1. Radiziere teilweise

$\sqrt{18} =$

$\sqrt{28} =$

$\sqrt{27} =$

$\sqrt{50} =$

$\sqrt{75} =$

$2\sqrt{20} =$

$4\sqrt{63} =$

$5\sqrt{12} =$

$b\sqrt{a^2b^3} =$

$\sqrt[3]{a^3b^3} =$

2. Löse das Gleichungssystem rechnerisch!

I $\quad 3\sqrt{x} + \sqrt{y} = 7$

II $\quad \sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 0$

3. Berechne und fasse so weit wie möglich zusammen!

$\sqrt{10} - \sqrt{\frac{7}{27}} : \sqrt{\frac{14}{15}} =$

$\left(\sqrt{27p} - 2\sqrt{12p}\right) : \sqrt{3p} =$

4. Vereinfache so weit wie möglich (Keine irrationalen Nenner oder Dezimalbrüche).

a) $\sqrt{72} =$

b) $\sqrt{7{,}2} =$

c) $\sqrt{2{,}4 \cdot 10^{13}} =$

d) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} =$

e) $\frac{2}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}} =$

5. Berechne

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{125} =$

b) $\sqrt[3]{4} \cdot \sqrt[3]{2} =$

b) $\sqrt[4]{27} \cdot \sqrt[4]{3} =$

d) $\sqrt[12]{a} : \sqrt[3]{a} =$

6. Bringe den Koeffizienten (Zahl bzw. Term) unter das Wurzelzeichen:

a) $3\sqrt{5} =$

b) $2\sqrt{2} =$

c) $a\sqrt{a} =$

d) $a\sqrt{b} =$

e) $c\sqrt{a^3} =$

f) $2\sqrt[3]{3} =$

g) $2\sqrt[4]{2} =$

h) $5\sqrt[3]{5} =$

i) $\left(3 + \sqrt{2}\right) \cdot \sqrt[2]{3 - \sqrt{2} =}$

j) $\left(\sqrt{5} - \sqrt{2}\right) \cdot \sqrt[3]{\sqrt{5} + \sqrt{2} =}$

$k)$ $\left(\sqrt{11} + 2\right) \cdot \sqrt[4]{\sqrt{11} - 2} =$

l) $\left(\sqrt{5} + 7\right) \cdot \sqrt[3]{\left(\sqrt{5} - 7\right)^2} =$

1. a) Vereinfache ohne Taschenrechner so, dass der Radikand eine möglichst kleine ganze Zahl ist:

$\sqrt{45} =$ $\qquad$ $\sqrt[4]{160} =$ $\qquad$ $\sqrt[3]{135} =$

b) Bringe den Vorfaktor unter das Wurzelzeichen

$7\cdot\sqrt{2} =$ $\qquad$ $2\cdot\sqrt[4]{160} =$ $\qquad$ $ab^2\cdot\sqrt[3]{ac} =$

c) Ziehe so weit wie möglich die Wurzel

$\sqrt{\frac{63}{64}} =$ $\qquad$ $\sqrt[4]{\frac{162}{16}} =$ $\qquad$ $\sqrt[4]{\frac{10}{81}} =$

2. Berechne

a) $\sqrt{\frac{3}{4}} =$ $\qquad$ b) $\sqrt{\frac{16}{25}} =$

c) $\sqrt{\frac{9}{16}} =$ $\qquad$ d) $\sqrt{\frac{b}{a^2}} =$

e) $\sqrt{\frac{a^4b^4}{a^2c^2}} =$ $\qquad$ f) $\sqrt[3]{\frac{27}{5}} =$

g) $\sqrt[4]{\frac{5}{16}} =$ $\qquad$ h) $\sqrt[3]{\frac{64}{125}} =$

3. Vereinfache

a) $\sqrt[4]{\frac{16a^4b^8c^{16}}{625x^8y^4z^{12}}} =$ $\qquad$ b) $\left(x\sqrt{ab} - a\sqrt{yb}\right):\sqrt{b} =$

c) $\sqrt{\frac{2a^2}{3b^2}} =$ $\qquad$ d) $\sqrt[3]{\frac{3a^3}{8b^3}} =$

e) $7ab\sqrt[4]{\frac{81a\cdot a}{96b^2\cdot b^2}} =$ $\qquad$ f) $\sqrt{a^2b^3}\cdot\sqrt{\frac{1}{ab}} =$

g) $\sqrt[4]{\frac{a^2}{b}}\cdot\sqrt[4]{\frac{a^2}{b^3}} =$ $\qquad$ h) $\frac{\sqrt[3]{\frac{a}{b}}}{\sqrt[3]{a\cdot b^2}} =$

4. Potenziere die Wurzel und vereinfache so weit wie möglich

a) $\left(\sqrt[6]{9}\right)^3 =$ $\qquad$ b) $\left(\sqrt[3]{4}\right)^2 =$

c) $\left(\sqrt[6]{4}\right)^3 =$ $\qquad$ d) $\left(\sqrt[3]{9}\right)^2 =$

5. Gib die Lösungsmengen an

a) $\sqrt[3]{x} = -2$ $\qquad$ b) $\sqrt[7]{x-5} = 2$

c) $4\cdot\sqrt[3]{2x+7} = 3\cdot\sqrt[3]{6x+4}$ $\qquad$ d) $\sqrt[3]{11-\sqrt{2x-3}} = 2$

e) $\sqrt[3]{2\sqrt{3x+15}+2} + 7 = 9$ $\qquad$ f) $4\sqrt{2x+2} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$

6. Kürze den Wurzelexponent

a) $\sqrt[6]{4^3} =$ $\qquad$ b) $\sqrt[10]{9^5} =$

c) $\sqrt[18]{27^6} =$ $\qquad$ d) $\sqrt[10]{7^5}$

1. Vereinfache

$a)\ \sqrt{8a^2b^3} =$ b) $\sqrt{1+4a+4a^2} =$

c) $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}} =$ d) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} =$

2. Berechne folgende Quadratzahlen:

$11^2 =$ $101^2 =$ $1001^2 =$ $10001^2 =$

3. Bestimme den Definitionsbereich!

a) $\sqrt{2x+3} =$ b) $\sqrt{3-2x} =$

c) $\sqrt{x^2-4} =$ d) $\sqrt{x(3-x)} =$

4. Berechne die Wurzeln

a) $\sqrt{\frac{9}{16}} =$ b) $\sqrt{\frac{6561}{10201}} =$ c) $\sqrt{\frac{-9}{-36}} =$ d) $\sqrt{\left(\frac{-2}{3}\right)^2} =$

e) $\sqrt{1\frac{11}{25}} =$ f) $\sqrt{13\frac{4}{9}} =$ g) $\sqrt{1\frac{199}{9801}} =$ h) $\sqrt{\left(1\frac{5}{7}\right)^2} =$

i) $\sqrt{\frac{3}{5}\cdot 9\frac{3}{5}} =$ j) $\sqrt{11\frac{1}{4}\cdot 1\frac{1}{4}} =$ k) $\sqrt{\frac{1}{5}:5} =$ l) $\sqrt{5:\frac{1}{5}} =$

5. Vereinfache

a) $\sqrt{12}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\sqrt{0{,}27}-\frac{2}{3}\cdot\sqrt{0{,}6}\right) =$ b) $\sqrt{845x^3}-\sqrt{45}x\cdot\left(\sqrt{0{,}81x}-\sqrt{20}\right) =$

c) $\frac{1-\sqrt{3}}{2-\sqrt{6}} =$ d) $\frac{\sqrt{0{,}9}\cdot\sqrt{25{,}6}}{\sqrt{64{,}8}} =$

