1. Fasse unter einer Wurzel zusammen und radiziere

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}$ b) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{14{,}4}$ c) $\sqrt{0{,}1}\cdot\sqrt{0{,}001}$

d) $\sqrt{\frac{3}{7}}\cdot\sqrt{\frac{28}{3}}$ e) $\sqrt{14\frac{17}{35}}\cdot\sqrt{11\frac{2}{3}}$ f) $\sqrt{0{,}35}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{2{,}1}$

g) $\sqrt{ab}\cdot\sqrt{ab^3}$ h) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$ i) $\frac{\sqrt{24{,}5a}}{\sqrt{192bc}}:\frac{6}{\sqrt{54abc}}$

j) $\sqrt{16\cdot\frac{36}{4}}\cdot\sqrt{16\frac{36}{4}}$ k) $\frac{\sqrt{2\frac{1}{3}\cdot 2\frac{1}{3}}}{\sqrt{2\cdot\frac{1}{3}\cdot 2\cdot\frac{1}{3}}}$ l) $\sqrt{117pq}\cdot\sqrt{52\frac{p}{q}}$

2. Multipliziere aus, vereinfache und fasse so weit wie möglich zusammen

a) $\left(\sqrt{8}-3\sqrt{18}\right)^2$ b) $\left(5\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)^2$

c) $\left(2\sqrt{5}-\sqrt{18}\right)^2$ d) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)$

e) $\left(\sqrt{20}-3\sqrt{2}\right)^2+\left(3\sqrt{5}+\sqrt{8}\right)^2$ f) $\left(2\sqrt{7}-3\sqrt{10}\right)\cdot\left(2\sqrt{7}+3\sqrt{10}\right)$

g) $\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{6}\right)^2$ h) $\sqrt{9+\sqrt{17}}\cdot\sqrt{9-\sqrt{17}}$

3. Addiere/subtrahiere die Wurzeln

a) $3\sqrt{2}+4\sqrt{2}=$ b) $9\sqrt{3}-7\sqrt{3}=$ c) $12\sqrt{11}+5\sqrt{11}=$

d) $4\sqrt{6}+3\sqrt{6}-2\sqrt{6}=$ e) $4\sqrt{x}+3\sqrt{x}=$ f) $14\sqrt{x}-9\sqrt{x}=$

g) $2\sqrt{a}+3\sqrt{a}-\sqrt{a}=$ h) $3\sqrt{x}-2\sqrt{x}+4\sqrt{x}=$ i) $5\sqrt{a}-(7\sqrt{b}+3\sqrt{a})-\sqrt{a}=$

j) $5\sqrt{x}-(3\sqrt{x}+\sqrt{y})-(\sqrt{x}+2\sqrt{y})=$

k) $-(\sqrt{2a}+7\sqrt{3b})-(4\sqrt{2a}-3\sqrt{3b})=$

l) $\sqrt{x}-(2\sqrt{y}+3\sqrt{z})-(\sqrt{x}-\sqrt{y}-\sqrt{z}=$

4. Berechne

a) $(\sqrt{11}-\sqrt{7})(\sqrt{11}+\sqrt{7})-(\sqrt{11}-\sqrt{7})^2=$

b) $(\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{7})(\sqrt{2}-\sqrt{5}-\sqrt{7})-(\sqrt{2}-\sqrt{5})^2=$

c) $(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b})^2-(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b})^2=$

d) $\left(3-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2-\left(3+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2=$

e) $\left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}-\frac{3+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}\right)^2=$

f) $\left(\frac{\sqrt{27}-\sqrt{8}}{\sqrt{12}}-\frac{3}{2}\right)^2-\left(\sqrt{\frac{2}{3}}-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt{\frac{2}{3}}+\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=$

5. Vereinfache folgenden Term soweit wie möglich. Gib die Ergebnisse mit Wurzelzeichen an

a) $\sqrt{\frac{378}{25}}\cdot\sqrt{\frac{750}{3}}=$ b) $\sqrt{6\,700\,000\,000\,000}$

d) $\frac{\sqrt{a^2b}\cdot\sqrt{c^2b^3}\cdot\sqrt{3b}}{\sqrt{3a^2}}=$ d) $\sqrt{\frac{1}{4}c^2-cb+b^2}=$

1. Radiziere

a) $\sqrt{36 \cdot 144}$ b) $\sqrt{0{,}09 \cdot 0{,}0225}$ c) $\sqrt{6{,}25 \cdot 10^6}$

d) $\sqrt{49a^4 \cdot 16b^2c^8}$ e) $\sqrt{\frac{196x^2y^5}{49yz^4}}$ f) $\sqrt{13 \cdot 52}$

g) $\sqrt{1{,}6 \cdot 10^5}$ h) $\sqrt{\frac{50a^3}{32a}}$

2. Bestimme die Definitionsmenge

a) $\sqrt{2x-1}$ b) $2\sqrt{1-x}$ c) $\sqrt{\frac{2}{x+1}}$

d) $\frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{x+1}}$ e) $\sqrt{x^2+1}$ f) $\sqrt{16-x^2}$

3. Vereinfache so weit wie möglich

a) $\left(\sqrt{2a}^2 =\right)$ b) $\sqrt{(-a)^2}=$ c) $\left(-\sqrt{b}\right)^2$

d) $\sqrt{a^4} =$ e) $\frac{\sqrt{75x^3y^5}}{\sqrt{32z}} \cdot \frac{\sqrt{z^7}}{\sqrt{6xy^3}} =$ f) $\frac{\sqrt{x^5}}{6ab^3} \cdot \frac{\sqrt{75a^3b^5}}{\sqrt{32x}}$

g) $\sqrt{\frac{x}{y}} : \sqrt{\frac{x}{y}} =$ h) $\sqrt{\frac{108}{a^2}} : \sqrt{\frac{25x^2}{3}} =$ i) $\sqrt{\frac{3}{25x^2}} : \sqrt{\frac{4a^2}{108}} =$

j) $\left(\sqrt{27} - 2\sqrt{3}\right) \cdot \sqrt{12} =$ k)) $\sqrt{ab} \cdot \left(\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3}\right) =$ m) $\sqrt{\frac{a}{b}} : \sqrt{\frac{b}{a}} =$

4. Multipliziere, bzw. dividiere

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} =$ b) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} =$ c) $\sqrt{12{,}5} \cdot \sqrt{2} =$

d) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} =$ e) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{8} =$ f) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} =$

g) $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{20a} =$ h) $\sqrt{2a^2} \cdot \sqrt{18a^2} =$ i) $\sqrt{72k} \cdot \sqrt{2k} =$

j) $\sqrt{\frac{1}{2}m} \cdot \sqrt{32m} =$ k) $\sqrt{\frac{3}{4}x} \cdot \sqrt{\frac{3}{16}x} =$ l) $\sqrt{0{,}18a} \cdot \sqrt{2a} =$

m) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}} =$ n) $\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} =$ o) $\sqrt{20y} \cdot \sqrt{1{,}8y} =$

5. a) Schreibe als Potenz. Bestimme anschließend den Wert.

