Klasse 10.GYM	**Klassenarbeit aus der Mathematik** **Potenzen-Potenzfunktionen**
Name:	

Aufgabe 1 (voraussichtlich: **14 Punkte**)

Vereinfache Sie soweit wie möglich:

(a) $\left(\left(\sqrt[6]{x}\right)^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}}$

(b) $\left(\dfrac{a}{\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{a}}-\sqrt[4]{16\cdot\sqrt[3]{a}}\right)\cdot a^{\frac{5}{12}}$

(c) $\left(\dfrac{9x^2}{25y}\right)^2\cdot\left(\dfrac{16y}{27z^4}\right)^3\cdot\left(\dfrac{8x}{15z^3}\right)^{-4}$

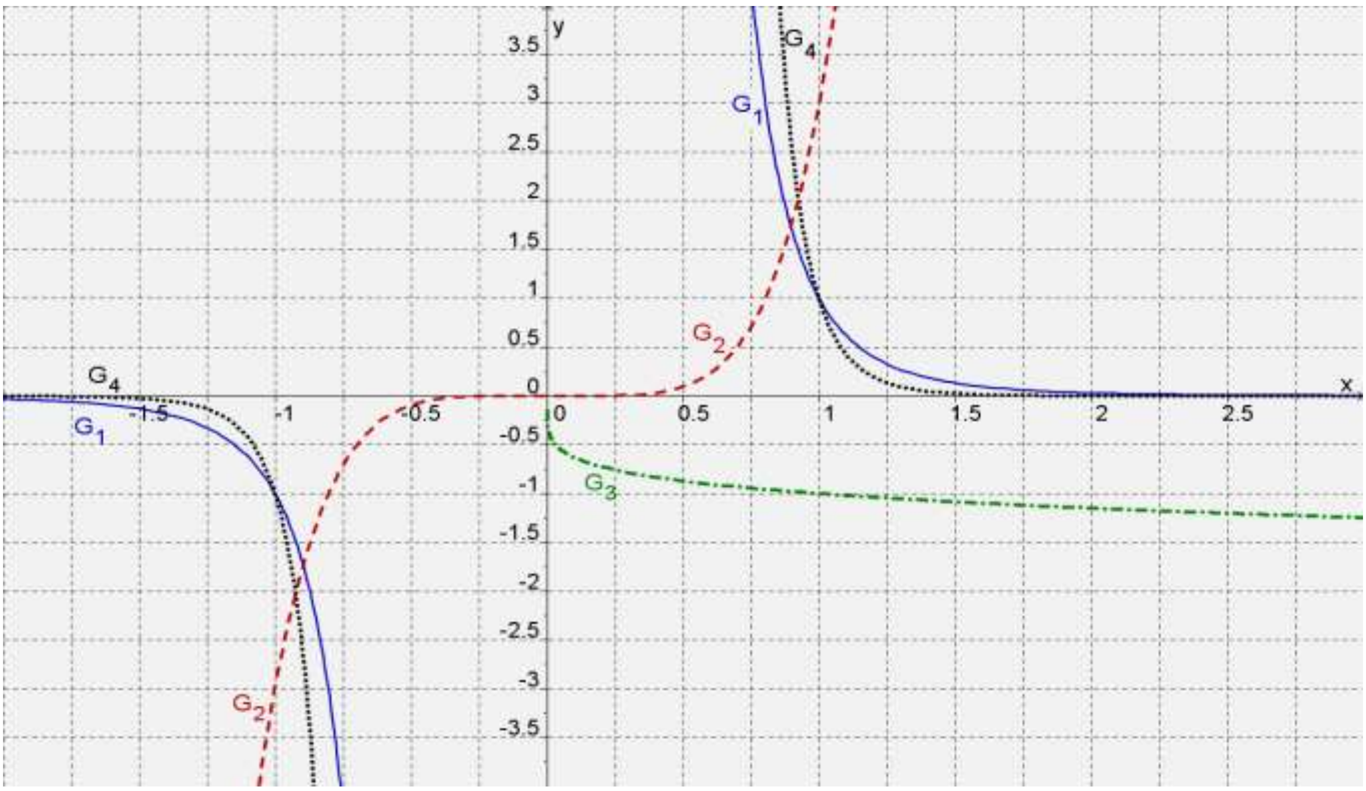
(d) $\left((-1)^{4n}-(-1)^{4n+1}\right)^3$