6. Berechne

a) $\sqrt{1\frac{64}{225}}-\sqrt{1\cdot\frac{64}{225}} =$ b) $\sqrt{4\frac{9}{4}}:\sqrt{4\cdot\frac{9}{4}} =$

c) $\sqrt{9\cdot\frac{64}{4}}+\sqrt{9\frac{64}{4}} =$ d) $\frac{\sqrt{2\frac{1}{3}\cdot 2\frac{1}{3}}}{\sqrt{2\cdot\frac{1}{3}\cdot 2\cdot\frac{1}{3}}}$

7. Radiziere

a) $\sqrt{49\cdot 169} =$ b) $\sqrt{0{,}04\cdot 0{,}0625}$ c) $\sqrt{2{,}25\cdot 10^8} =$

d) $\sqrt{17\cdot 68} =$ e) $\sqrt{3{,}6\cdot 10^3} =$ f) $\sqrt{\frac{12a^5}{75a}} =$

8. Hannah behauptet, dass man in folgenden Fällen beim Radizieren keine Betragsstriche benötigt.
Kannst du ihr Recht geben? Begründe deine Entscheidung.

a) $\sqrt{a}\sqrt{a} = a$ b) $\sqrt{a^4} = a^2$ c) $\sqrt{\frac{a}{b^2}}\cdot\sqrt{ab^2} = a$ d) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{\frac{1}{a^3}} = \frac{1}{a}$

9. Fasse unter einer Wurzel zusammen und radiziere

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{18} =$ b) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{19{,}6} =$ c) $\sqrt{0{,}01}\cdot\sqrt{0{,}0001} =$

d) $\sqrt{\frac{3}{5}}\cdot\sqrt{\frac{20}{3}} =$ e) $\sqrt{22\frac{11}{27}}\cdot\sqrt{5\frac{2}{5}} =$ f) $\sqrt{0{,}2}\cdot\sqrt{14}\cdot\sqrt{2{,}8} =$

1. Vereinfache

a) $\left(\sqrt[8]{4^5}\right)^{-\frac{8}{5}} =$ b) $\sqrt[4]{3 \cdot \sqrt[3]{3}} =$ c) $\sqrt[3]{6 \cdot \sqrt[4]{2}} =$

d) $\sqrt[3]{9 \cdot \sqrt[3]{27}} =$ e) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} =$ f) $\frac{\sqrt{147}}{3} =$

g) $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}} =$ h) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} =$ i) $\sqrt[4]{234} : \sqrt[4]{3} =$

2. Mache den Nenner rational

a) $\frac{a}{2\sqrt{3ab^2}} =$ b) $\frac{\sqrt{2}}{a-\sqrt{2}} =$

c) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} =$ d) $\frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+3} =$

3. Radiziere die Wurzel

a) $\sqrt{\sqrt{7}} =$ b) $\sqrt{\sqrt{a}} =$ c) $\sqrt[3]{\sqrt[2]{27}} =$

d) $\sqrt[4]{9} =$ e) $\sqrt[6]{27} =$ f) $\sqrt[4]{100} =$

4.Multipliziere die Wurzeln

a) $\sqrt[2]{3} \cdot \sqrt[4]{5} =$ b) $\sqrt[4]{7} \cdot \sqrt[8]{5} =$ c) $\sqrt[6]{11} \cdot \sqrt[2]{3} =$

d) $\sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[8]{3} =$ e) $\sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[3]{5} =$ f) $\sqrt[3]{2} \cdot \sqrt[5]{5} =$

g) $\sqrt[2]{2} \cdot \sqrt[5]{5} =$ h) $\sqrt[6]{2} \cdot \sqrt[9]{2} =$ i) $\sqrt[9]{7} \cdot \sqrt[3]{2} =$

5. Vereinfache

a) $\sqrt{6} \cdot \left(2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}\right) =$ b) $\sqrt{8} \cdot \left(3\sqrt{2a} + 5\sqrt{18a}\right) =$

6. Berechne

a) $\frac{\sqrt[2]{2}}{\sqrt[4]{5}} =$ b) $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[2]{2}} =$ c) $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[2]{2}}$ d) $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{6}} =$ e) $\frac{\sqrt[2]{2}}{\sqrt[5]{3}} =$

7. Prüfe mit einer geeigneten Rechnung, ob die beiden Wurzelausdrücke die gleiche reelle Zahl angeben.

$2\sqrt{15} - \sqrt{6}$ und $\sqrt{66 - 12\sqrt{10}}$

8. Radiziere so weit wie möglich

a) $\sqrt{242x^3y^2z^{7=}}$ b) $\sqrt{x^2 - 24xy + 18y^2}$

9. Berechne

Denke daran, dass man bei Wurzelgleichungen immer eine Probe benötigt!

a) $3 \cdot \sqrt{2x-1} - 4 = 11$ b) $32 - \sqrt{2x+4} = 4 \cdot 7$

c) $\sqrt{x^2 - 9} = x - 1$ d) $\sqrt{x^2 + 5} = x + 1$

e) $\sqrt{x^2 + 4} = 3x + 2$ f) $\sqrt{x^2 + 9} = 2x - 3$

g) $\sqrt{2x+3} = \sqrt{3x+2}$ h) $\sqrt{20-3x} = \sqrt{3x-10}$

i) $\sqrt{x+3} = \sqrt{x+19} - 2$ j) $\sqrt{20+x} = 9 - \sqrt{x+29}$

1. Nimm Stellung zu folgender Aussage: ***„Quadrieren und Radizieren heben sich auf.“*** **D. h. $\sqrt{x^2}$ ist dasselbe wie $\sqrt{x}^2$.**

2. Gewusst wie!

Daniel prahlt, dass er ohne Taschenrechner Wurzel ziehen kann:
„Dass $\sqrt{2} \approx 1{,}4$ und $\sqrt{3} \approx 1{,}7$ ist, weiß ich, andere Wurzeln kann man leicht abschätzen und Kopfrechnen konnte ich schon immer gut.“

Andreas zweifelt: „Beim Addieren, Subtrahieren und Multiplizieren kann ich das nachvollziehen, aber beim Dividieren ist das schon schwierig.“

„Ach nein“, Daniel lacht, „die Division von Wurzeln ist doch auch nicht so schwer! Schau mal:
$1 : \sqrt{10}$ ist dasselbe wie $0{,}1 \cdot \sqrt{10}$ oder $1 : (\sqrt{4} - \sqrt{3})$ ist dasselbe wie $(\sqrt{4} + \sqrt{3})$.“
Andreas staunt.

a) Erkläre Daniels Überlegungen!

b) Überlege, wie man Wurzeln abschätzen kann. z. B. $\sqrt{5}$ ...

3. Berechne

a) $\sqrt{12} + \sqrt{18} - 2\sqrt{3} + 3\sqrt{2} =$

b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} =$

c) $\sqrt{5}(\sqrt{10} - \sqrt{20}) =$

d) $\sqrt{a}(\sqrt{a} - \frac{a}{\sqrt{a}}) =$

e) $a\sqrt{a}\left(\sqrt{3a} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \sqrt{3} =$