$\left(\sqrt[6]{\left(\frac{3}{5}\right)^2}\right)^5 =$ $\frac{1}{\sqrt[7]{0{,}35^4}} =$

b) Schreibe als Wurzel. Bestimme anschließend den Wert.

$\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{11}{13}} =$ $142^{-\frac{0{,}4}{5}} =$

6. Vereinfache folgende Terme durch teilweises Wurzelziehen! Überlege, ob du „in der Wurzel" herausheben kannst!

a) $\sqrt{144x^2 - 288x^3} =$ b) $\sqrt{72a^2b^3 + 108a^3b^2} =$

1. Radiziere teilweise

a) $\sqrt{32}$ b) $2\sqrt{180}$ c) $\sqrt{176}$

d) $\sqrt{9000}$ e) $3\sqrt{507ab^2}$ f) $\sqrt{x^5}$

g) $\sqrt{5\cdot 10^5}$ h) $\sqrt{\frac{x^2+x^3}{8y^2}}$ i) $\sqrt{18a^2+27b^2}$

2. Mache den Nenner rational

a) $\frac{4}{3\sqrt{8}} =$ b) $\frac{3}{4\sqrt{8}} =$ c) $\frac{3\sqrt{b}-b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} =$

d) $\frac{x\sqrt{y}-y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} =$ e) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} =$ f) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8}-\sqrt{2}} =$

g) $\sqrt[3]{8}\cdot\sqrt[3]{8} =$ h) $\sqrt[3]{5}\cdot\sqrt[3]{1}\cdot\sqrt[3]{25} =$ i) $\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[3]{a}\cdot\sqrt[3]{a^3} =$

j) $\sqrt[4]{b}\cdot\sqrt[4]{b^2}\cdot\sqrt[4]{b} =$ k) $\sqrt[5]{x}\cdot\sqrt[5]{x^3}\cdot\sqrt[5]{x^6} =$ l) $\sqrt[3]{3a}\cdot\sqrt[3]{3a^4}\cdot\sqrt[3]{9a} =$

m) $\sqrt[5]{2y}\cdot\sqrt[5]{y^3}\cdot\sqrt[5]{16y} =$ n) $\sqrt[4]{10x}\cdot\sqrt[4]{20x^2}\cdot\sqrt[4]{50x} =$ o) $\sqrt[3]{54} : \sqrt[3]{2} =$

p) $\sqrt[4]{30000} : \sqrt[4]{3} =$ q) $\sqrt[5]{64} : \sqrt[5]{2} =$ r) $\sqrt[5]{a^7} : \sqrt[5]{a^2} =$

3. Berechne

a) $\left(\frac{3}{2}-\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 - \left(\frac{3}{2}+\sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 =$ b) $\frac{25-5\sqrt{5}}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{80}}{3+\sqrt{5}} - 10\sqrt{\frac{1}{5}} =$

c) $\frac{12+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{48}{3-1}} =$ e) $\frac{15-7\sqrt{6}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}+3} + 3\sqrt{\frac{1}{6}} =$

f) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}-4} - \frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} =$ g) $\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{12}}\right) =$

4. Bildet man das Doppelte der Wurzel aus dem um 15 verminderten Vierfachen einer Zahl, so erhält man die Hälfte dieser Zahl.

5. Schreibe als Potenz mit gebrochenem Exponenten

a) $\sqrt[3]{30} =$ b) $\sqrt[7]{a} =$ c) $\sqrt[6]{x} =$

d) $\sqrt[4]{\frac{12}{17}} =$ e) $\sqrt[3]{5a} =$ f) $\sqrt[n]{5^m} =$

6. Bestimme den (ungefähren) Wert folgender Wurzeln. Runde nach 4 Stellen

a) $\sqrt[4]{200} =$ b) $\sqrt[3]{12} =$ c) $\sqrt[10]{1{,}1} =$ d) $\sqrt[7]{122} =$

e) $\sqrt[3]{\frac{5}{22}} =$ f) $\sqrt[5]{\frac{3}{7}} =$ g) $\sqrt[6]{\frac{3}{512}} =$ h) $\sqrt[7]{\frac{5}{1111}} =$

i) $\sqrt[3]{0{,}002} =$ j) $\sqrt[3]{34{,}77} =$ k) $\sqrt[8]{123{,}449} =$ l) $\sqrt[5]{24223{,}55} =$

7. Erweitere folgende Brüche so, dass der Nenner keine Wurzel mehr enthält, also „rational" wird!

a) $\frac{21}{\sqrt{3}} =$ b) $\frac{15}{\sqrt{5}} =$

1. Ziehe unter das Wurzelzeichen

a) $7\sqrt{x}$ b) $\frac{2}{3}\sqrt{a}$ c) $4a\sqrt{\frac{1}{2}b}$

d) $-3x^2\sqrt{xy}$ e) $3a\sqrt{\frac{1}{3}a-3b}$ f) $xy\sqrt{\frac{x}{y^3}}$

g) $\frac{2ab}{c}\cdot\sqrt{\frac{3c^3}{8a^2b}}$ h) $2x\cdot\sqrt{\frac{3x-1}{12x^3-4x^2}}$ i) $2{,}5a\cdot\sqrt{\frac{b}{625a}}$

2. Berechne die Wurzel

a) $\sqrt[4]{14641}=$ b) $\sqrt[4]{50625}=$ c) $\sqrt[4]{279841}=$ d) $\sqrt[4]{923521}=$

3. Mach den Nenner rational

a) $\sqrt[4]{\frac{1}{2}a} : \sqrt[4]{8a}=$ b) $\sqrt[5]{\frac{5}{3}b^7} : \sqrt[5]{\frac{5}{3}b^2}=$ c) $\left(\sqrt{2}\right)^4=$

d) $\left(\sqrt{2}\right)^6=$ e) $(\sqrt[5]{a})^4=$ f) $(\sqrt[4]{b})^4=$

g) $\sqrt[3]{3^6}=$ h) $\sqrt[4]{4^8}=$ i) $\sqrt{\sqrt[3]{a^4}}=$

j) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{b^6}}=$ k) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{c^{10}}}=$ l) $\sqrt{\sqrt{y^6}}=$