Aufgabe 2 (voraussichtlich: **8 Punkte**)

(a) Ordnen Sie den vier abgebildeten Graphen **G_1**, **G_2**, **G_3** und **G_4** jeweils einen der folgenden Funktionsterme zu: (ca. 4 Punkte)

$f_1(x)=x^4$ $\quad f_2(x)=x^{-4}$ $\quad f_3(x)=x^{\frac{1}{5}}$ $\quad f_4(x)=x^5$ $\quad f_5(x)=x^{-5}$

$f_6(x)=3x^5$ $\quad f_7(x)=-x^{\frac{1}{5}}$ $\quad f_8(x)=x^{-8}$ $\quad f_9(x)=-2x^{\frac{1}{5}}$ $\quad f_{10}(x)=x^{-9}$



(b) Bestimmen Sie die **Anzahl** der Lösungen der folgenden Gleichung über : $(x+1)^3=\dfrac{1}{x^2}-1$.

Skizzieren Sie dazu die Graphen der Funktionen $f(x)=(x+1)^3$ und $g(x)=\dfrac{1}{x^2}-1$ in einem gemeinsamen Koordinatensystem (saubere und übersichtliche Skizze!). (ca. 4 Punkte)

Bitte wenden!

<u>Aufgabe 3</u> (voraussichtlich: **8 Punkte**)

(a) Bei einer Kapitalanlage wächst ein Startvermögen von **1000€** in **20** Jahren auf **2653,30€** an.
Wie groß ist die Rendite der Kapitalanlage? (ca. 3 Punkte)

(b) Angenommen das Starguthaben von **1000€** würde nicht angelegt, sondern 20 Jahre lang in einem Sparstrumpf versteckt. Berechnen Sie die Kaufkraft des Starguthabens in **20** Jahren, wenn man eine Inflationsrate von **1% (2%, 3%, 4%, 6%, 8%, 10%,12%)** unterstellt.
Tragen Sie Ihre Ergebnisse in eine **Wertetabelle** für die Funktion:

Inflationsrate --- Wert des Starguthabens nach 20 Jahren

ein und zeichnen Sie den zugehörigen Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
Lesen Sie aus dem Graphen näherungsweise ab, bei welcher Inflationsrate das Startguthaben nur noch die Hälfte seiner ursprünglichen Kaufkraft besitzt. (ca. 5 Punkte)

