M9b Klassenarbeit Nr.3, 07.04. mit Lösung

Aufgabe 1)
Gegeben ist ein Dreieck ABC durch A(0/0), B(3/4) und C(8/8).

a)
Zeichne das Dreieck in ein Koordinatensystem und berechne den Umfang des Dreiecks.

b)
Untersuche ob das Dreieck rechtwinklig ist.

Aufgabe 2
Eine Tür ist 82 cm breit und 1,97 m hoch.
Eine 2,10 m breite und 3,40 m lange Holzplatte soll durch die Tür getragen werden. Ist das möglich? Begründe durch Rechung. (Hilfe: Fertige eine Skizze an.)

Aufgabe 3) Zeichne das Dreieck mit A(-1/0), B(3/-1), C(2/2) und das Streckzentrum $S(1/1)$ in ein Koordinatensystem (1 LE = 2 cm).
Dieses Dreieck hat einen Umfang von 11 cm. Das gestreckte Dreieck soll einen Umfang von $\frac{22}{3}$ haben.

a)
Berechne den Streckfaktor k.

b)
Strecke das Dreieck mit diesem Streckfaktor.

c)
Bestimme den Flächeninhalt des ursprünglichen und des gestrecken Dreiecks. Zeichne die hierfür benötigten Größen ein und messe diese dann ab.

M9b Klassenarbeit Nr.3, 07.04. mit Lösung

Aufgabe 1)
Gegeben ist ein Dreieck ABC durch A(0/0), B(3/4) und C(8/8).

a)
Zeichne das Dreieck in ein Koordinatensystem und berechne den Umfang des Dreiecks.

Lösung:

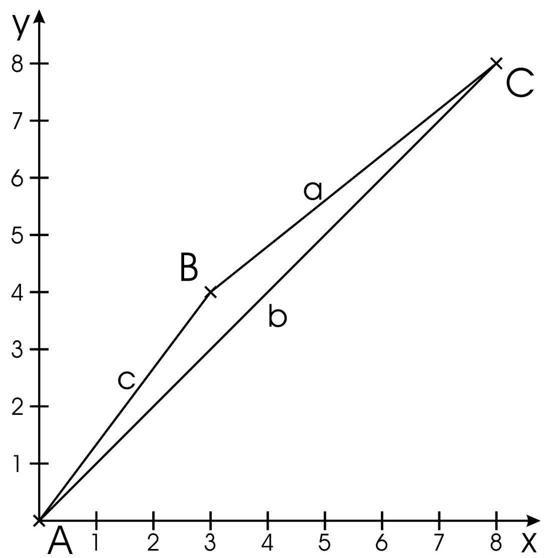

Abbildung 1: Aufgabe 1

Um den Umfang zu berechnen muss man jede einzelne Seite über Pythagoras berechnen:

$$\begin{aligned} a &= \overline{BC} = \sqrt{5^2 + 4^2} = \sqrt{41} = 6,4\,\text{cm} && (1)\\ b &= \overline{AC} = \sqrt{8^2 + 8^2} = \sqrt{128} = 11,3\,\text{cm} && (2)\\ c &= \overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5\,\text{cm} && (3)\\ & && (4) \end{aligned}$$

Der Umfang ist dann:

$$U = a + b + c = 22,7\,\text{cm} \qquad (5)$$

b)
Untersuche ob das Dreieck rechtwinklig ist.
Lösung:
Wir prüfen mit jede Ecke mit Pythagoras:

- Ecke A:

$$41 \neq 128 + 25$$

  $\Rightarrow$ Kein Rechter Winkel!

- Ecke B:

$$128 \neq 25 + 41$$

  $\Rightarrow$ Kein Rechter Winkel!

- Ecke C:

$$25 \neq 128 + 41$$

  $\Rightarrow$ Kein Rechter Winkel!

Aufgabe 2
Eine Tür ist 82 cm breit und 1,97 m hoch.
Eine 2,10 m breite und 3,40 m lange Holzplatte soll durch die Tür getragen werden. Ist das möglich? Begründe durch Rechung. (Hilfe: Fertige eine Skizze an.)