4. Berechne

a) $\left(\sqrt{15x}\right)^2=$ b) $\left(\sqrt{7a^2}\right)^2=$ c) $\left(\sqrt{a^2y^3}\right)^2=$

d) $\sqrt{x^2}=$ e) $\sqrt{(3m)^2}=$ f) $\sqrt{(2m+3n)^2}=$

g) $\left(\sqrt{12}+\sqrt{3}\right)\sqrt{32}=$ h) $\sqrt{2}\left(\sqrt{18}+\sqrt{32}\right)=$ i) $\sqrt{5}\left(\sqrt{5}+\sqrt{125}\right)=$

j) $\sqrt{6}\left(\sqrt{54}+\sqrt{6}\right)=$ k) $\left(\sqrt{32x}+\sqrt{8x}\right)\sqrt{0{,}5x}=$ l) $\sqrt{0{,}2a}\cdot\left(\sqrt{5a}-\sqrt{80a}\right)=$

m) $\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)=$ n) $\left(\sqrt{8}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{8}+\sqrt{3}\right)=$ o) $\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)=$

p) $\left(\sqrt{12}+3\right)\left(\sqrt{12}-3\right)=$ q) $\left(\sqrt{x^3}-\sqrt{2y}\right)\left(\sqrt{x^3}+\sqrt{2y}\right)=$

5. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich für folgende Funktionen.

a) $f(x)=\sqrt{2x-4}$ b) $f(x)=\sqrt{4-5x}$

c) $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ d) $f(x)=\sqrt{9-x^2}$

e) $f(x)=\sqrt{x^2-5x+4}$ f) $f(x)=\sqrt{x(x-1)}$

g) $f(x)=\sqrt{-x^3+x}$

6. Vereinfache

a) $\left(3\cdot\sqrt{5}+2\cdot\sqrt{3}\right)\cdot\left(3\cdot\sqrt{5}-2\cdot\sqrt{3}\right)$ b) $\left(a\cdot\sqrt{ax}-b\cdot\sqrt{bx}\right)\cdot\sqrt{abx}$

c) $\sqrt[6]{\sqrt[3]{a^5}}\cdot\sqrt[2]{\sqrt[9]{a^7}}$ d) $\sqrt[5]{x^4}\cdot\sqrt[10]{x^3}\cdot\sqrt[15]{x^8}$

1. Mache den Nenner rational

a) $\frac{5\sqrt{10}}{\sqrt{8}}$ b) $\frac{3\sqrt{7}}{4\sqrt{3}}$ c) $\frac{81}{\sqrt{82}-1}$

d) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3+\sqrt{6}}$ e) $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$ f) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{13}}{\sqrt{15}+\sqrt{13}}$

g) $\frac{10}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}}$ h) $\sqrt{\frac{a}{b}}$ i) $\frac{4x-2\sqrt{xy}+y}{2\sqrt{x}-\sqrt{y}}$

2. Vereinfache folgende Terme soweit wie möglich. Gib den gesamten Rechenweg und die Ergebnisse in exakter Schreibweise (ohne Rundung) an.

a) $\sqrt{\frac{\sqrt{360}}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{\frac{1}{10}}}} =$ b) $\frac{a^2\sqrt{b}+b^2\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} =$

3. Schreibe als Wurzel

a) $5^{\frac{2}{3}} =$ b) $xy^{\frac{3}{4}} =$ c) $py^{\frac{a}{b}} =$ d) $cd^{\frac{m}{n}} =$

4. Mach den Nenner rational

a) $\frac{a}{4\sqrt{x}}$ b) $\frac{6}{2+\sqrt{n}}$ c) $\frac{8b}{\sqrt[3]{2x}}$ d) $\frac{4x}{5x-\sqrt{ax}}$

e) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ f) $\frac{2+a}{2-\sqrt{2-a}}$ g) $\frac{4a}{\sqrt{2}\cdot a-\sqrt{2a^2+1}}$

5. Faktorisiere die Wurzel

a) $\sqrt{54} =$ b) $\sqrt{96} =$ c) $\sqrt{80} =$ d) $\sqrt{75}+\sqrt{27} =$

e) $\sqrt{54}+\sqrt{24} =$ f) $\sqrt{150}+\sqrt{96} =$ g) $\sqrt{175}+\sqrt{28}-\sqrt{112} =$

6. Entferne die Wurzel aus dem Nenner

a) $\frac{4}{\sqrt{6}} =$ b) $\frac{14}{\sqrt{6}} =$ c) $\frac{7}{9-\sqrt{2}} =$ d) $\frac{6}{9-\sqrt{5}} =$

e) $\frac{7}{9-\sqrt{2}} =$ f) $\frac{8}{16-\sqrt{80}} =$ g) $\frac{6}{27+\sqrt{45}} =$ h) $\frac{12}{18-\sqrt{45}} =$

7. Wie lang sind die Seiten eines Quadrates mit dem Flächeninhalt

a) 12,25 m² b) 5 m² c) 900 cm² d) 0,009 m² e) 1 km²

______ ______ ________ ________ ______

8. Schreibe als Quotient zweier Wurzeln und mache den Nenner rational.

a) $\sqrt{\frac{3}{5}} =$ b) $\sqrt{\frac{7}{8}} =$ c) $\sqrt{\frac{3}{13}} =$ d) $\sqrt{\frac{8}{11}} =$

9. Mache den Nenner rational

a) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} =$ b) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{12}}{\sqrt{7}} =$ c) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}} =$ d) $\frac{\sqrt{13}-2\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} =$

1. Fasse unter einer Wurzel zusammen und radiziere

a) $\sqrt{3}\cdot\sqrt{12} = 6$ b) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{14{,}4} = 12$ c) $\sqrt{0{,}1}\cdot\sqrt{0{,}001} = 0{,}01$

d) $\sqrt{\frac{3}{7}}\cdot\sqrt{\frac{28}{3}} = 2$ e) $\sqrt{14\frac{17}{35}}\cdot\sqrt{11\frac{2}{3}} = 13$ f) $\sqrt{0{,}35}\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{2{,}1} = 2{,}1$

g) $\sqrt{ab}\cdot\sqrt{ab^3} = ab^2$ h) $\frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}} = 4$

i) $\frac{\sqrt{24{,}5a}}{\sqrt{192bc}} : \frac{6}{\sqrt{54abc}} = \sqrt{\frac{24{,}5a\cdot 54abc}{192bc}}\cdot\frac{1}{6} = \sqrt{\frac{441a^2}{64}}\cdot\frac{1}{6} = \frac{21a}{48} = \frac{7}{16}a$

j) $\sqrt{16\cdot\frac{36}{4}}\cdot\sqrt{16\frac{36}{4}} = 4\cdot\frac{6}{2}\cdot\sqrt{25} = 60$ k) $\frac{\sqrt{2\frac{1}{3}\cdot 2\frac{1}{3}}}{\sqrt{2\cdot\frac{1}{3}\cdot 2\cdot\frac{1}{3}}} = \frac{2\frac{1}{3}}{2\cdot\frac{1}{3}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{7}{2}$ l) $\sqrt{117pq}\cdot\sqrt{52\frac{p}{q}} = 78p$