4. Mache den Nenner rational

a) $\frac{5}{\sqrt{65}} =$

b) $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}} =$

c) $\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{5}} =$

5. Radiziere

a) $\sqrt{117a^8b^5} =$

b) $\sqrt{81a^6b^7} =$

c) $\sqrt{49c^4d^2} =$

d) $\sqrt{2028\, s^3t^4} =$

e) $\sqrt{a^2b^2 - a^4} =$

f) $\sqrt{a^2b^2 - 2a^3b + a^4} =$

g) $\sqrt{(1-2x)^2} =$

h) $\sqrt{36a^2 - 12\,a\,b + b^2} =$

i) $\sqrt{4x^2 - x + \frac{1}{16}} =$

6. Multipliziere die Klammer aus

a) $\sqrt{6} \cdot (\sqrt{24} + \sqrt{54}) =$

b) $-\sqrt{7} \cdot (\sqrt{63} + \sqrt{28}) =$

c) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{12} + \sqrt{75}) =$

d) $(\sqrt{405} - \sqrt{125}) : \sqrt{5} =$

e) $(\sqrt{16{,}2} - \sqrt{24{,}2}) \cdot \sqrt{5} =$

f) $(1 + \sqrt{2})^2 =$

g) $\left(\sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2 =$

h) $(\sqrt{ab} + a\sqrt{b} - b\sqrt{a}) : \sqrt{a}) =$

7. Berechne

a) $\sqrt{98} \cdot \sqrt{0{,}5} =$

b) $\sqrt{2x} \cdot \sqrt{8x} =$

c) $\sqrt{5b} \cdot \sqrt{80b} =$

d) $\sqrt{180} \cdot \sqrt{\frac{1}{5}} =$

e) $\sqrt{4y} \cdot \sqrt{8y} \cdot \sqrt{2} =$

f) $\sqrt{24} \cdot \sqrt{\frac{3}{8}} =$

Lösungen Wurzel Station 6

1. Radiziere teilweise

$\sqrt{18} = \sqrt{2\cdot 9} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{9} = \sqrt{2}\cdot 3 = 3\sqrt{2}$

$\sqrt{28} = \sqrt{4\cdot 7} = \sqrt{4}\cdot\sqrt{7} = 2\cdot\sqrt{7} = 2\sqrt{7}$

$\sqrt{27} = \sqrt{3\cdot 9} = \sqrt{3}\cdot\sqrt{9} = \sqrt{3}\cdot 3 = 3\sqrt{3}$

$\sqrt{50} = \sqrt{2\cdot 25} = \sqrt{2}\cdot\sqrt{25} = \sqrt{2}\cdot 5 = 5\sqrt{2}$

$\sqrt{75} = \sqrt{3\cdot 25} = \sqrt{3}\cdot\sqrt{25} = \sqrt{3}\cdot 5 = 5\sqrt{3}$

$2\sqrt{20} = 2\sqrt{4\cdot 5} = 2\sqrt{4}\cdot\sqrt{5} = 2\cdot 2\cdot\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$

$4\sqrt{63} = 4\sqrt{9\cdot 7} = 4\sqrt{9}\cdot\sqrt{7} = 4\cdot 3\cdot\sqrt{7} = 12\sqrt{7}$

$5\sqrt{12} = 5\sqrt{4\cdot 3} = 5\sqrt{4}\cdot\sqrt{3} = 5\cdot 2\cdot\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

$b\sqrt{a^2b^3} = b\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{b^3} = b\cdot a\cdot\sqrt{b^3} = ab\sqrt{b^3}$

$\sqrt[3]{a^3b^3} = \sqrt[3]{a^3}\cdot\sqrt[3]{b^3} = ab$

2. Löse das Gleichungssystem rechnerisch!

I $\quad 3\sqrt{x} + \sqrt{y} = 7$

II $\quad \sqrt{x} - 2\sqrt{y} = 0 \qquad ⇨ \sqrt{x} = 2\sqrt{y}$ einsetzen in Gleichung I:

⇨ $3\cdot 2\sqrt{y} + \sqrt{y} = 7 \qquad 6\sqrt{y} + \sqrt{y} = 7 \qquad \sqrt{y}(6+1) = 7 \qquad \sqrt{y} = \frac{7}{7}$ ⇨ y = 1

y = 1: einsetzen in Gleichung II: ⇨ $\sqrt{x} - 2\sqrt{1} = 0 \qquad \sqrt{x} = -2\sqrt{1} \qquad \sqrt{x} = -2$

x = 4 ⇨ L = $\{(4; 1)\}$

3. Berechne und fasse so weit wie möglich zusammen!

$\sqrt{10} - \sqrt{\frac{7}{27}} : \sqrt{\frac{14}{15}} = \sqrt{\frac{7}{27}\cdot\frac{15}{14}} = \sqrt{10} - \sqrt{\frac{5}{9\cdot 2}} = \sqrt{10} - \frac{1}{3}\sqrt{\frac{5}{2}} = \sqrt{10} - \frac{1}{3}\frac{\sqrt{5}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \sqrt{10} - \frac{1}{6}\sqrt{5\cdot 2} = \left(1 - \frac{1}{6}\right)\cdot\sqrt{10} = \frac{5}{6}\cdot\sqrt{10}$ sssss

$\left(\sqrt{27p} - 2\sqrt{12p}\right) : \sqrt{3p} = \sqrt{3p}\left(\sqrt{9} - 2\sqrt{4}\right) : \sqrt{3p} = \frac{\sqrt{3p}}{\sqrt{3p}}(3 - 2\cdot 2) = 3 - 4 = -1$

4. Vereinfache so weit wie möglich (Keine irrationalen Nenner oder Dezimalbrüche).

a) $\sqrt{72} = \sqrt{36\cdot 2} = 6\sqrt{2}$

b) $\sqrt{7{,}2} = \sqrt{\frac{72}{10}} = \sqrt{\frac{36}{5}} = 6\sqrt{\frac{1}{5}} = 6\sqrt{\frac{5}{25}} = \frac{6}{5}\sqrt{5} = 1\frac{1}{5}\sqrt{5}$

c) $\sqrt{2{,}4\cdot 10^{13}} = \sqrt{24\cdot 10^{12}} = \sqrt{4\cdot 6\cdot 10^{12}} = 2\cdot 10^6\cdot\sqrt{6}$

d) $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})} = \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3-2} = \sqrt{3}+\sqrt{2}$

e) $\frac{2}{\sqrt{x}+2\sqrt{y}} = \frac{2\cdot(\sqrt{x}-2\sqrt{y})}{(\sqrt{x}+2\sqrt{y})(\sqrt{x}-2\sqrt{y})} = \frac{2\sqrt{x}-4\sqrt{y}}{x-4y}$

5. Berechne

a) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{125} = \sqrt{625} = 25$

b) $\sqrt[3]{4}\cdot\sqrt[3]{2} = 2$

c) $\sqrt[4]{27}\cdot\sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{27\cdot 3} = \sqrt[4]{9\cdot 9} = 3$

d) $\sqrt[12]{a} : \sqrt[3]{a} = a^{\frac{1}{12}} : a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{1}{12}-\frac{1}{3}} = a^{\frac{1-4}{12}} = a^{-\frac{3}{12}} = a^{-\frac{1}{4}} = \frac{a}{\sqrt[4]{a}}$

6. Bringe den Koeffizienten (Zahl bzw. Term) unter das Wurzelzeichen:

a) $3\sqrt{5} = \sqrt{3^2}\cdot\sqrt{5} = \sqrt{3^2\cdot 5} = \sqrt{45}$

b) $2\sqrt{2} = \sqrt{2^2}\cdot\sqrt{2} = \sqrt{2^2\cdot 2} = \sqrt{8}$

c) $a\sqrt{a} = \sqrt{a^2}\cdot\sqrt{a} = \sqrt{a^3}$

d) $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2}\cdot\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

e) $c\sqrt{a^3} = \sqrt{c^2}\cdot\sqrt{a^3} = \sqrt{c^2a^3}$

f) $2\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{3} = \sqrt[3]{2^3\cdot 3} = \sqrt[3]{8\cdot 3} = \sqrt[3]{24}$

g) $2\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{2^4}\cdot\sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{2^4\cdot 2} = \sqrt[4]{32}$

h) $5\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5^3}\cdot\sqrt[3]{5} = \sqrt[3]{5^3\cdot 5} = \sqrt[3]{625}$

