

## Klassenarbeit „Quadratische Gleichungen“

Klasse 9

Beachte: Alle Ergebnisse sind so einfach wie möglich anzugeben!

1.) Bestimme die Lösungsmenge!

a)  $12x^2 - 10x - 2 = 0$

b)  $(x + 3)^2 - (x + 2)(2 - x) = 10x + 11$

c)  $0,24x^2 = 13,2x + 72$

2.) Für welche Zahlen  $d$  hat die angegebene Gleichung zwei, eine oder keine Lösung?  
Mache eine Fallunterscheidung!

$$x^2 + dx + 12,25 = 0$$

3.) Bestimme zunächst die Definitionsmenge, dann die Lösungsmenge:

$$\frac{2x+1}{x-4} - \frac{x-2}{x+4} = \frac{18x}{x^2-16}$$

4.) Von den Seiten eines Rechtecks ist die eine 7 cm länger als das Doppelte der anderen.  
Der Flächeninhalt beträgt 60 cm<sup>2</sup>. Berechne die beiden Seiten. Raten gibt wenig Punkte!

## Lösungen der Klassenarbeit „Quadratische Gleichungen“

1.a)  $12x^2 - 10x - 2 = 0 \quad || : 12$

$$x^2 - \frac{5}{6}x - \frac{1}{6} = 0$$

$$x_{1/2} = +\frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{25}{144} + \frac{1}{6}}$$

$$x_{1/2} = +\frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{25}{144} + \frac{24}{144}}$$

$$x_{1/2} = +\frac{5}{12} \pm \sqrt{\frac{49}{144}}$$

$$x_{1/2} = +\frac{5}{12} \pm \frac{7}{12}$$

$$x_1 = +\frac{5}{12} + \frac{7}{12} = \frac{12}{12} = 1$$

$$x_2 = +\frac{5}{12} - \frac{7}{12} = -\frac{2}{12} = -\frac{1}{6}$$

$$L_x = \left\{ +1 ; -\frac{1}{6} \right\}$$

1.b)  $(x+3)^2 - (x+2)(2-x) = 10x + 11$

$$x^2 + 6x + 9 - (2x - x^2 + 4 - 2x) = 10x + 11$$

$$x^2 + 6x + 9 - 2x + x^2 - 4 + 2x = 10x + 11$$

$$2x^2 + 6x + 5 = 10x + 11$$

$$2x^2 - 4x - 6 = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$x_{1/2} = +1 \pm \sqrt{1+3}$$

$$x_{1/2} = +1 \pm 2$$

$$x_1 = +1 + 2 = 3$$

$$x_2 = +1 - 2 = -1$$

$$L_x = \{ +3 ; -1 \}$$

1.c)  $0,24x^2 = 13,2x + 72$

$$0,24x^2 - 13,2x - 72 = 0 \quad || : 0,24$$

$$x^2 - 55x - 300 = 0$$

$$x_{1/2} = +27,5 \pm \sqrt{756,25 + 300}$$

$$x_{1/2} = +27,5 \pm \sqrt{1056,25}$$

$$x_{1/2} = +27,5 \pm 32,5$$

$$x_1 = +27,5 + 32,5 = 60$$

$$x_2 = +27,5 - 32,5 = -5$$

$$L_x = \{ +60 ; -5 \}$$

2.)  $x^2 + dx + 12,25 = 0$

$$x_{1/2} = -\frac{d}{2} \pm \sqrt{\frac{d^2}{4} - 12,25}$$

Keine Lösung, wenn der Term unter der Wurzel  $< 0$  ist:  $\frac{d^2}{4} < 12,25 \rightarrow d^2 < 49 \rightarrow |d| < 7$

$$\text{oder } L(d) = \{-7, -6, -5, \dots, +5, +6, +7\}$$

Eine Lösung, wenn der Term unter der Wurzel  $= 0$  ist:  $\frac{d^2}{4} = 12,25 \rightarrow d^2 = 49 \rightarrow |d| = 7$

$$\text{oder } L(d) = \{-7, +7\}$$

Zwei Lösungen, wenn der Term unter der Wurzel  $> 0$  ist:  $\frac{d^2}{4} > 12,25 \rightarrow d^2 > 49 \rightarrow |d| > 7$

$$\text{oder } L(d) = \{\dots - 10, -9, -8, \dots, +8, +9, +10\}$$

3.) 
$$\frac{2x+1}{x-4} - \frac{x-2}{x+4} = \frac{18x}{x^2-16} \quad D = \mathbb{R} \setminus \{+4; -4\}$$

$$\frac{2x+1}{x-4} - \frac{x-2}{x+4} = \frac{18x}{(x+4)(x-4)} \quad \| \cdot (x+4)(x-4)$$

$$(2x+1)(x+4) - (x-2)(x-4) = 18x$$

$$2x^2 + 8x + x + 4 - (x^2 - 4x - 2x + 8) = 18x$$

$$2x^2 + 9x + 4 - x^2 + 4x + 2x - 8 = 18x \quad \| T \quad \| - 18x$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x_{1/2} = +1,5 \pm \sqrt{2,25 + 4}$$

$$x_{1/2} = +1,5 \pm \sqrt{6,25}$$

$$x_{1/2} = +1,5 \pm 2,5$$

$$x_1 = +1,5 + 2,5 = 4$$

$$x_2 = +1,5 - 2,5 = -1$$

$$L_x = \{-1\}$$

$x = 4$  entfällt, da nicht in  $D$ .

4.) Die kürzere Rechteckseite sei  $x$ , dann ist die längere Rechteckseite  $(2x + 7)$

Ansatz:  $x \cdot (2x + 7) = 60$

$$2x^2 + 7x - 60 = 0 \quad \| : 2$$

$$x^2 + \frac{7}{2}x - 30 = 0$$

$$x_{1/2} = -\frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16} + 30}$$

$$x_{1/2} = -\frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{49}{16} + \frac{480}{16}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{7}{4} \pm \sqrt{\frac{529}{16}}$$

$$x_{1/2} = -\frac{7}{4} \pm \frac{23}{4}$$

$$x_1 = -\frac{7}{4} + \frac{23}{4} = \frac{16}{4} = 4$$

$$x_2 = -\frac{7}{4} - \frac{23}{4} = -\frac{30}{4} = -7\frac{1}{2} \rightarrow \text{Die negative Lösung entfällt } (\rightarrow \text{negative Länge!?)}$$

$$L_x = \{+4\}$$

Antwort: Die Länge des Rechtecks beträgt 15 cm, die Breite 4 cm.