2. Multipliziere aus, vereinfache und fasse so weit wie möglich zusammen

a) $\left(\sqrt{8}-3\sqrt{18}\right)^2 = 8 - 6\sqrt{8\cdot 18} + 9\cdot 18 = 8 - 6\sqrt{16\cdot 9} + 162 = 170 - 6\cdot 12 = 9$

b) $\left(5\sqrt{2}+\sqrt{18}\right)^2 = 25\cdot 2 + 2\cdot 5\sqrt{2}\cdot\sqrt{18} + 18 = 50 + 10\sqrt{36} + 18 = 128$

c) $\left(2\sqrt{5}-\sqrt{18}\right)^2 = 4\cdot 5 - 4\sqrt{5\cdot 18} + 18 = 38 - 12\sqrt{10}$

d) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\cdot\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right) = 3 - 2 = 1$

e) $\left(\sqrt{20}-3\sqrt{2}\right)^2 + \left(3\sqrt{5}+\sqrt{8}\right)^2 = 20 - 2\cdot 3\cdot 3\sqrt{40} + 9\cdot 3 + 9\cdot 5 + 2\cdot 3\cdot\sqrt{40} + 8 = 91$

f) $\left(2\sqrt{7}-3\sqrt{10}\right)\cdot\left(2\sqrt{7}+3\sqrt{10}\right) = 4\cdot 7 - 9\cdot 10 = 62$ g) $\left(2\sqrt{3}+3\sqrt{6}\right)^2 = 66 + 36\sqrt{2}$

h) $\sqrt{9+\sqrt{17}}\cdot\sqrt{9-\sqrt{17}} = 8$

3. Addiere/subtrahiere die Wurzeln

a) $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} = 7\sqrt{2}$ b) $9\sqrt{3} - 7\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ c) $12\sqrt{11} + 5\sqrt{11} = 17\sqrt{11}$

d) $4\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$ e) $4\sqrt{x} + 3\sqrt{x} = 7\sqrt{x}$ f) $14\sqrt{x} - 9\sqrt{x} = 5\sqrt{x}$

g) $2\sqrt{a} + 3\sqrt{a} - \sqrt{a} = 4\sqrt{a}$ h) $3\sqrt{x} - 2\sqrt{x} + 4\sqrt{x} = 5\sqrt{x}$

i) $5\sqrt{a} - \left(7\sqrt{b} + 3\sqrt{a}\right) - \sqrt{a} = \sqrt{a} - 7\sqrt{b}$

j) $5\sqrt{x} - \left(3\sqrt{x} + \sqrt{y}\right) - \left(\sqrt{x} + 2\sqrt{y}\right) = \sqrt{x} - 3\sqrt{y}$

k) $-\left(\sqrt{2a} + 7\sqrt{3b}\right) - \left(4\sqrt{2a} - 3\sqrt{3b}\right) = -5\sqrt{2a} - 4\sqrt{3b}$

l) $\sqrt{x} - \left(2\sqrt{y} + 3\sqrt{z}\right) - \left(\sqrt{x} - \sqrt{y} - \sqrt{z}\right) = -\sqrt{y} - 2\sqrt{z}$

4. Berechne

a) $\left(\sqrt{11}-\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{11}+\sqrt{7}\right) - \left(\sqrt{11}-\sqrt{7}\right)^2 = 2\sqrt{77} - 14$

b) $\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{5}-\sqrt{7}\right) - \left(\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)^2 = -7$

c) $\left(\sqrt{a+b}+\sqrt{a-b}\right)^2 - \left(\sqrt{a+b}-\sqrt{a-b}\right)^2 = 4\sqrt{a^2+b^2}$

d) $\left(3-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(3+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = -4\sqrt{3}$

e) $\left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{6}} - \frac{3+\sqrt{6}}{\sqrt{3}}\right)^2 = 8$

f) $\left(\frac{\sqrt{27}-\sqrt{8}}{\sqrt{12}} - \frac{3}{2}\right)^2 - \left(\sqrt{\frac{2}{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{1}{2}$

5. Vereinfache folgenden Term soweit wie möglich. Gib die Ergebnisse mit Wurzelzeichen an

a) $\sqrt{\frac{378}{25}} \cdot \sqrt{\frac{750}{3}} = \sqrt{\frac{378 \cdot 750}{25 \cdot 3}} = \sqrt{\frac{378 \cdot 30}{1 \cdot 3}} = \sqrt{2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7} = \sqrt{2 \cdot 2} \cdot \sqrt{3 \cdot 3} \cdot \sqrt{3 \cdot 3} \cdot \sqrt{7} =$
$2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot \sqrt{7} = 18\sqrt{7}$

b) $\sqrt{6\,700\,000\,000\,000} = \sqrt{100000 \cdot 100000} \cdot \sqrt{670} = 100000 \cdot \sqrt{670}$

d) $\frac{\sqrt{a^2b} \cdot \sqrt{c^2b^3} \cdot \sqrt{3b}}{\sqrt{3a^2}} = \sqrt{\frac{a^2b \cdot c^2b^3 \cdot 3b}{3a^2}} = \sqrt{\frac{3a^2b^5c^2}{3a^2}} = \sqrt{b^5c^2} = \sqrt{b^4c^2} \cdot \sqrt{b} = b^2c \cdot \sqrt{b}$

d) $\sqrt{\frac{1}{4}c^2 - cb + b^2} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}c - b\right)^2} = \frac{1}{2}c - b$

Lösungen Wurzel Station 2

1. Radiziere

a) $\sqrt{36 \cdot 144} = 72$

b) $\sqrt{0{,}09 \cdot 0{,}0225} = 0{,}045$

c) $\sqrt{6{,}25 \cdot 10^6} = 2500$

d) $\sqrt{49a^4 \cdot 16b^2c^8} = 28a^2bc^2$

e) $\sqrt{\frac{196x^2y^5}{49yz^4}} = \frac{14xy^2}{7z^2} = \frac{2xy^2}{z^2}$

f) $\sqrt{13 \cdot 52} = \sqrt{13 \cdot 4 \cdot 13} = 13 \cdot 2 = 26$

g) $\sqrt{1{,}6 \cdot 10^5} = \sqrt{16 \cdot 10^4} = 4 \cdot 10^2 = 400$

h) $\sqrt{\frac{50a^3}{32a}} = \sqrt{\frac{25a^2}{16}} = \frac{5a}{4} = \frac{5}{4}a$