Lösung:

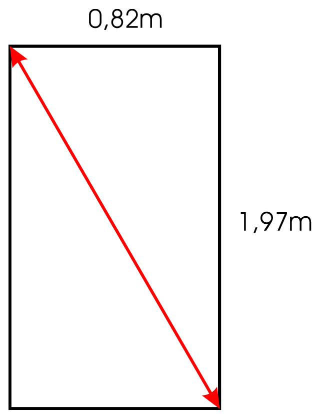

Abbildung 2: Türe

Man kann evtl die Holzplatte schräg stellen und durch die Diagonale der Türe tragen. Um das zu prüfen, muss man gucken, ob die Diagonale d der Türe kleiner ist als die breite $b = 2,10\,\mathrm{m}$ der Holzplatte.

$$\begin{aligned} d &= \sqrt{(0,82\,\mathrm{m})^2 + (1,97\,\mathrm{m})^2} && (6)\\ &= 2,13\,\mathrm{m} && (7)\\ \Rightarrow 2,10\,\mathrm{m} &< 2,13\,\mathrm{m} && (8) \end{aligned}$$

Das Holzbrett passt also durch die Türe.

Aufgabe 3) Zeichne das Dreieck mit A(-1/0), B(3/-1), C(2/2) und das Streckzentrum $S(1/1)$ in ein Koordinatensystem.
Dieses Dreieck hat einen Umfang von 11 cm. Das gestreckte Dreieck soll einen Umfang von $\frac{22}{3}$ haben.
Lösung:

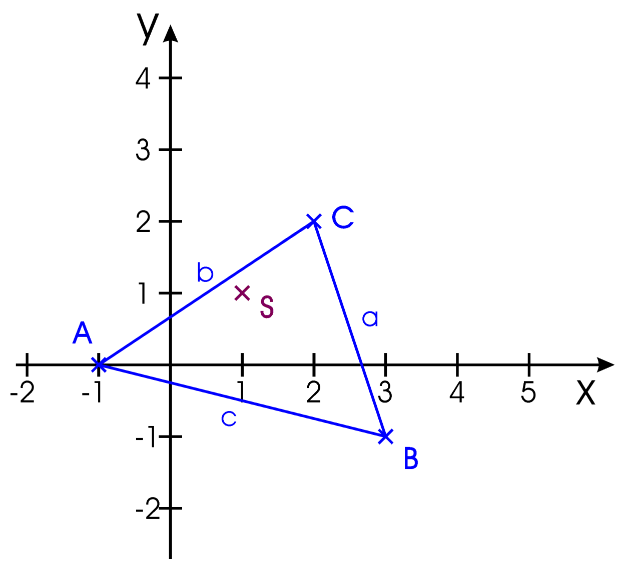

Abbildung 3: Ursprungsdreieck

a)
Berechne den Streckfaktor k.
Lösung:
Der Streckfaktor k ergibt sich aus dem Verhältnis der Umfänge:

$$k = \frac{22/3\,\text{cm}}{11\,\text{cm}} \quad (9)$$
$$= \frac{2}{3} \quad (10)$$

b)
Strecke das Dreieck mit diesem Streckfaktor.
Lösung:

