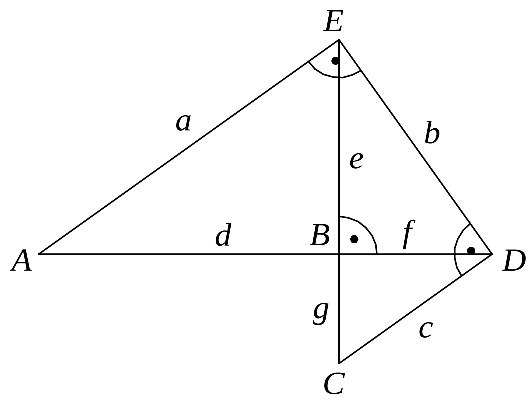
1. Für welche Parameter t hat die nachfolgende Gleichung mit Lösungsvariable x genau eine Lösung?
$$x^2 - tx + 3 + t = 0$$

2. Gib den Funktionsterm einer nach oben geöffnete Normalparabel mit Nullstellen bei 3 und 7 in der Form $f(x) = x^2 + bx + c$ an.

3. Gegeben ist die quadratische Funktion
$$f: \quad x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2\ , \quad D_f = [-1; 5]$$
mit ihrem Funktionsgrafen G_f.
   a) Bestimme den Scheitel von G_f durch Aufstellen der Scheitelform.
   b) Berechne die Nullstellen der Funktion exakt und auf eine Dezimale gerundet.
   c) Zeichne den Funktionsgrafen in ein Koordinatensystem mit Längeneinheit 1 cm.

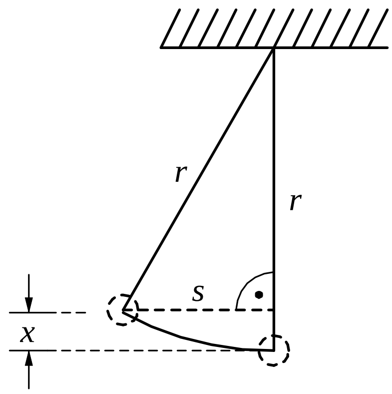
4. Diese Aufgabe bezieht sich auf rechts stehende Skizze. Übertrage die folgenden Gleichungen auf dein Blatt und ergänze die fehlenden Terme.
   a) $e^2 = b^2 - \underline{\quad\ldots\quad}$
   b) $\underline{\quad\ldots\quad} = (e + g) \cdot g$
   c) $f^2 = e \cdot \underline{\quad\ldots\quad}$
   d) $a \cdot \underline{\quad\ldots\quad} = (d + f) \cdot e$
   e) $d : a = \underline{\quad\ldots\quad} : b$



5. Ein Fadenpendel der Länge $r = 65\,\text{cm}$ wird soweit aus der Ruhelage ausgelenkt, dass die Projektion des Pendelkörpers auf die Waagerechte sich um $s = 16\,\text{cm}$ von der ursprünglichen Position entfernt. (Betrachtet wird stets der Schwerpunkt des kugelförmigen Pendelkörpers)

   Um welchen Betrag x wird der Pendelkörper dadurch angehoben?

   Rechne ohne Einheiten in cm!



Viel Erfolg!

1. Bedingung für eine Lösung ist $D = 0$:

$$\begin{aligned} x^2 - tx + 3 + t &= 0 \\ D &= (-t)^2 - 4 \cdot (3 + t) = t^2 - 12 - 4t \\ t^2 - 4t - 12 &= 0 \\ (t + 2)(t - 6) &= 0 \\ t_1 &= -2 \ , \quad t_2 = 6 \end{aligned}$$

   Für $t_1 = -2$ und $t_2 = 6$ hat die Gleichung genau eine Lösung.