2. Bestimme die Definitionsmenge

a) $\sqrt{2x-1}$ $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$

b) $2\sqrt{1-x}$ $D =]-\infty; 1]$

c) $\sqrt{\frac{2}{x+1}}$ $D =]-1; +\infty[$

d) $\frac{\sqrt{3x}}{\sqrt{x+1}}$ $D = [0; +\infty[= R_0$

e) $\sqrt{x^2+1}$ D=R

f) $\sqrt{16-x^2}$ $D = [-4; 4]$

3. Vereinfache so weit wie möglich

a) $\left(\sqrt{2a^2}\right) = 2a$

b) $\sqrt{(-a)^2}$=-a oder a

c) $\left(-\sqrt{b}\right)^2 = b$

d) $\sqrt{a^4} = a^2$

e) $\frac{\sqrt{75x^3y^5}}{\sqrt{32z}} \cdot \frac{\sqrt{z^7}}{\sqrt{6xy^3}} = \frac{5}{8}xyz^3$

f) $\frac{\sqrt{x^5}}{6ab^3} \cdot \frac{\sqrt{75a^3b^5}}{\sqrt{32x}} = \frac{5abx^2}{8}$

g) $\sqrt{\frac{x}{y}} : \sqrt{\frac{x}{y}} = 1$

h) $\sqrt{\frac{108}{a^2}} : \sqrt{\frac{25x^2}{3}} = \frac{18}{5ax}$

i) $\sqrt{\frac{3}{25x^2}} : \sqrt{\frac{4a^2}{108}} = \frac{18}{10ax} = \frac{9}{5ax}$

j) $\left(\sqrt{27} - 2\sqrt{3}\right) \cdot \sqrt{12} = 6$

k) $\sqrt{ab} \cdot \left(\sqrt{a^3b} + \sqrt{ab^3}\right) = a^2b + ab^2$

m) $\sqrt{\frac{a}{b}} : \sqrt{\frac{b}{a}} = \frac{a}{b}$

4. Multipliziere, bzw. dividiere

a) $\sqrt{8} \cdot \sqrt{2} = 4$

b) $\sqrt{12} \cdot \sqrt{3} = 6$

c) $\sqrt{12{,}5} \cdot \sqrt{2} = 5$

d) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{2} = 6$

e) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{8} = 8$

f) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} = 10$

g) $\sqrt{5a} \cdot \sqrt{20a} = 10a$

h) $\sqrt{2a^2} \cdot \sqrt{18a^2} = 6a^2$

i) $\sqrt{72k} \cdot \sqrt{2k} = 12k$

j) $\sqrt{\frac{1}{2}m} \cdot \sqrt{32m} = 4m$

k) $\sqrt{\frac{3}{4}x} \cdot \sqrt{\frac{3}{16}x} = \frac{3x}{8}$

l) $\sqrt{0{,}18a} \cdot \sqrt{2a} = 0{,}6a$

m) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}} = 6$

n) $\frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x}} = x$

o) $\sqrt{20y} \cdot \sqrt{1{,}8y} = 6y$

5. a) Schreibe als Potenz. Bestimme anschließend den Wert.

$\left(\sqrt[6]{\left(\frac{3}{5}\right)}^{2}\right)^{5} = \left(\left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{2}{6}}\right)^{5} = \left(\frac{3}{5}\right)^{\frac{5}{3}} \approx 0{,}427$

$\frac{1}{\sqrt[7]{0{,}35^4}} = 0{,}35^{-\frac{4}{7}} \approx 1{,}822$

b) Schreibe als Wurzel. Bestimme anschließend den Wert.

$\left(\frac{3}{7}\right)^{\frac{11}{13}} = \sqrt[13]{\left(\frac{3}{7}\right)^{11}} \approx 0{,}488$

$142^{-\frac{0{,}4}{5}} = 142^{-\frac{2}{25}} = \sqrt[25]{142^{-2}} = \frac{1}{\sqrt[25]{142^2}} \approx 0{,}673$

6. Vereinfache folgende Terme durch teilweises Wurzelziehen! Überlege, ob du „in der Wurzel" herausheben kannst!

a) $\sqrt{144x^2 - 288x^3} = \sqrt{144x^2 \cdot (1-2x)} = 12x\sqrt{1-2x}$

b) $\sqrt{72a^2b^3 + 108a^3b^2} = \sqrt{36a^2b^2 \cdot (2b+3a)} = 6ab\sqrt{2b+3a}$

Lösungen Wurzel Station 3

1. Radiziere teilweise

a) $\sqrt{32} = 4\sqrt{2}$

b) $2\sqrt{180} = 12\sqrt{5}$

c) $\sqrt{176} = 4\sqrt{11}$

d) $\sqrt{9000} = 30\sqrt{10}$

e) $3\sqrt{507ab^2} = 39b \cdot \sqrt{3a2}$

f) $\sqrt{x^5} = x^2\sqrt{x}$

g) $\sqrt{5 \cdot 10^5} = \sqrt{50 \cdot 10000} = 100 \cdot \sqrt{2 \cdot 25} = 500\sqrt{2}$

h) $\sqrt{\frac{x^2 + x^3}{8y^2}} = \sqrt{\frac{x^2 \cdot (1+x)}{4 \cdot 2y^2}} = \frac{x}{2y} \cdot \sqrt{\frac{1+x}{2}}$

i) $\sqrt{18a^2 + 27b^2} = \sqrt{9 \cdot (2a^2 + 3b^2)} = 3\sqrt{2a^2 + 3b^2}$

2. Mache den Nenner rational

a) $\frac{4}{3\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{3}$

b) $\frac{3}{4\sqrt{8}} = \frac{3\sqrt{2}}{16}$

c) $\frac{3\sqrt{b} - b\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$

d) $\frac{x\sqrt{y} - y\sqrt{x}}{\sqrt{xy}} = \sqrt{x} - \sqrt{y}$

e) $\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7} - \sqrt{2}} = \frac{7 + \sqrt{14}}{5}$

f) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{8} - \sqrt{2}} = 2$

g) $\sqrt[3]{8} \cdot \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{64} = 4$

h) $\sqrt[3]{5} \cdot \sqrt[3]{1} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[3]{125} = 5$

i) $\sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^3} = \sqrt[3]{a^6} = a^2$