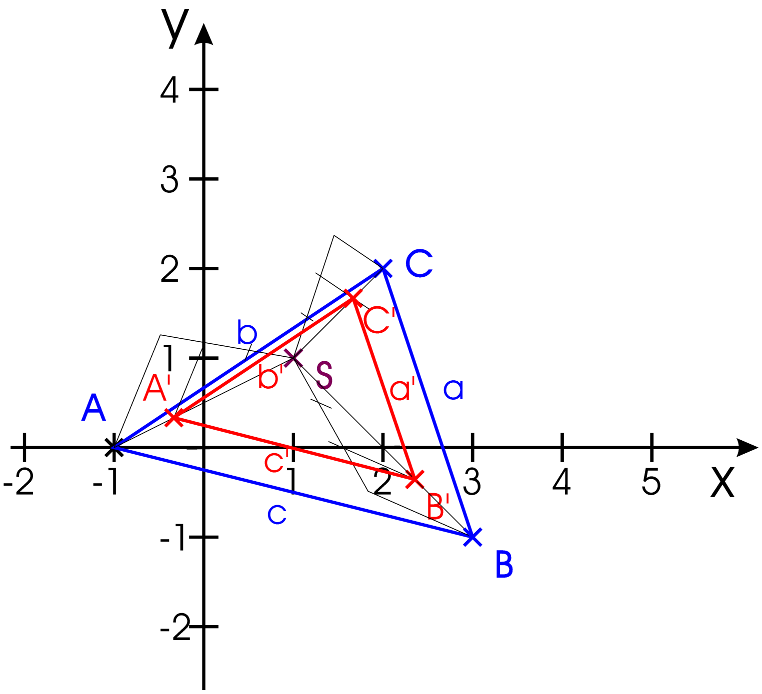

Abbildung 4: Ursprungsdreieck in blau; Gestrecktes Dreieck in rot; Mit Konstruktions-Hilfen

c)
Bestimme den Flächeninhalt des ursprünglichen und des gestrecken Dreiecks. Zeichne die hierfür benötigten Größen ein und messe diese dann ab.
Lösung:
Der Flächeninhalt eines Dreiecks berechnet sich mit der Grundseite g und der darauf senkrecht stehenden Höhe h_g nach:

$$A = \frac{g \cdot h_g}{2} \tag{11}$$

In unserem Fall sei die Grundseite mal c bzw. c'. Die Höhen sind in der folgenden Abbildung eingezeichnet.

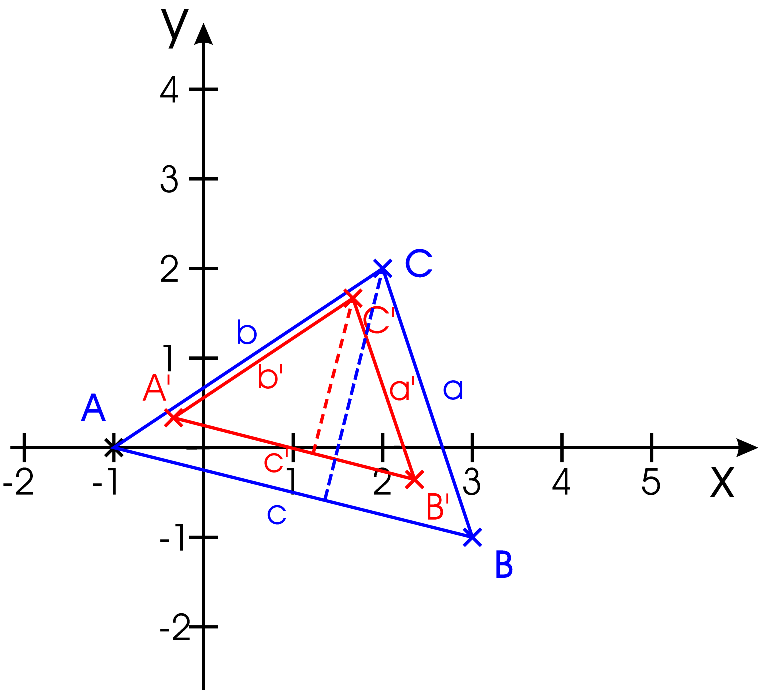

Abbildung 5: Ursprungsdreieck in blau; Gestrecktes Dreieck in rot; Höhen gestrichelt

Die Höhe von des Ursprungsdreiecks ist $h = 5,4\,\text{cm}$.
Die Höhe des gestreckten Dreiecks ist $h' = 3,6\,\text{cm}$, was sich nicht nur durch Ausmessen, sondern auch durch Multiplizieren mit dem Streckfaktor 2/3 ergibt.

Die Grundseite c des Ursprungsdreiecks beträgt $c = 8,2\,\text{cm}$. Messen oder Multiplizieren mit 2/3 gibt die Grundseite des gestreckten Dreiecks: $c' = 5,5\,\text{cm}$.

Der Flächeninhalt des Ursprungsdreiecks ist $A = 22,14\,\text{cm}^2$.
Der Flächeninhalt des gestreckten Dreiecks ist $A = 9,9\,\text{cm}^2$.

Lösung bei MH (c) 2005