2. Nach dem Satz von Vieta erhält man als Funktionsterm

$$\begin{aligned} f(x) &= (x - 3)(x - 7) \\ &= x^2 - 10x + 21 \end{aligned}$$

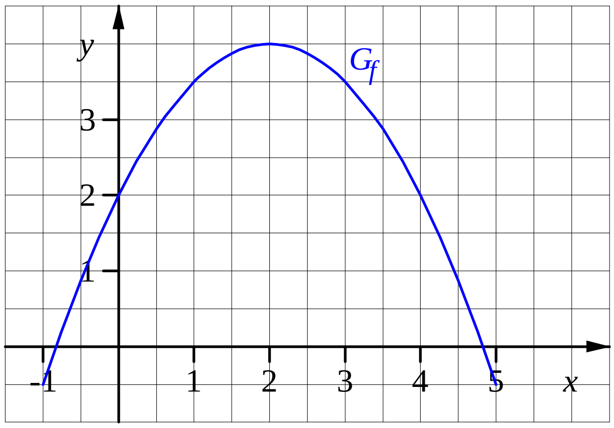
3. a) Scheitelform:

$$\begin{aligned} f(x) &= -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 = -\frac{1}{2}\left[x^2 - 4x - 4\right] \\ &= -\frac{1}{2}\left[x^2 - 2 \cdot 2 \cdot x + 2^2 - 4 - 4\right] = -\frac{1}{2}\left[(x - 2)^2 - 8\right] \\ &= -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 4 \\ &\Rightarrow \quad S(2|4) \end{aligned}$$

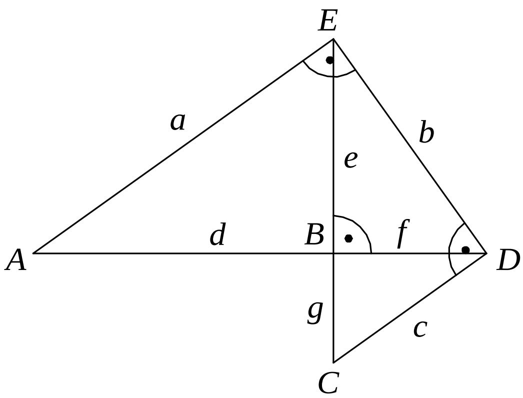
   b) Nullstellen:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 &= 0 \quad | \cdot (-2) \\ x^2 - 4x - 4 &= 0 \\ D &= (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 16 - (-16) = 32 \\ x_{1,2} &= \frac{1}{2}\left(4 \pm \sqrt{32}\right) = \frac{1}{2}\left(4 \pm 4\sqrt{2}\right) \\ x_1 &= 2 - 2\sqrt{2} \ , \qquad x_2 = 2 + 2\sqrt{2} \\ x_1 &\approx -0,8 \ , \qquad x_2 \approx 4,8 \end{aligned}$$

c)



4.



a) $e^2 = b^2 - f^2$ (Hypotenusensatz in ΔBDE)

b) $c^2 = (e+g) \cdot g$ (Kathetensatz in ΔCDE)

c) $f^2 = e \cdot g$ (Höhensatz in ΔCDE)

d) $a \cdot b = (d+f) \cdot e$ (Flächenbeziehung in ΔADE)

e) $d : a = e : b$ ($\Delta ABE \sim \Delta BDE$)

5. Nach dem Hypotenusensatz des Pythagoras:

$$\begin{aligned}
(65-x)^2+16^2 &= 65^2 \\
4225-130x+x^2+256 &= 4225 \\
x^2-130x+256 &= 0 \\
x_{1,2} &= \frac{1}{2}\left(130 \pm \sqrt{130^2-4\cdot 1\cdot 256}\right) \\
&= \frac{1}{2}\left(130 \pm \sqrt{16\,900-1024}\right) = \frac{1}{2}\left(130 \pm \sqrt{15\,876}\right) \\
&= \frac{1}{2}(130 \pm 126) = 65 \pm 63 \\
x &= 65-63 = 2 \ \text{(cm)}
\end{aligned}$$