j) $\sqrt[4]{b} \cdot \sqrt[4]{b^2} \cdot \sqrt[4]{b} = \sqrt[4]{b^4} = b$

k) $\sqrt[5]{x} \cdot \sqrt[5]{x^3} \cdot \sqrt[5]{x^6} = \sqrt[5]{x^{10}} = x^2$

l) $\sqrt[3]{3a} \cdot \sqrt[3]{3a^4} \cdot \sqrt[3]{9a} = \sqrt[3]{27a^6} = 3a^2$

m) $\sqrt[5]{2y} \cdot \sqrt[5]{y^3} \cdot \sqrt[5]{16y} = \sqrt[5]{32y^5} = 2y$

n) $\sqrt[4]{10x} \cdot \sqrt[4]{20x^2} \cdot \sqrt[4]{50x} = \sqrt[4]{10000x^4} = 10x$

o) $\sqrt[3]{54} : \sqrt[3]{2} = \sqrt[3]{27} = 3$

p) $\sqrt[4]{30000} : \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{10000} = 10$

q) $\sqrt[5]{64} : \sqrt[5]{2} = \sqrt[5]{32} = 2$

r) $\sqrt[5]{a^7} : \sqrt[5]{a^2} = \sqrt[5]{a^5} = a$

3. Berechne

a) $\left(\frac{3}{2} - \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 - \left(\frac{3}{2} + \sqrt{\frac{2}{3}}\right)^2 = -2\sqrt{6}$

b) $\frac{25 - 5\sqrt{5}}{\sqrt{5}} - \frac{\sqrt{80}}{3 + \sqrt{5}} - 10\sqrt{\frac{1}{5}} = 0$

c) $\frac{12+2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} - 6\sqrt{\frac{1}{3}} - \sqrt{\frac{48}{3-1}} = -4$

e) $\frac{15-7\sqrt{6}}{\sqrt{6}} - \frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}+3} + 3\sqrt{\frac{1}{6}} = -1$

f) $\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}-4} - \frac{1-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} = 0$

g) $\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{6}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{12}}\right) = \frac{1}{2}$

4. Bildet man das Doppelte der Wurzel aus dem um 15 verminderten Vierfachen einer Zahl, so erhält man die Hälfte dieser Zahl.

X sei die unbekannte Zahl. Dann gilt $2 \cdot \sqrt{4x-15} = \frac{x}{2}$

$2 \cdot \sqrt{4x-15} = x$ ↔ $(x-8)^2=4$ L = {6; 10}

→ $4 \cdot (4x-15)=x^2$ ↔ $x-8=\pm 2$

→ $x^2-16x+60=0$ ↔ $x=10 \vee x = 6$

→ $x^2-16x+64=4$

5. Schreibe als Potenz mit gebrochenem Exponenten

a) $\sqrt[3]{30} = 30^{\frac{1}{3}}$ b) $\sqrt[7]{a} = a^{\frac{1}{7}}$ c) $\sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{8}}$

d) $\sqrt[4]{\frac{12}{17}} = \left(\frac{12}{17}\right)^{\frac{1}{4}}$ e) $\sqrt[3]{5a} = (5a)^{\frac{1}{3}}$ f) $\sqrt[n]{5^m} = 5^{\frac{m}{n}}$

6. Bestimme den (ungefähren) Wert folgender Wurzeln. Runde nach 4 Stellen

a) $\sqrt[4]{200} \approx 3{,}7606$ b) $\sqrt[3]{12} \approx 2{,}2894$ c) $\sqrt[10]{1{,}1} \approx 1{,}0096$ d) $\sqrt[7]{122} \approx 1{,}9863$

e) $\sqrt[3]{\frac{5}{22}} \approx 0{,}6103$ f) $\sqrt[5]{\frac{3}{7}} \approx 0{,}8441$ g) $\sqrt[6]{\frac{3}{512}} \approx 0{,}4246$ h) $\sqrt[7]{\frac{5}{1111}} \approx 0{,}4621$

i) $\sqrt[3]{0{,}002} \approx 0{,}126$ j) $\sqrt[3]{34{,}77} \approx 3{,}2639$ k) $\sqrt[8]{123{,}449} \approx 1{,}8257$

l) $\sqrt[5]{24223{,}55} \approx 7{,}5309$

7. Erweitere folgende Brüche so, dass der Nenner keine Wurzel mehr enthält, also „rational" wird!

a) $\frac{21}{\sqrt{3}} = 7\sqrt{3}$ b) $\frac{15}{\sqrt{5}} = 3\sqrt{5}$

Lösungen Wurzel Station 4

1. Ziehe unter das Wurzelzeichen

a) $7\sqrt{x} = \sqrt{49x}$ b) $\frac{2}{3}\sqrt{a} = \sqrt{\frac{4}{9}a}$ c) $4a\sqrt{\frac{1}{2}b} = \sqrt{8a^2b}$

d) $-3x^2\sqrt{xy} = -\sqrt{9x^5y}$ e) $3a\sqrt{\frac{1}{3}a-3b} = \sqrt{3a^3-27a^2b}$ f) $xy\sqrt{\frac{x}{y^3}} = \sqrt{\frac{x^3}{y}}$

g) $\frac{2ab}{c} \cdot \sqrt{\frac{3c^3}{8a^2b}} = \sqrt{\frac{3bc}{2}}$ h) $2x \cdot \sqrt{\frac{3x-1}{12x^3-4x^2}} = \sqrt{\frac{4x^2(3x-1)}{4x^2(3x-1)}} = 1$

i) $2{,}5a \cdot \sqrt{\frac{b}{625a}} = \sqrt{\frac{25^2a^2}{10^2} \cdot \frac{b}{625a}} = \sqrt{\frac{ab}{100}}$

