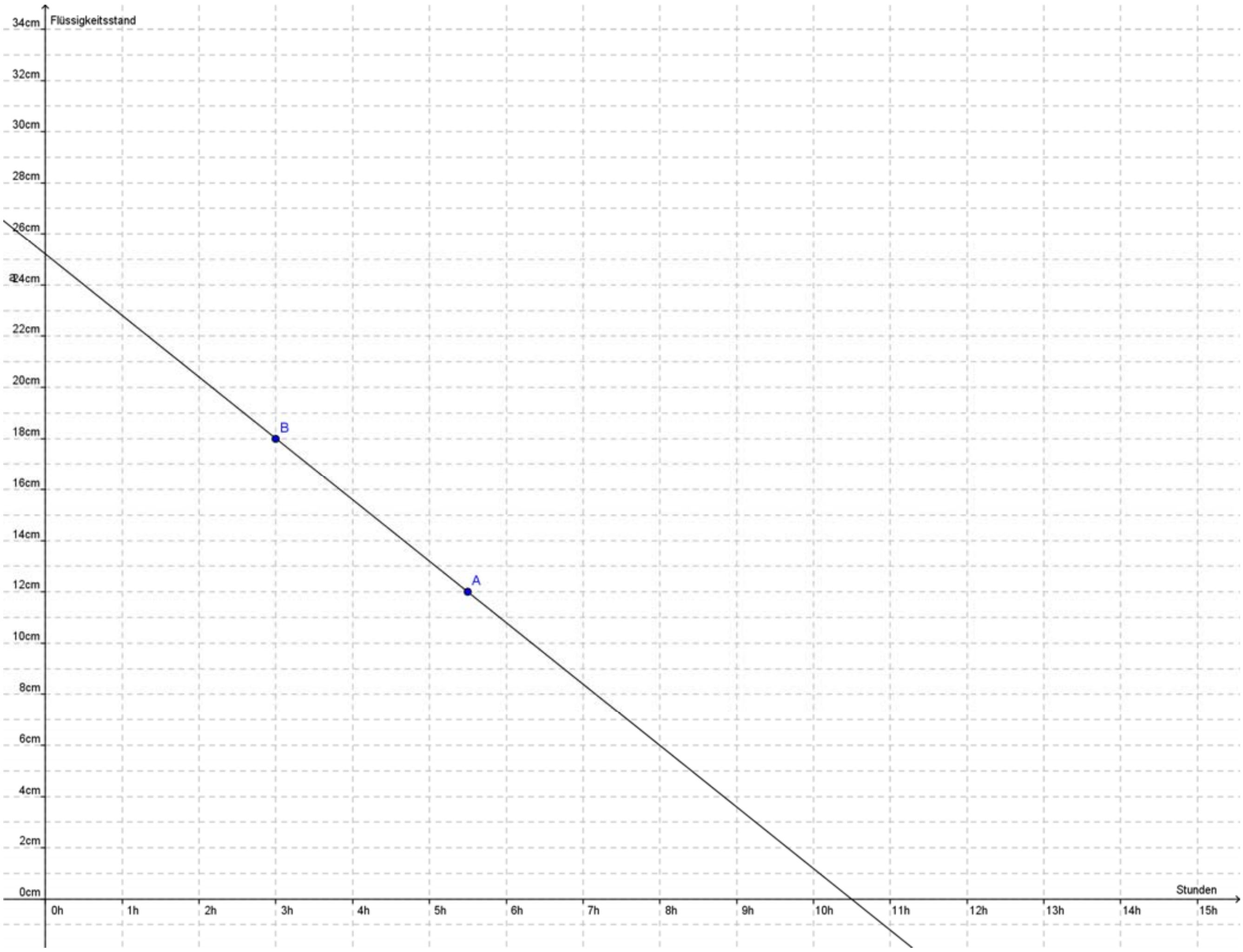
Die Nullstelle gibt den Punkt an, an dem die Gerade die x-Achse schneidet, der y-Wert Null wird, also

$$
\begin{aligned}
y_g &= 0 \\
2{,}5x - 1{,}5 &= 0 \qquad | +1{,}5 \\
2{,}5x &= 1{,}5 \qquad | : 2{,}5 \\
1x &= 0{,}6
\end{aligned}
$$

N( 0,6 / 0 )

2. Eine Infusionsflasche ist zu Beginn voll gefüllt. Die Infusion fließt gleichmäßig den Patienten zu, bis sie leer ist. Nach 3 Stunden ist der Flüssigkeitsstand 18 cm. Nach 5,5 Stunden ist er bei 12 cm.

2.1. Zeichne den Graphen, der den Flüssigkeitsstand der Infusion anzeigt.




2.2. Stelle die Funktionsgleichung des Graphen auf.

Die Steigung und der y-Achsenabschnitt müssen berechnet werden.