Lösungen

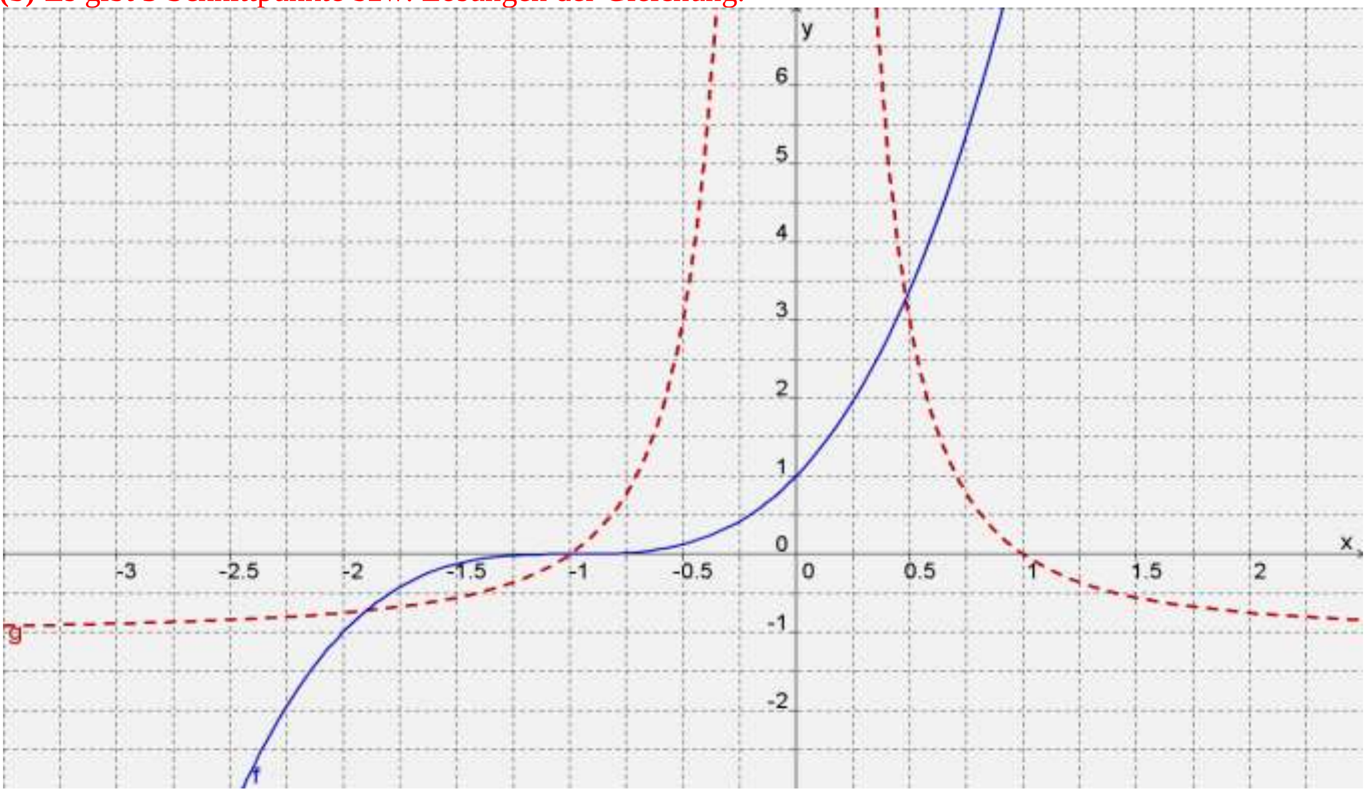
Aufgabe 1 (voraussichtlich: **14 Punkte**)

(a) $\left(\left(\sqrt[6]{x}\right)^{\sqrt{3}}\right)^{\sqrt{3}} = \sqrt{x}$	**(b)** $\left(\dfrac{a}{\sqrt[3]{a^2}\cdot\sqrt[4]{a}} - \sqrt[4]{16\cdot\sqrt[3]{a}}\right)\cdot a^{\frac{5}{12}} = -\sqrt{a}$
(c) $\left(\dfrac{9x^2}{25y}\right)^2\cdot\left(\dfrac{16y}{27z^4}\right)^3\cdot\left(\dfrac{8x}{15z^3}\right)^{-4} = \dfrac{y}{3}$	**(d)** $\left((-1)^{4n}-(-1)^{4n+1}\right)^3 = 8$

Aufgabe 2 (voraussichtlich: **8 Punkte**)

(a) **G2** ist eine Parabel zu einer Potenz mit einem positiven, ungeraden Exponenten. Da **G2** durch den Punkt (1|3) gehört **G2** zum Funktionsterm $f_6(x) = 3x^5$. **G3** ist nur auf $\mathbb{R}^{\geq 0}$ definiert und ist der Graph einer Wurzelfunktion. Da **G3** den Punkt (1|-1) enthält gehört **G3** zum Funktionsterm $f_7(x) = -x^{\frac{1}{5}}$. **G1** und **G4** sind Hyperbeln zu Potenzen mit einem negativen, „ungeraden" Exponenten. Da **G4** im Bereich x>1 schneller abfällt als **G1**, gehört **G4** zum Funktionsterm $f_{10}(x) = x^{-9}$ und **G1** zum Funktionsterm $f_5(x) = x^{-5}$.

(b) Es gibt **3** Schnittpunkte bzw. Lösungen der Gleichung.