2. Berechne die Wurzel

a) $\sqrt[4]{14641} = 11$ b) $\sqrt[4]{50625} = 15$ c) $\sqrt[4]{279841} = 23$

d) $\sqrt[4]{923521} = 31$

3. Mach den Nenner rational

a) $\sqrt[4]{\frac{1}{2}a} : \sqrt[4]{8a} = \sqrt[4]{\frac{1}{16}} = \frac{1}{2}$

b) $\sqrt[5]{\frac{5}{3}b^7} : \sqrt[5]{\frac{5}{3}b^2} = \sqrt[5]{b^5} = b$

c) $\left(\sqrt{2}\right)^4 = \sqrt{2^4} = \sqrt{16} = 4$

d) $\left(\sqrt{2}\right)^6 = \sqrt[3]{2^6} = \sqrt[3]{64} = 4$

e) $(\sqrt[5]{a})^4 = \sqrt[5]{a^4}$

f) $(\sqrt[4]{b})^4 = \text{b}$

g) $\sqrt[3]{3^6} = 3^2 = 9$

h) $\sqrt[4]{4^8} = 4^2 = 16$

i) $\sqrt{\sqrt[3]{a^4}} = \sqrt[6]{a^4} = \sqrt[3]{a^2}$

j) $\sqrt[3]{\sqrt[3]{b^6}} = \sqrt[9]{b^6} = \sqrt[3]{b^2}$

k) $\sqrt[3]{\sqrt[4]{c^{10}}} = \sqrt[12]{c^{10}} = \sqrt[6]{c^5}$

l) $\sqrt{\sqrt{y^6}} = \sqrt[4]{y^6} = \sqrt[2]{y^3} = y\sqrt{y}$

4. Berechne

a) $(\sqrt{15x})^2 = 15x$

b) $\left(\sqrt{7a^2}\right)^2 = 7a^2$

c) $\left(\sqrt{a^2y^3}\right)^2 = a^2y^3$

d) $\sqrt{x^2} = x$

e) $\sqrt{(3m)^2} = 3m$

f) $\sqrt{(2m+3n)^2} = 2m + 3n$

g) $(\sqrt{12} + \sqrt{3})\sqrt{32} = 9$

h) $\sqrt{2}(\sqrt{18} + \sqrt{32}) = 14$

i) $\sqrt{5}(\sqrt{5} + \sqrt{125}) = 30$

j) $\sqrt{6}(\sqrt{54} + \sqrt{6}) = 24$

k) $(\sqrt{32x} + \sqrt{8x})\sqrt{0{,}5x} = 6x$

l) $\sqrt{0{,}2a} \cdot (\sqrt{5a} - \sqrt{80a}) = -3\text{a}$

m) $(3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 4$

n) $(\sqrt{8} - \sqrt{3})(\sqrt{8} + \sqrt{3}) = 5$

o) $(\sqrt{2} + \sqrt{7})(\sqrt{2} - \sqrt{7}) = -5$

p) $(\sqrt{12} + 3)(\sqrt{12} - 3) = 3$

q) $\left(\sqrt{x^3} - \sqrt{2y}\right)\left(\sqrt{x^3} + \sqrt{2y}\right) = \text{x}^3 - 2\text{y}$

5. Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich für folgende Funktionen.

a) $\mathfrak{f}(x) = \sqrt{2x-4}$

2x-4≥0

2x≥ 4

x≥ 2

D= $\{\text{x} \in \mathbb{R} | x \geq 2\}$

b) $\mathfrak{f}(x) = \sqrt{4-5x}$

$4 \geq 5x$

$\frac{4}{5} \geq \text{x}$

$\text{x} \leq \frac{4}{5}$

$\text{D} = \{\text{x} \in \mathbb{R} | \text{x} \leq \frac{4}{5}\}$

c) $\mathfrak{f}(x) = \sqrt{x^2-4}$

$\text{x}^2 - 4 \geq 0$

$\text{x}^2 \geq 4$

$\text{x} \geq 2$ oder $\text{x} \leq -2$

$\text{D} = \{\text{x} \in \mathbb{R} | \text{x} \leq -2 \text{ oder } \geq 2\}$

d) $\mathfrak{f}(x) = \sqrt{9-x^2}$

9-x²≥ 0

9≥ x^2

3≥ x od. -3≤ x

$\text{D} = \text{x} \in \mathbb{R} | -3 \leq \text{x} \leq 3$

e) $\mathfrak{f}(x) = \sqrt{x^2 - 5x + 4}$ $\quad x^2 - 5x + 4 \geq 0$

$\text{x}_{1/2} = \frac{5}{2} \pm \sqrt{\left(-\frac{5}{2}\right)^2 - 4}$ x²-5x+4<0

$= \frac{5}{2} \pm \sqrt{\frac{25}{4} - \frac{16}{4}}$ (x-4)(x-1)<0

$\text{x}_{1/2} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}$

$\text{x}_1 = 4 \leftrightarrow \text{x}_2 = 1$

$\text{D} = \{\text{x} \in \mathbb{R} | \text{x} \leq 1 \; oder \; x \leq 4\}$

f) $f(x) = \sqrt{x(x-1)}$

1. $x \geq 0$ und $(x-1) \geq 0$
$x \geq 0$ und $x - 1 \geq 0$
$x \geq 0$ und $x \geq 1$
$\Rightarrow x \geq 1$
2. $x \leq 0$ und $(x-1) \leq 0$
$x \leq 0$ und $x - 1 \leq 0$
$x \leq 0$ und $x \leq 1$
$\Rightarrow x \leq 0$
$x \leq 0$ oder $x \geq 1$
$D = \{x \in \mathbb{R} | x \leq 0 \text{ oder } x \geq 1\}$

g) $f(x) = \sqrt{-x^3 + x}$

$-x^2 + x \geq 0$
$-x(x^2 - 1) \geq 0$
1. $-x \geq 0$ und $x^2 - 1 \geq 0$
2. $-x \leq 0$ und $x^2 - 1 \leq 0$

$\Rightarrow x \leq -1$ oder $0 \leq x \leq 1$
$D = \{x \in \mathbb{R} | x \leq -1 \text{ oder } 0 \leq x \leq 1\}$

6. Vereinfache

a) $(3 \cdot \sqrt{5} + 2 \cdot \sqrt{3}) \cdot (3 \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{3}) = (3 \cdot \sqrt{5})^2 - (2 \cdot \sqrt{3})^2 = 45 - 12 = 37$

b) $(a \cdot \sqrt{ax} - b \cdot \sqrt{bx}) \cdot \sqrt{abx} = a^2\sqrt{bx} \cdot \sqrt{ab^2x}$

c) $\sqrt[6]{\sqrt[3]{a^5}} \cdot \sqrt[2]{\sqrt[9]{a^7}} = \sqrt[18]{a^5} \cdot \sqrt[18]{a^7} = \sqrt[18]{a^{12}} = \sqrt[3]{a^2}$

d) $\sqrt[5]{x^4} \cdot \sqrt[10]{x^3} \cdot \sqrt[15]{x^8} = x^{\frac{4}{5}} \cdot x^{\frac{3}{10}} \cdot x^{\frac{8}{15}} = x^{\frac{49}{30}}$