$m = \frac{y_B - y_A}{x_A - x_B} = \frac{18 - 12}{3 - 5{,}5} = -2{,}4$ oder über den Steigungsvektor y = -2,4x + t

Einen der beiden Punkte A oder B in die Gleichung einsetzen, da beide Punkte auf der Geraden liegen und die Gleichung erfüllen müssen.

$$\begin{aligned} 18 &= -2{,}4 \bullet 3 + t \\ 18 &= -7{,}2 + t \quad &| +7{,}2 \\ 25{,}2 &= t \end{aligned}$$

Die Geradengleichung des Flüssigkeitsstandes lautet y = -2,4x + 25,2.

Daraus lässt sich mit dem y-Achsenabschnitt sofort ablesen, dass der Flüssigkeitsstand der Infusionsflasche zu Beginn 25,2 cm betragen hat.

2.3. Nach welcher Zeit ist die Infusion leer?
Aus dem Graphen ablesen: (Schnittpunkt mit der y-Achse): Nach 10,5 Stunden.

# Stegreifaufgabe aus der Mathematik

Klasse 9 II Name ________________ Datum_________ Note _____

1. Bestimme rechnerisch den Schnittpunkt der Gleichungen

**$y_1 = -23{,}5x - 20$ und $y_2 = 15x + 9$.**

2. Zwei Handytarife stehen zur Auswahl:

**- T1: Grundpreis 10 Euro, jede gesprochene Minute 0,15 Euro**
**- T2: Grundpreis 25 Euro, jede gesprochene Minute 0,05 Euro.**

Stelle für beide Tarife eine Funktion für die Kosten auf. Bestimme rechnerisch, ab wie vielen Gesprächsminuten T2 günstiger wird.

3. Wann gibt es bei einem linearen Gleichungssystem Lösungen und wann gibt es keine Lösungen.

4. Löse folgendes Gleichungssystem mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens:

$y = -2x + 1$
und $2y - 6x = 4$.

5. Löse folgendes Gleichungssystem mit Hilfe des Additionsverfahrens.

$5x + 8y = 19$
und $-x - 8y = 5$.

6. Löse folgendes Gleichungssystem mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

$y = -4x - 11$
und $y = 9{,}4x + 45{,}6$.

7. Welches Lösungsverfahren bietet sich bei diesem Gleichungssystem an? Löse es.

$y = -2x - 12$
und $17x - 6 = 5y$

8. Welches Lösungsverfahren bietet sich bei diesem Gleichungssystem an? Löse es.

$2y = -x + 6$
und $-2y = 4x - 18$

# Stegreifaufgabe aus der Mathematik

Klasse 9II Name ________________ Datum_________ Note ______

1. Bestimme rechnerisch den Schnittpunkt der Gleichungen

   **$y_1 = -23{,}5x - 20$ und $y_2 = 15x + 9$.**

Beide Gleichungen gleichsetzen, damit findet man den Punkt, an dem beide Terme gleichwertig sind:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $y_1$ | = | $y_2$ | | | |
| $-23{,}5x - 20$ | = | $15x + 9$ | $\mid + 23{,}5x$ | $\mid -9$ | Äquivalenzumformungen |
| $-29$ | = | $38{,}5x$ | $\mid : 38{,}5$ | | |
| $x$ | = | $-0{,}75$ gerundet | | | |

$x = -0{,}75$ in eine der beiden Gleichungen einsetzen. Es ist gleich, welche Gleichung zum Ausrechnen des y-Wertes genommen wird, denn für $x = -0{,}75$ sind beide Terme gleichwertig, wie berechnet.

$y_2 = 15 \cdot (-0{,}75) + 9$ oder: $y_1 = -23{,}5(-0{,}75) - 20$

$y_2 = -2{,}25$ $\quad$ $y_1 = 17{,}625 - 20$

$y_1 = -2{,}25$

S( -0,75 / -2,25) ist der Schnittpunkt der beiden Geraden.

2. Zwei Handytarife stehen zur Auswahl:

**- T1: Grundpreis 10 Euro, jede gesprochene Minute 0,15 Euro**

**- T2: Grundpreis 25 Euro, jede gesprochene Minute 0,05 Euro.**

Stelle für beide Tarife eine Funktion für die Kosten auf. Bestimme rechnerisch, ab wie vielen Gesprächsminuten T2 günstiger wird.