i) $(3+\sqrt{2})\cdot\sqrt[2]{3-\sqrt{2}} = \sqrt{(3+\sqrt{2})^2\cdot\sqrt{3-\sqrt{2}}} = \sqrt{(3+\sqrt{2})\cdot(3+\sqrt{2})\cdot(3-\sqrt{2})} = \sqrt{(3+\sqrt{2})(3^2-(\sqrt{2})^2)} = \sqrt{(3+\sqrt{2})\cdot(9-2)} = \sqrt{7(3+\sqrt{2})}$

j) $\cdot\sqrt[3]{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \sqrt[3]{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^3\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \sqrt[3]{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{2})\cdot(\sqrt{5}+\sqrt{2})} = \sqrt[3]{(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2\cdot(5-2)} = \sqrt[3]{3\cdot(\sqrt{5}-\sqrt{2})^2}$

k) $(\sqrt{11}+2)\cdot\sqrt[4]{\sqrt{11}-2} = \sqrt[4]{(\sqrt{11}+2)^4}\cdot\sqrt[4]{\sqrt{11}}-2 = \sqrt[4]{(\sqrt{11}+2)^4(\sqrt{11}-2)} = \sqrt{(\sqrt{11}+2)^3(\sqrt{11}+2)(\sqrt{11}-2)} = \sqrt[4]{(\sqrt{11}+2)^3(11-4)} = \sqrt[4]{7(\sqrt{11}+2)^3}$

l) $(\sqrt{5}+7)\cdot\sqrt[3]{(\sqrt{5}-7)^2} = \sqrt[3]{(\sqrt{5}+7)^3}\cdot\sqrt[3]{(\sqrt{5}-7)^2} = \sqrt[3]{(\sqrt{5}+7)^3\cdot(\sqrt{5}-7)^2}$

$=\sqrt[3]{(\sqrt{5}+7)\cdot[(\sqrt{5}+7)\cdot(\sqrt{5}-7)]\cdot[(\sqrt{5}+7)\cdot(\sqrt{5}-7)]}=\sqrt[3]{(\sqrt{5}+7)\cdot[5-49]\cdot[5-49]}=\sqrt[3]{(\sqrt{5}+7)\cdot 1936}$

Lösungen Wurzel Station 7

1. a) Vereinfache ohne Taschenrechner so, dass der Radikand eine möglichst kleine ganze Zahl ist:

$\sqrt{45}=\sqrt{3\cdot 9}=3\cdot\sqrt{5}$ $\quad\sqrt[4]{160}=\sqrt[4]{16\cdot 10}=2\cdot\sqrt[4]{10}$ $\quad\sqrt[3]{135}=\sqrt[3]{27\cdot 5}=3\cdot\sqrt[3]{5}$

b) Bringe den Vorfaktor unter das Wurzelzeichen

$7\cdot\sqrt{2}=\sqrt{49\cdot 2}=\sqrt{98}$ $\quad 2\cdot\sqrt[4]{160}=\sqrt[4]{2^4\cdot 160}=\sqrt{2560}$ $\quad ab^2\cdot\sqrt[3]{ac}=\sqrt[3]{a^4b^6c}$

c) Ziehe so weit wie möglich die Wurzel

$\sqrt{\frac{63}{64}}=\sqrt{\frac{3\cdot 3\cdot 7}{8\cdot 8}}=\frac{3}{8}\cdot\sqrt{7}$ $\quad\sqrt[4]{\frac{162}{16}}=\sqrt[4]{\frac{3\cdot 3\cdot 3\cdot 3\cdot 2}{2\cdot 2\cdot 2\cdot 2}}=\frac{3}{2}\cdot\sqrt[4]{2}$ $\quad\sqrt[4]{\frac{10}{81}}=\sqrt[4]{\frac{10}{9\cdot 9}}=\frac{1}{3}\cdot\sqrt[4]{10}$

2. Berechne

a) $\sqrt{\frac{3}{4}}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}}=\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{3}$ $\quad$ b) $\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}}=\frac{4}{5}$ $\quad$ c) $\sqrt{\frac{9}{16}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}}=\frac{3}{4}$

d) $\sqrt{\frac{b}{a^2}}=\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{a^2}}=\frac{\sqrt{b}}{a}=\frac{1}{a}\sqrt{b}$ $\quad$ e) $\sqrt{\frac{a^4b^4}{a^2c^2}}=\sqrt{\frac{a^2b^4}{c^2}}=\frac{\sqrt{a^2b^4}}{\sqrt{c^2}}=\frac{\sqrt{a^2}\cdot\sqrt{b^2}\cdot\sqrt{b^2}}{c}=\frac{a\cdot b\cdot b}{c}=\frac{ab^2}{c}$

f) $\sqrt[3]{\frac{27}{5}}=\frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{5}}=\frac{3}{\sqrt[3]{5}}$ $\quad$ g) $\sqrt[4]{\frac{5}{16}}=\frac{\sqrt[4]{5}}{\sqrt[4]{16}}=\frac{\sqrt[4]{5}}{2}=\frac{1}{2}\sqrt[4]{5}$ $\quad$ h) $\sqrt[3]{\frac{64}{125}}=\frac{\sqrt[3]{64}}{\sqrt[3]{125}}=\frac{4}{5}$

3. Vereinfache

a) $\sqrt[4]{\frac{16a^4b^8c^{16}}{625x^8y^4z^{12}}}=\frac{2ab^2c^4}{5x^2yz^3}$ $\quad$ b) $(x\sqrt{ab}-a\sqrt{yb}):\sqrt{b}=\sqrt{b}(x\sqrt{a}-a\sqrt{y}):\sqrt{b}=x\sqrt{a}-a\sqrt{y}$

c) $\sqrt{\frac{2a^2}{3b^2}}=\frac{a}{b}\cdot\sqrt{\frac{2}{3}}$ $\quad$ d) $\sqrt[3]{\frac{3a^3}{8b^3}}=\frac{a}{2b}\cdot\sqrt[3]{3}$ $\quad$ e) $7ab\sqrt[4]{\frac{81a\cdot a}{96b^2\cdot b^2}}=7ab\,\frac{3}{4b}\sqrt[4]{\frac{a^2}{6}}=\frac{21}{2}a\sqrt[4]{\frac{a^2}{6}}$

f) $\sqrt{a^2b^3}\cdot\sqrt{\frac{1}{ab}}=\sqrt{\frac{a^2b^3}{ab}}=\sqrt{ab^2}=b\sqrt{a}$ $\quad$ g) $\sqrt[4]{\frac{a^2}{b}}\cdot\sqrt[4]{\frac{a^2}{b^3}}=\sqrt[4]{\frac{a^2a^2}{b\cdot b^3}}=\sqrt[4]{\frac{a^4}{b^4}}=\frac{a}{b}$

h) $\frac{\sqrt[3]{\frac{a}{b}}}{\sqrt[3]{a\cdot b^2}}=\sqrt[3]{\frac{a}{b\cdot a\cdot b^2}}=\sqrt[3]{\frac{1}{b^3}}=\frac{1}{b}$

4. Potenziere die Wurzel und vereinfache so weit wie möglich

a) $(\sqrt[6]{9})^3=\left(9^{\frac{1}{6}}\right)^3=\left(9^{\frac{3}{6}}\right)=\left(9^{\frac{1}{2}}\right)=\sqrt{9}=3$

b) $(\sqrt[3]{4})^2=\left(4^{\frac{1}{3}}\right)^2=4^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{4^2}=\sqrt[3]{16}=\sqrt[3]{2^4}=\sqrt[3]{2^3\cdot 2}=\sqrt[3]{2^3}\cdot\sqrt[3]{2}=2\sqrt[3]{2}$

c) $(\sqrt[6]{4})^3=(\sqrt[6]{2^2})^3=\sqrt[6]{(2^2)^3}=\sqrt[6]{2^6}=2$ oder $=\left(4^{\frac{1}{6}}\right)^3=4^{\frac{3}{6}}=4^{\frac{1}{2}}=\sqrt{4}=2$

d) $(\sqrt[3]{9})^2=(\sqrt[3]{3^2})^2=\sqrt[3]{(3^2)^2}=\sqrt[3]{3^4}=\sqrt[3]{3^3\cdot 3}=\sqrt[3]{3^3}\cdot\sqrt[3]{3}=3\sqrt[3]{3}$ oder $=\left(9^{\frac{1}{3}}\right)^2=9^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{9^2}=$
$\sqrt[3]{3^3\cdot 3}=3\sqrt[3]{3}$