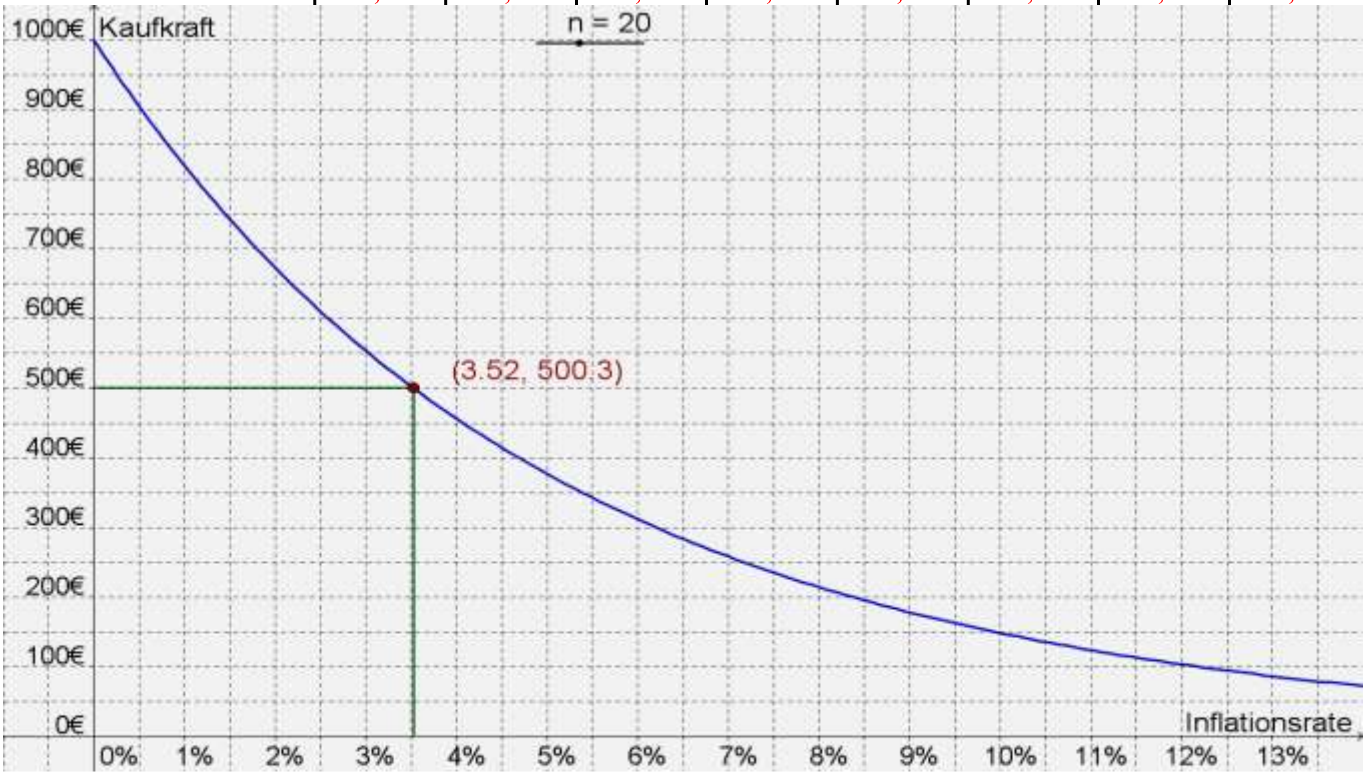
Aufgabe 3 (voraussichtlich: **8 Punkte**)

(a) Eine Einmalanlage eines Vermögens **V** liefert bei einer Rendite von **r** (in Prozent) nach **n** Jahren ein Vermögen von $V_n = V\cdot\left(1+\frac{r}{100}\right)^n$. Daraus berechnet sich die Rendite zu

$$r = \left(\sqrt[n]{\frac{V_n}{V}}-1\right)\cdot 100 = \left(\sqrt[20]{2{,}6533}-1\right)\cdot 100\% \approx \underline{\underline{5{,}00\%}}.$$

(b)

Inflationsrate	1,0%	2,0%	3,0%	4,0%	6,0%	8,0%	10,0%	12,0%
Kaufkraft nach 20 Jahren	819,54 €	672,97 €	553,68 €	456,39 €	311,80 €	214,55 €	148,64 €	103,67 €



Ein Startvermögen **V** besitzt bei einer Inflationsrate von **p** (in Prozent) nach **n** Jahren noch eine Kaufkraft von $V_n = V / \left(1+\frac{p}{100}\right)^n$. Daraus berechnet sich die Inflationsrate zu

$$p = \left(\sqrt[n]{\frac{V}{V_n}} - 1\right) \cdot 100 = \left(\sqrt[20]{2} - 1\right) \cdot 100\% \approx \underline{\underline{3{,}53\%}}.$$