T1: $y_1 = 0{,}15x + 10$ und T2: $y_2 = 0{,}05x + 25$

Rechnerisch muss man den Kostenpunkt finden, an dem beide Tarife gleichteuer sind. Danach lässt sich entscheiden, bis zu welchen Gesprächsminuten der eine gegenüber dem anderen Tarif günstiger oder teuerer ist.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $y_1$ | = | $y_2$ | | |
| $0{,}15x + 10$ | = | $0{,}05x + 25$ | $\mid -0{,}05x$ | $\mid -10$ |
| $0{,}1x$ | = | $15$ | $\mid : 0{,}1$ | |
| $x$ | = | $150$ | | |

Bis 149 Gesprächsminuten ist T1 günstiger, weil T1 unter T2 liegt.
Ab 151 Gesprächsminuten ist T2 günstiger, weil T2 unter T1 liegt.
(Bei 150 Gesprächsminuten sind beide Tarife gleich günstig.)

3. Wann gibt es bei einem linearen Gleichungssystem Lösungen und wann gibt es keine Lösungen.

Fall1: Wenn die Geraden sich schneiden, gibt es **eine** Lösung
Fall2: Wenn die Geraden parallel liegen, so gibt es **keine** Lösung, weil auch kein Schnittpunkt
Fall3: Wenn die Geraden aufeinander liegen, gibt es **unendlich viele** Lösungen.

4. Löse folgendes Gleichungssystem mit Hilfe des Einsetzungsverfahrens:

$$y = -2x + 1$$

und $2y - 6x = 4$.

| | | |
|---|---|---|
| Die erste in die zweite Gleichung einsetzen: | $2 \cdot ( -2x + 1 ) - 6x = 4$ | |
| Klammern nach dem Distributivgesetz auflösen: | $- 4x + 2 - 6x = 4$ | |
| Zusammenfassen | $- 10x + 2 = 4$ | $\vert -2$ |
| Umformen | $- 10x = 2$ | $\vert : (-10)$ |
| | $x = - 0,2$ | |
| In eine der beiden Gleichungen einsetzen | $y = - 2 \cdot ( - 0,2 ) + 1$ | |
| | $y = 1,4$ | |
| | $S ( -0,2 / 1,4)$ | |

5. Löse folgendes Gleichungssystem mit Hilfe des Additionsverfahrens.

$$5x + 8y = 19$$

und $-x - 8y = 5$.

Die erste zu der zweiten Gleichung addieren, d.h. beide Linksterme und beide

| | | |
|---|---|---|
| Rechtsterme müssen addiert werden: | $5x - x + 8y + ( -8y ) = 19 + 5$ | |
| Zusammenfassen | $4x = 24$ | $\vert :4$ |
| | $x = 6$ | |
| In eine der beiden Gleichungen einsetzen | $- 6 - 8y = 5$ | $\vert + 6$ |
| | $-8y = 11$ | $\vert :(-8)$ |
| | $y = - 1,375$ | |
| | $S ( 6 / -1,375)$ | |

6. Löse folgendes Gleichungssystem mit Hilfe des Gleichsetzungsverfahrens.

$$y = -4x - 11$$

und $y = 9,4x + 45,6$.

Gleichsetzungsverfahren : $-4x - 11 = 9,4x + 45,6$ $\vert -9,4x$

| | |
|---|---|
| Umformen | $-13{,}4x - 11 = 45{,}6 \quad \mid +11$ |
| | $-13{,}4x = 56{,}6 \quad \mid : (-13{,}4)$ |
| | $x = -4{,}22$ gerundet |
| In eine der beiden Gleichungen einsetzen | $y = -4 \cdot (-4{,}22) - 11$ |
| | $y = 5{,}88$ |
| | $S(-4{,}22 / 5{,}88)$ |

7. Welches Lösungsverfahren bietet sich bei diesem Gleichungssystem an? Löse es.

$$y = -2x - 12$$
und $$17x - 6 = 5y$$

| | |
|---|---|
| Einsetzungsverfahren | $17x - 6 = 5 \cdot (-2x - 12)$ |
| Distributivgesetz | $17x - 6 = -10x - 60 \quad \mid +10x \quad \mid +6$ |
| Umformen | $27x = -54 \quad \mid : 27$ |
| | $1x = -2$ |
| In eine der beiden Gleichungen einsetzen: | $y = -2 \cdot (-2) - 12$ |
| | $y = 4 - 12$ |
| | $y = -8$ |
| | $S(-2 / -8)$ |

8. Welches Lösungsverfahren bietet sich bei diesem Gleichungssystem an? Löse es.

$$2y = -x + 6$$
und $$-2y = 4x - 18$$

| | |
|---|---|
| Additionsverfahren | $2y + (-2y) = -x + 6 + 4x - 18$ |
| Zusammenfassen | $0 = 3x - 12 \quad \mid +12$ |
| | $12 = 3x \quad \mid : 3$ |
| | $4 = x$ |
| In eine der beiden Gleichungen einsetzen: | $2y = -4 + 6$ |
| | $2y = +2 \quad \mid : 2$ |
| | $y = 1$ |
| | $S(4 / 1)$ |