5. Gib die Lösungsmengen an

a) $\sqrt[3]{x}=-2$ $\quad$ L= {} $[x=-8\ keine\ Lsg.]$

b) $\sqrt[7]{x-5}=2$ $\quad x-5=2^7$
x – 5 = 128; x = 128 + 5; x = 133; L={133}

c) $4\cdot\sqrt[3]{2x+7}=3\cdot\sqrt[3]{6x+4}$;

$\left(4\cdot\sqrt[3]{2x+7}\right)^3=\left(3\cdot\sqrt[3]{6x+4}\right)^3$

$4^3\cdot(2x+7)=3^3\cdot(6x+4)$

$64\cdot(2x+7)=27\cdot(6x+4)$

$128x+448=162x+108$

$128x+448-108=162x$

$340=162x-128x$

$340 = 34x \quad \rightarrow x = 10 \qquad L = \{10\}$

d) $\sqrt[3]{11 - \sqrt{2x - 3}} = 2$

$\left(11 - \sqrt{2x - 3}\right) = 2^3$

$\sqrt{2x - 3} = 11 - 8$

$2x - 3 = 3^2$

$2x = 9 + 3$

$x = 6$ L={6}

e) $\sqrt[3]{2\sqrt{3x + 15} + 2} + 7 = 9$

$\sqrt[3]{2\sqrt{3x + 15} + 2} = 9 - 7$

$\left(\sqrt[3]{2\sqrt{3x + 15} + 2}\right)^3 = 2^3$

$2\sqrt{3x + 15} + 2 = 8$

$2\sqrt{3x + 15} = 8 - 2$

$\sqrt{3x + 15} = 6 : 2$

$3x + 15 = 3^2$

$3x = 9 - 15$

$x = (-6) : 3$

$x = -2$ L={-2}

f) $4\sqrt{2x + 2} - 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$

$4\sqrt{2x + 2} - 3\sqrt{3} - \sqrt{3} = 0$

$4\sqrt{2x + 2} - \sqrt{3}(3 + 1) = 0$

$4\sqrt{2x + 2} - 4\sqrt{3} = 0$

$\sqrt{2x + 2} = \sqrt{3}$

$2x + 2 = 3$

$2x = -1$

$x = -\frac{1}{2}$ L={$\frac{1}{2}$}

6. Kürze den Wurzelexponent

a) $\sqrt[6]{4^3} = \sqrt[2\cdot3]{4^3} = \sqrt[2\cdot\cancel{3}]{4^{\cancel{3}}} = \sqrt[2]{4} = 2$

b) $\sqrt[10]{9^5} = \sqrt[2\cdot5]{9^5} = \sqrt[2\cdot\cancel{5}]{9^{\cancel{5}}} = \sqrt[2]{9} = 3$

c) $\sqrt[18]{27^6} = \sqrt[3\cdot6]{27^6} = \sqrt[3\cdot\cancel{6}]{27^{\cancel{6}}} = \sqrt[3]{27} = 3$

d) $\sqrt[10]{7^5} = \sqrt[2\cdot5]{7^5} = \sqrt[2\cdot\cancel{5}]{7^{\cancel{5}}} = \sqrt[2]{7} = \sqrt{7}$

Lösungen Wurzel Station 8

1. Vereinfache

a) $\sqrt{8a^2b^3} = \sqrt{4 \cdot 2\, a^2b^3} = 2 \cdot |a| \cdot b \cdot \sqrt{2b}$

b) $\sqrt{1 + 4a + 4a^2} = \sqrt{(1 + 2a)^2} = |1 + 2a|$

c) $\frac{\sqrt{8}-\sqrt{3}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}\cdot(\sqrt{8}-\sqrt{3})}{6} = \frac{\sqrt{6\cdot8} - \sqrt{6\cdot3}}{6} = \frac{4\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{6}$

d) $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{15}\cdot(\sqrt{5} + \sqrt{3})}{5-3} = \frac{5\sqrt{3} + 3\sqrt{5}}{2}$

2. Berechne folgende Quadratzahlen:

$11^2 = 121$ $\quad 101^2 = 10201$ $\quad 1001^2 = 1002001$ $\quad 10001^2 = 100020001$

3. Bestimme den Definitionsbereich!

a) $\sqrt{2x + 3} = x \in [-1{,}5; \infty[$

b) $\sqrt{3 - 2x} = x \in\,]-\infty; 1{,}5]$

c) $\sqrt{x^2 - 4} = x \in R \backslash]-2; 2[$

d) $\sqrt{x(3 - x)} = x \in [0; 3]$

4. Berechne die Wurzeln

a) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$ b) $\sqrt{\frac{6561}{10201}} = \frac{81}{101}$ c) $\sqrt{\frac{-9}{-36}} = \frac{3}{4}$ d) $\sqrt{\left(\frac{-2}{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$

e) $\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ f) $\sqrt{13\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{121}{9}} = \frac{11}{3} = 3\frac{2}{3}$

g) $\sqrt{1\frac{199}{9801}} = \sqrt{\frac{100000}{9801}} = \frac{100}{99} = 1\frac{1}{99}$ h) $\sqrt{\left(1\frac{5}{7}\right)^2} = 1\frac{5}{7}$

i) $\sqrt{\frac{3}{5}\cdot 9\frac{3}{5}} = \sqrt{\frac{3\cdot 48}{5\cdot 5}} = \sqrt{\frac{144}{25}} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$ j) $\sqrt{11\frac{1}{4}\cdot 1\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{45\cdot 5}{4\cdot 4}} = \sqrt{\frac{225}{16}} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

k) $\sqrt{\frac{1}{5}:5} = \sqrt{\frac{1}{5\cdot 5}} = \frac{1}{5}$ l) $\sqrt{5:\frac{1}{5}} = \sqrt{25} = 5$

5. Vereinfache

a) $\sqrt{12}\cdot\left(\frac{1}{2}\cdot\sqrt{0{,}27} - \frac{2}{3}\cdot\sqrt{0{,}6}\right) = \frac{1}{2}\sqrt{12}\,\sqrt{0{,}27} - \frac{2}{3}\sqrt{12}\,\sqrt{0{,}6} = \frac{1}{2}\sqrt{12\cdot 0{,}27} - \frac{2}{3}\sqrt{12\cdot 0{,}6} =$
$\frac{1}{2}\cdot\sqrt{3{,}24} - \frac{2}{3}\sqrt{7{,}2} = \frac{1}{2}\cdot 1{,}8 - \frac{2}{3}\sqrt{7{,}2} = 0{,}9 - \frac{2}{3}\sqrt{7{,}2}$

b) $\sqrt{845x^3} - \sqrt{45x}\cdot\left(\sqrt{0{,}81x} - \sqrt{20}\right) = \sqrt{5\cdot 13^2\cdot x^2\cdot x} - \sqrt{45\cdot 0{,}81\,x^3} + \sqrt{45\cdot 20\,x^2} =$
$13x\sqrt{5x} - \sqrt{9\cdot 5\cdot 0{,}81\,x^3} + \sqrt{900x^2} = 13x\sqrt{5x} - 0{,}9\cdot 3\,x\sqrt{5x} + 30x =$
$13x\sqrt{5x} - 2{,}7x\sqrt{5x} + 30x = x\left(13\sqrt{5x} - 2{,}7\sqrt{5x} + 30\right) = x\left(\sqrt{5x}\,(13 - 2{,}7) + 30\right) =$
$x(10{,}3\,\sqrt{5x} + 30)$

