

Aufgabe 1: Ermittle die Lösungsmengen folgender Gleichungen. Beachte dabei gegebenenfalls die einschränkenden Bedingungen und fasse soweit wie möglich zusammen.

a)  $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$

b)  $\sqrt{8x^2 + \sqrt{24}x} = 3 \cdot \sqrt{2}$

c) 
$$\frac{1}{1-2x} + \frac{8}{x+3} = \frac{1}{x}$$

Aufgabe 2: Bestimme a so, dass die Gleichungen genau eine Lösung haben:

a)  $x^2 + 4x + a = 0$

b) 
$$\frac{4}{x} + ax = 6$$

Aufgabe 3: Leite die Lösungsformel für Gleichungen des Typs:

$$x^2 + px + q = 0 \quad \text{her.}$$

Aufgabe 4: Für eine Fahrt in das Schullandheim hat die 9b einen Bus für 260 € gemietet. Da ein Schüler an der Fahrt nicht teilnehmen kann, muss jeder der restlichen Schüler 0,40 € mehr für die Fahrt bezahlen. Wie viele Schüler hat die 9b?

Viel Erfolg!

- Lösung -

Aufgabe 1:

a)  $x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$   
Determinante =  $(\frac{1}{2})^2 - \frac{1}{4} = 0$   
 $\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$

$$L = \{ -\frac{1}{2} \}$$

b)  $\sqrt{8} x^2 + \sqrt{24} x = 3 \cdot \sqrt{2}$   
 $\Leftrightarrow x^2 + \sqrt{3} x - \frac{3}{\sqrt{4}} = 0$   
Determinante:  $(-\frac{\sqrt{3}}{2})^2 + \frac{3}{\sqrt{4}} = \frac{3}{4} + \frac{6}{4} = \frac{9}{4}$

$\Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} \pm \sqrt{\frac{9}{4}}$   
 $\Rightarrow x = \frac{\sqrt{3}}{2} \pm \frac{3}{2}$

$$L = \{ \frac{\sqrt{3}}{2} \pm \frac{3}{2} \}$$

c)  $\frac{1}{1-2x} + \frac{8}{x+3} = \frac{1}{x}$

$x \in D = \mathbb{R} \setminus \{-3, 0, \frac{1}{2}\}$

$\Leftrightarrow x(x+3) + 8x(1-2x) = (1-2x)(x+3)$   
 $\Leftrightarrow x^2 + 3x + 8x - 16x^2 = x - 2x^2 + 3 - 6x$   
 $\Leftrightarrow x^2 + 3x + 8x - 16x^2 - x + 2x - 3 + 6x = 0$   
 $\Leftrightarrow -13x^2 + 16x - 3 = 0$   
 $\Leftrightarrow x^2 - \frac{16}{13}x + \frac{3}{13} = 0$

Determinante =  $(-\frac{16}{26})^2 - \frac{3}{13} = \frac{256}{676} - \frac{3}{13} = \frac{64}{169} - \frac{39}{169} = \frac{25}{169}$

$\Rightarrow x = \frac{16}{26} \pm \sqrt{\frac{25}{169}}$   
 $\Leftrightarrow x = \frac{8}{13} \pm \frac{5}{13}$

$$L = \{ 1; \frac{3}{13} \}$$

Aufgabe 2:

a)  $x^2 + 4x + a = 0$

Determinante:  $(2)^2 - a = 0$

$\Rightarrow 4 = a$

Die Gleichung hat genau eine Lösung wenn  $a = 4$  ist!

b)  $\frac{4}{x} + ax = 6$

$$\Leftrightarrow ax^2 - 6x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{6}{a}x + \frac{4}{a} = 0$$

$$\text{Determinante} = \left(-\frac{6}{2a}\right)^2 - \frac{4}{a} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{36}{4a^2} = \frac{4}{a}$$

$$\Leftrightarrow \frac{9}{a^2} = \frac{4}{a}$$

$$\Leftrightarrow 9 = 4a$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{9}{4}$$

Die Gleichung hat genau eine Lösung wenn  $a = \frac{9}{4}$  ist!

Aufgabe 3:

$$x^2 + px + q = 0$$

$$x^2 + px + \left(\frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 - \left(\frac{p}{2}\right)^2 + q = 0$$

$$\left(x + \frac{p}{2}\right)^2 = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$

$$x + \frac{p}{2} = \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

$$x = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

Aufgabe 4:

$$\frac{260}{x-1} = \frac{260}{x} + 0,4$$

$$\Leftrightarrow 260x = 260x - 260 + 0,4x(x-1)$$

$$\Leftrightarrow 0 = 0,4x^2 - 0,4x - 260$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 650 = 0$$

$$\text{Determinante} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 650 = \frac{1}{4} + \frac{2600}{4} = \frac{2601}{4}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} \pm \sqrt{\frac{2601}{4}}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{2} \pm \frac{51}{2}$$

$$L = \{ 26; -25 \}$$

Die Klasse 9b hat 26 Schüler!