Lösungen Wurzel Station 5

1. Mache den Nenner rational

a) $\frac{5\sqrt{10}}{\sqrt{8}} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$

b) $\frac{3\sqrt{7}}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{21}}{4}$

c) $\frac{81}{\sqrt{82}-1} = \sqrt{82} + 1$

d) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3+\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

e) $\frac{4}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = 2\sqrt{5} + 2\sqrt{3}$

f) $\frac{\sqrt{15}-\sqrt{13}}{\sqrt{15}+\sqrt{13}} = 14 - \sqrt{195}$

g) $\frac{10}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{3}+15\sqrt{2}-5\sqrt{30}}{6} = \frac{5}{3}\sqrt{3} + \frac{5}{2}\sqrt{2} - \frac{5}{6}\sqrt{30}$

h) $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{ab}}{b}$

i) $\frac{4x - 2\sqrt{xy} + y}{2\sqrt{x} - \sqrt{y}} = \frac{8x\sqrt{x}+y\sqrt{y}}{4x-y}$

2. Vereinfache folgende Terme soweit wie möglich. Gib den gesamten Rechenweg und die Ergebnisse in exakter Schreibweise (ohne Rundung) an.

a) $\sqrt{\frac{\sqrt{360}}{\sqrt{9}\cdot\sqrt{\frac{1}{10}}}} = \sqrt{\sqrt{\frac{360}{9\cdot\frac{1}{10}}}} = \sqrt{\sqrt{\frac{40}{\frac{1}{10}}}} = \sqrt{\sqrt{400}} = \sqrt{20}$

b) $\frac{a^2\sqrt{b}+b^2\sqrt{a}}{\sqrt{ab}} \cdot \frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{ab}} = \frac{a^2\sqrt{b}\sqrt{ab}+b^2\sqrt{a}\sqrt{ab}}{ab}$

3. Schreibe als Wurzel

a) $5^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{5^2}$ b) $xy^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{(xy)^3}$ c) $py^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{(py)^a}$ d) $cd^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{(cd)^m}$

4. Mach den Nenner rational

a) $\frac{a}{4\sqrt{x}} = \frac{a\sqrt{x}}{4x}$ b) $\frac{6}{2+\sqrt{n}} = \frac{6\cdot(2-\sqrt{n})}{(2+\sqrt{n})(2-\sqrt{n})} = \frac{12-6\sqrt{n}}{4-n}$ c) $\frac{8b}{\sqrt[3]{2x}} = \frac{8b\sqrt[3]{2x^2}}{2x}$

d) $\frac{4x}{5x-\sqrt{ax}} = \frac{4x\cdot(5x+\sqrt{ax})}{(5x-\sqrt{ax})(5x+\sqrt{ax})} = \frac{20x^2+4x\cdot\sqrt{ax})}{25x^2-ax} = \frac{20x+4x\cdot\sqrt{ax}}{25x-a}$ e) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = 2$

f) $\frac{2+a}{2-\sqrt{2-a}} = \frac{(2+a)(2+\sqrt{2-a})}{(2-\sqrt{2-a})(2+\sqrt{2-a})} = \frac{(2+a)(2+\sqrt{2-a})}{4-2+a} = 2+\sqrt{2-a}$

g) $\frac{4a}{\sqrt{2}\cdot a-\sqrt{2a^2+1}} = \frac{4a\cdot(\sqrt{2}\cdot a+\sqrt{2a^2+1})}{(\sqrt{2}\cdot a-\sqrt{2a^2+1})(\sqrt{2}\cdot a+\sqrt{2a^2+1})} = \frac{4a\cdot(\sqrt{2}\cdot a+\sqrt{2a^2+1})}{2a^2-2a^2-1} = -4a\cdot(\sqrt{2}\cdot a+\sqrt{2a^2+1}$

5. Faktorisiere die Wurzel

a) $\sqrt{54} = 3\cdot\sqrt{6}$ b) $\sqrt{96} = 4\cdot\sqrt{6}$ c) $\sqrt{80} = 4\cdot\sqrt{5}$ d) $\sqrt{75}+\sqrt{27} = 8\sqrt{3}$

e) $\sqrt{54}+\sqrt{24} = 5\sqrt{6}$ f) $\sqrt{150}+\sqrt{96} = 9\sqrt{6}$ g) $\sqrt{175}+\sqrt{28}-\sqrt{112} = 3\sqrt{7}$

6. Entferne die Wurzel aus dem Nenner

a) $\frac{4}{\sqrt{6}} = \frac{2}{3}\cdot\sqrt{6}$ b) $\frac{14}{\sqrt{6}} = \frac{7}{3}\cdot\sqrt{6}$ c) $\frac{7}{9-\sqrt{2}} = \frac{7(9+\sqrt{2})}{79} = \frac{63+7\sqrt{2}}{79}$

d) $\frac{6}{9-\sqrt{5}} = \frac{6(9+\sqrt{5})}{76} = \frac{3(9+\sqrt{5})}{38} = \frac{27+3\sqrt{5}}{38}$ e) $\frac{7}{9-\sqrt{2}} = \frac{7(9+\sqrt{2}}{79} = \frac{63+7+\sqrt{2}}{79}$

f) $\frac{8}{16-\sqrt{80}} = \frac{8}{4(4-\sqrt{5})} = \frac{2}{4-\sqrt{5}} = \frac{2(4+\sqrt{5})}{11} = \frac{8+\sqrt{5}}{11}$

g) $\frac{6}{27+\sqrt{45}} = \frac{6}{3(3+\sqrt{5})} = \frac{2}{9+\sqrt{5}} = \frac{2(9-\sqrt{5})}{76} = \frac{9-\sqrt{5}}{38}$

h) $\frac{12}{18-\sqrt{45}} = \frac{12}{3(6-\sqrt{5})} = \frac{4}{6-\sqrt{5}} = \frac{4(6+\sqrt{5})}{31} = \frac{24+4+\sqrt{5}}{31}$

7. Wie lang sind die Seiten eines Quadrates mit dem Flächeninhalt

a) 12,25 m² b) 5 m² c) 900 cm² d) 0,009 m² e) 1 km²

3,5 m 2,2 m ger. 317,8 m ger. 30 cm 9,5 cm ger.

8. Schreibe als Quotient zweier Wurzeln und mache den Nenner rational.

a) $\sqrt{\frac{3}{5}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{5}$ b) $\sqrt{\frac{7}{8}} = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{56}}{8}$ c) $\sqrt{\frac{3}{13}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{13}} = \frac{\sqrt{39}}{13}$ d) $\sqrt{\frac{8}{11}} = \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{11}} = \frac{\sqrt{85}}{17}$

9. Mache den Nenner rational

a) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}+3}{3}$ b) $\frac{\sqrt{7}-\sqrt{12}}{\sqrt{7}} = \frac{7-\sqrt{84}}{\sqrt{7}}$ c) $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{5}} = \frac{5-\sqrt{10}}{\sqrt{5}}$ d) $\frac{\sqrt{13}-2\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{91}-28}{28}$