c) $\frac{1-\sqrt{3}}{2-\sqrt{6}} = \frac{(1-\sqrt{3})\cdot(2+\sqrt{6})}{(2-\sqrt{6})\cdot(2+\sqrt{6})} = \frac{2+\sqrt{6}-2\sqrt{3}-3\sqrt{2}}{4-6} = -1 - 0{,}5\sqrt{6} + \sqrt{3} + 1{,}5\sqrt{2}$

d) $\frac{\sqrt{0{,}9}\cdot\sqrt{25{,}6}}{\sqrt{64{,}8}} = \frac{\sqrt{\frac{3^2\cdot 16^2}{100}}}{\sqrt{\frac{81\cdot 4\cdot 2\cdot 10}{100}}} = \frac{3\cdot 16}{9\cdot 2\cdot\sqrt{4\cdot 5}} = \frac{4\cdot\sqrt{5}}{3\cdot\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}} = \frac{4}{15}\cdot\sqrt{5}$

6. Berechne

a) $\sqrt{1\frac{64}{225}} - \sqrt{1\cdot\frac{64}{225}} = \sqrt{\frac{289}{225}} - \sqrt{\frac{64}{225}} = \frac{17}{15} - \frac{8}{15} = \frac{3}{5}$ b) $\sqrt{4\frac{9}{4}} : \sqrt{4\cdot\frac{9}{4}} = \sqrt{\frac{25}{4}} : \sqrt{\frac{36}{4}} = \frac{5}{2} : \frac{6}{2} = \frac{5}{6}$

c) $\sqrt{9\cdot\frac{64}{4}} + \sqrt{9\frac{64}{4}} = \sqrt{\frac{9\cdot 64}{4}} : \sqrt{\frac{100}{4}} = 12 + 5 = 17$ d) $\frac{\sqrt{2\frac{1}{3}\cdot 2\frac{1}{3}}}{2\cdot\frac{1}{3}\cdot 2\cdot\frac{1}{3}} = \frac{\frac{7}{3}}{\frac{4}{9}} = 5\frac{1}{4}$

7. Radiziere

a) $\sqrt{49\cdot 169} = 7\cdot 13 = 91$ b) $\sqrt{0{,}04\cdot 0{,}0625} = 0{,}2\cdot 0{,}25 = 0{,}05$

c) $\sqrt{2{,}25\cdot 10^8} = 1{,}5\cdot 10^4 = 15000$

d) $\sqrt{17\cdot 68} = \sqrt{1156} = 34$ e) $\sqrt{3{,}6\cdot 10^3} = \sqrt{3600} = 60$ f) $\sqrt{\frac{12a^5}{75a}} = \sqrt{\frac{4a^4}{25}} = \frac{2a^2}{5}$

8. Hannah behauptet, dass man in folgenden Fällen beim Radizieren keine Betragsstriche benötigt.
Kannst du ihr Recht geben? Begründe deine Entscheidung.

a) $\sqrt{a}\sqrt{a} = a$ b) $\sqrt{a^4} = a^2$ c) $\sqrt{\frac{a}{b^2}}\cdot\sqrt{ab^2} = a$ d) $\sqrt{a}\cdot\sqrt{\frac{1}{a^3}} = \frac{1}{a}$

a) a muss **positiv** sein, da sonst $\sqrt{a}$ **nicht definiert** wäre.
b) a² ist immer positiv.
c) a muss positiv sein, da sonst $\sqrt{ab^2}$ nicht definiert wäre.
d) a muss positiv sein, da sonst $\sqrt{a}$ nicht definiert wäre.
Also hat Hannah Recht.

9. Fasse unter einer Wurzel zusammen und radiziere

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{18} = \sqrt{36} = 6$ b) $\sqrt{10}\cdot\sqrt{19{,}6} = \sqrt{196} = 14$ c) $\sqrt{0{,}01}\cdot\sqrt{0{,}0001} = \sqrt{0{,}00001} = 0{,}001$

d) $\sqrt{\frac{3}{5}}\cdot\sqrt{\frac{20}{3}} = \sqrt{4} = 2$ e) $\sqrt{22\frac{11}{27}}\cdot\sqrt{5\frac{2}{5}} = \sqrt{\frac{605\cdot 27}{27\cdot 5}} = 11$ f) $\sqrt{0{,}2}\cdot\sqrt{14}\cdot\sqrt{2{,}8} = 2{,}8$

Lösungen Wurzel Station 9

1. Vereinfache

a) $\left(\sqrt[8]{4^5}\right)^{-\frac{8}{5}} = \left(4^{\frac{5}{8}}\right)^{-\frac{8}{5}} = 4^{-1} = \frac{1}{4}$ b) $\sqrt[4]{3\cdot\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{3}$ c) $\sqrt[3]{6\cdot\sqrt[4]{2}} = 6^{\frac{4}{12}}\cdot 2^{\frac{1}{12}} = \sqrt[12]{6^4\cdot 2}$

d) $\sqrt[3]{9\cdot\sqrt[3]{27}} = \sqrt[3]{9\cdot 3} = 3$ e) $\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{24}{6}} = \sqrt{4} = 2$ f) $\frac{\sqrt{147}}{3} = \frac{\sqrt{49\cdot 3}}{3} = \frac{7\cdot\sqrt{3}}{3} = \frac{7}{3}\sqrt{3} = 2\frac{1}{3}\sqrt{3}$

g) $\sqrt[3]{\frac{64}{1000}} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$ h) $\sqrt[3]{\frac{8}{27}} = \frac{2}{3}$ i) $\sqrt[4]{234} : \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{\frac{234}{3}} = \sqrt[4]{78}$

2. Mache den Nenner rational

a) $\frac{a}{2\sqrt{3ab^2}} = \frac{a\cdot\sqrt{3a}}{2\,|b|\,|\sqrt{3a}\cdot\sqrt{3a}} = \frac{a\cdot\sqrt{3a}}{2\,|b|\cdot 3a} = \frac{\sqrt{3a}}{6\,|b|}$ b) $\frac{\sqrt{2}}{a-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}\cdot(a+\sqrt{2})}{(a-\sqrt{2})\cdot(a+\sqrt{2})} = \frac{a\sqrt{2}+2}{a^2-2}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}\cdot(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})\cdot(\sqrt{2}-\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{2\cdot 3}-\sqrt{3\cdot 3}}{2-3} = 3-\sqrt{6}$ d) $\frac{3-\sqrt{2}}{\sqrt{2}+3} = \frac{(3-\sqrt{2})\cdot(3-\sqrt{2})}{(\sqrt{2}+3)\cdot(3-\sqrt{2})} = \frac{9-2\cdot 3\sqrt{2}+2}{9-2} = \frac{11-6\sqrt{2}}{7}$

3. Radiziere die Wurzel

a) $\sqrt{\sqrt{7}} = 7^{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}} = \sqrt[4]{7}$ b) $\sqrt{\sqrt{a}} = \sqrt[4]{a}$ c) $\sqrt[3]{\sqrt{27}} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{27}} = \sqrt[2]{3}$

d) $\sqrt[4]{9} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{9}} = \sqrt[2]{3}$ e) $\sqrt[6]{27} = \sqrt[2]{\sqrt[3]{27}} = \sqrt[2]{3}$ f) $\sqrt[4]{100} = \sqrt[2]{\sqrt[2]{100}} = \sqrt[2]{10}$

4.Multipliziere die Wurzeln

a) $\sqrt[2]{3}\cdot\sqrt[4]{5} = \sqrt[2\cdot 2]{3^2}\cdot\sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{3^2}\cdot\sqrt[4]{5} = \sqrt[4]{3^2\cdot 5} = \sqrt[4]{45}$

b) $\sqrt[4]{7}\cdot\sqrt[8]{5} = \sqrt[4\cdot 2]{7^2}\cdot\sqrt[8]{5} = \sqrt[8]{7^2}\cdot\sqrt[8]{5} = \sqrt[8]{7^2\cdot 5} = \sqrt[8]{245}$

c) $\sqrt[6]{11}\cdot\sqrt[2]{3} = \sqrt[6]{11}\cdot\sqrt[2\cdot 3]{3^3} = \sqrt[6]{11}\cdot\sqrt[6]{3^3} = \sqrt[6]{11\cdot 3^3} = \sqrt[6]{297}$

d) $\sqrt[2]{2}\cdot\sqrt[8]{3} = \sqrt[2\cdot 4]{2^4}\cdot\sqrt[8]{3} = \sqrt[8]{2^4}\cdot\sqrt[8]{3} = \sqrt[8]{2^4\cdot 3} = \sqrt[8]{48}$

e) $\sqrt[2]{2}\cdot\sqrt[3]{5} = \sqrt[2\cdot 3]{2^3}\cdot\sqrt[3\cdot 2]{5^2} = \sqrt[6]{2^3}\cdot\sqrt[6]{5^2} = \sqrt[6]{2^3\cdot 5^2} = \sqrt[6]{200}$

f) $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt[5]{5} = \sqrt[3\cdot 5]{2^5}\cdot\sqrt[5\cdot 3]{5^3} = \sqrt[15]{2^5}\cdot\sqrt[15]{5^3} = \sqrt[15]{2^5\cdot 5^3} = \sqrt[15]{4000}$

g) $\sqrt[2]{2}\cdot\sqrt[5]{5} = \sqrt[2\cdot 5]{2^5}\cdot\sqrt[5\cdot 2]{5^2} = \sqrt[10]{2^5}\cdot\sqrt[10]{5^2} = \sqrt[10]{2^5\cdot 5^2} = \sqrt[10]{800}$

h) $\sqrt[6]{2}\cdot\sqrt[9]{2} = \sqrt[6\cdot 3]{2^3}\cdot\sqrt[9\cdot 2]{2^2} = \sqrt[18]{2^3}\cdot\sqrt[18]{2^2} = \sqrt[18]{2^3\cdot 2^2} = \sqrt[18]{32}$

i) $\sqrt[9]{7}\cdot\sqrt[3]{2} = \sqrt[9]{7}\cdot\sqrt[3\cdot 3]{2^3} = \sqrt[9]{7}\cdot\sqrt[9]{2^3} = \sqrt[9]{7\cdot 2^3} = \sqrt[9]{56}$

5. Vereinfache

a) $\sqrt{6}\cdot\left(2\sqrt{3}-3\sqrt{2}\right) = 6\sqrt{2}-6\sqrt{3}$

b) $\sqrt{8}\cdot\left(3\sqrt{2a}+5\sqrt{18a}\right) = 3\sqrt{16a}+5\sqrt{144a} = 12\sqrt{a}+60\sqrt{a} = 72\sqrt{a}$

6. Berechne

a) $\frac{\sqrt[2]{2}}{\sqrt[4]{5}} = \frac{\sqrt[2\cdot 2]{2^2}}{\sqrt[4]{5}} = \frac{\sqrt[4]{2^2}}{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[4]{\frac{2^2}{5}} = \sqrt[4]{\frac{4}{5}}$ b) $\frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[2]{2}} = \frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[2\cdot 2]{2^2}} = \frac{\sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{4}} = \sqrt[4]{\frac{4}{4}} = \sqrt[4]{1} = 1$

c) $\frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[2]{2}} = \frac{\sqrt[3\cdot 2]{4^2}}{\sqrt[2\cdot 3]{2^3}} = \frac{\sqrt[6]{4^2}}{\sqrt[6]{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{4^2}{2^3}} = \sqrt[6]{\frac{16}{8}} = \sqrt[6]{2}$ d) $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[6]{6}} = \frac{\sqrt[3\cdot 2]{3^2}}{\sqrt[6]{6}} = \frac{\sqrt[6]{9}}{\sqrt[6]{6}} = \sqrt[6]{\frac{9}{6}} = \sqrt[6]{\frac{3}{2}}$

e) $\frac{\sqrt[2]{2}}{\sqrt[5]{3}} = \frac{\sqrt[2\cdot 5]{2^5}}{\sqrt[5\cdot 2]{3^2}} = \frac{\sqrt[10]{2^5}}{\sqrt[10]{3^2}} = \sqrt[10]{\frac{2^5}{3^2}} = \sqrt[10]{\frac{32}{9}}$

7. Prüfe mit einer geeigneten Rechnung, ob die beiden Wurzelausdrücke die gleiche reelle Zahl angeben.

$2\sqrt{15}-\sqrt{6}$ und $\sqrt{66-12\sqrt{10}}$

(linke Seite)² $= \left(2\sqrt{15}-\sqrt{6}\right)^2 = 4\cdot 15-4\cdot\sqrt{90}+6 = 66-12\sqrt{10}$

(rechte Seite)² = $\left(\sqrt{66-12\sqrt{10}}\right)^2 = 66-12\sqrt{10}$
Da beide Seiten der Gleichung positiv sind, stimmen damit die beiden Wurzelausdrücke überein.

8. Radiziere so weit wie möglich

a) $\sqrt{242x^3y^2z^7} = 11x|y||z|^3\sqrt{2x}$

b) $\sqrt{x^2-24xy+18y^2} = |2x-3y|\sqrt{2}$

9. Berechne

Denke daran, dass man bei Wurzelgleichungen immer eine Probe benötigt!

a) $3\cdot\sqrt{2x-1}-4=11 \leftrightarrow \sqrt{2x-1}=\frac{15}{3} \leftrightarrow 2x-1=25; \leftrightarrow 2x=26; x=\ 13;\ L=\{13\}$

$Probe\colon\ 3\cdot\sqrt{2\cdot13-1}-4=3\cdot\sqrt{25}-4=3\cdot5-4=11\checkmark$

b) $32-\sqrt{2x+4}=4\cdot7 \leftrightarrow \sqrt{2x+4}=4 \leftrightarrow 2x+4=16 \leftrightarrow x=6;\ L=\{6\}$

$Probe\colon 32-\sqrt{2\cdot6+4}=32-\ \sqrt{16}=32-4=28;\ \ 4\cdot7=28;\ \checkmark$

c) $\sqrt{x^2-9}=x-1 \leftrightarrow x^2-9=x"+1 \leftrightarrow 2x=10 \leftrightarrow x=5;\ L=\{5\}$

$Probe\colon \sqrt{25-9}=\sqrt{16}=4; 5-1=4\checkmark$

d) $\sqrt{x^2+5}=x+1 \leftrightarrow x^2+5=x^2+2x+1 \leftrightarrow 4=2x \leftrightarrow x=2;\ \ L=\{2\}$

$Probe\colon \sqrt{4+5}\ =3;\ \ 2+1=3\checkmark$

e) $\sqrt{x^2+4}=3x+2 \leftrightarrow 3x+2 \leftrightarrow x^2+4=9x^2+12x+4 \leftrightarrow 8x^2+12x=0 \leftrightarrow$

$4x\cdot(2x+3)=0 \leftrightarrow x_1=0\,;\ \left(x_2=-\frac{3}{2}\right)\ ;L=\{0\}\ Probe\colon x_2\ keine\ Lösung$

f) $\sqrt{x^2+9}=2x-3 \leftrightarrow x^2+9=4x^2-12x+9 \leftrightarrow 0=3x^2-12x \leftrightarrow 0=3x(x-4) \leftrightarrow$

$(x_1=0)\,;\ x_2=4\,;\ L=\{4\}\ \ Probe\colon x_1\ \ Keine\ Lösung!$

g) $\sqrt{2x+3}=\sqrt{3x+2} \leftrightarrow 2x+3=3x+2 \leftrightarrow x=1\,; L=\{1\}\ \ Probe\checkmark$

h) $\sqrt{20-3x}=\sqrt{3x-10} \leftrightarrow 20-3x=3x-10 \leftrightarrow 30=6x \leftrightarrow x=5\,; L=\{5\}\checkmark$

i) $\sqrt{x+3}=\sqrt{x+19}-2 \leftrightarrow x+3=x+19-4\cdot\sqrt{x+19}+4 \leftrightarrow 4\cdot\sqrt{x+19}=20 \leftrightarrow$

$\sqrt{x+19}=5 \leftrightarrow x+19=25 \leftrightarrow x=6\,; L=\{6\}\ \ Probe\checkmark$

j) $\sqrt{20+x}=9-\sqrt{x+29} \leftrightarrow 20+x=81-18\cdot\sqrt{x+29}+x+29 \leftrightarrow 18\cdot\sqrt{x+29}=90 \leftrightarrow$

$\sqrt{x+29}=5 \leftrightarrow x+29=25 \leftrightarrow x=\ -4\,; L=\{-4\}\ \ Probe\checkmark$

Lösungen Wurzel Station 10

1. Nimm Stellung zu folgender Aussage: *„Quadrieren und Radizieren heben sich auf.“*

D. h. $\sqrt{x^2}$ ist dasselbe wie $\sqrt{x}^2$.

Es gilt **nur** für $x \geq 0$. Allgemein stimmt das so nicht.

2. Gewusst wie !

a) Erkläre Daniels Überlegungen!

$$\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}=0{,}1\cdot\sqrt{10}\ \text{ und }\ \frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{4}+\sqrt{3}}{1}=\sqrt{4}+\sqrt{3}$$

Hinter seinen Überlegungen steckt der „rationale Nenner“.

b) Überlege, wie man Wurzeln abschätzen kann. z. B. $\sqrt{5}$ ...

Kleine Intervallschachtelung im Kopf, also $\sqrt{5}$ = 2,2....

3. Berechne

a) $\sqrt{12}+\sqrt{18}-2\sqrt{3}+3\sqrt{2}=2\sqrt{3}+3\sqrt{2}-2\sqrt{3}+3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$

b) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{2}-\frac{\sqrt{6}}{3}=\frac{3\sqrt{6}-2\sqrt{6}}{6}=\frac{\sqrt{6}}{6}$

c) $\sqrt{5}(\sqrt{10}-\sqrt{20})=\sqrt{50}-\sqrt{100}=5\sqrt{2}-10$

d) $\sqrt{a}\left(\sqrt{a}-\frac{a}{\sqrt{a}}\right)=a-\frac{a\sqrt{a}}{\sqrt{a}}=a-a=0$

e) $a\sqrt{a}\left(\sqrt{3a}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\cdot\sqrt{3}=\ a\sqrt{3a}\left(\sqrt{3a}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)\ =\ 3a^2-\frac{a\sqrt{3a}}{\sqrt{3}}=\ 3a^2-\ a\sqrt{a}$

4. Mache den Nenner rational

a) $\frac{5}{\sqrt{65}}=\frac{5\cdot\sqrt{65}}{\sqrt{65}\cdot\sqrt{65}}=\frac{1}{13}\sqrt{65}$ b) $\frac{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}=\frac{3\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}}{2\sqrt{3}\cdot\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{6}}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{6}$ c) $\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{5}}=\frac{5\sqrt{2}\sqrt{5}}{\sqrt{5}\sqrt{5}}=\sqrt{10}$

5. Radiziere

a) $\sqrt{117a^8b^5}=3\cdot a^4b^2\sqrt{13b}$ b) $\sqrt{81a^6b^7}=9\cdot a^3b^3\sqrt{b}$ c) $\sqrt{49c^4d^2}=7c^2\,|d|$

d) $\sqrt{2028\,s^3t^4}=26st^2\sqrt{3s}$ e) $\sqrt{a^2b^2-a^4}=|a|\sqrt{b^2-a^2}$

f) $\sqrt{a^2b^2-2a^3b+a^4}=\sqrt{a^2(b^2-2ab+a^2)}=|a\,(b-a)|$ g) $\sqrt{(1-2x)^2}=|1-2x|$

h) $\sqrt{36a^2-12ab+b^2}=|6a-b|$ i) $\sqrt{4x^2-x+\frac{1}{16}}=\frac{8x-1}{4}$

6. Multipliziere die Klammer aus

a) $\sqrt{6}\cdot(\sqrt{24}+\sqrt{54})=\sqrt{6}\cdot\sqrt{24}+\sqrt{6}\cdot\sqrt{54}=\sqrt{144}+\sqrt{324}=12+18=30$

b) $-\sqrt{7}\cdot(\sqrt{63}+\sqrt{28})=-\sqrt{7}\cdot\sqrt{63}+(-\sqrt{7})\cdot\sqrt{28}=-\sqrt{441}-\sqrt{196}=-21-14=-35$

c) $\sqrt{3}\cdot(\sqrt{12}+\sqrt{75})=\sqrt{3}\cdot\sqrt{12}+\sqrt{3}\cdot\sqrt{75}=\sqrt{36}+\sqrt{225}=6+15=21$

d) $(\sqrt{405}-\sqrt{125}):\sqrt{5}=\frac{\sqrt{405}}{\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{125}}{\sqrt{5}}=\sqrt{\frac{405}{5}}-\sqrt{\frac{125}{5}}=\sqrt{81}-\sqrt{25}=9-5=4$

e) $(\sqrt{16{,}2}-\sqrt{24{,}2})\cdot\sqrt{5}=\sqrt{16{,}2}\cdot\sqrt{5}-\sqrt{24{,}2}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{81}-\sqrt{121}=9-11=-2$

f) $(1+\sqrt{2})^2=1+2\sqrt{2}+2=3+2\sqrt{2}$

g) $\left(\sqrt{x}-\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^2=x-2\cdot\sqrt{x}\cdot\frac{1}{\sqrt{x}}+\frac{1}{x}=x-2+\frac{1}{x}$

h) $(\sqrt{ab}+a\sqrt{b}-b\sqrt{a}):\sqrt{a})=\frac{\sqrt{ab}}{\sqrt{a}}+\frac{\sqrt{a^2b}}{\sqrt{a}}-\frac{b\sqrt{a}}{\sqrt{a}}=\sqrt{b}+\sqrt{ab}-b$

7. Berechne

a) $\sqrt{98}\cdot\sqrt{0{,}5}=\sqrt{49}=7$ b) $\sqrt{2x}\cdot\sqrt{8x}=\sqrt{16x^2}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{x^2}=4x$

c) $\sqrt{5b}\cdot\sqrt{80b}=\sqrt{400b^2}=\sqrt{400}\cdot\sqrt{b^2}=20b$ d) $\sqrt{180}\cdot\sqrt{\frac{1}{5}}=\sqrt{\frac{180}{5}}=\sqrt{36}=6$

e) $\sqrt{4y}\cdot\sqrt{8y}\cdot\sqrt{2}=\sqrt{4y\cdot 8y\cdot 2}=\sqrt{64y^2}=\sqrt{64}\cdot\sqrt{y^2}=8y$

f) $\sqrt{24}\cdot\sqrt{\frac{3}{8}}=\sqrt{24\cdot\frac{3}{8}}=\sqrt{9}=3$