Klasse 9 a/b/c 1. Schulaufgabe aus der Mathematik

Gruppe A

---

1. Vereinfache soweit wie möglich (Teilweises Radizieren, Nenner wurzelfrei).

   a) $\sqrt{27x} \cdot \sqrt{3x^2}$, $x \geq 0$

   b) $\dfrac{15}{\sqrt{5ab^2}}$, $a, b > 0$

   c) $\sqrt{2xy} : \sqrt{\dfrac{6x^3}{y}}$, $x, y > 0$

   d) $\left(2 - 5\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{2} + 6\right)$

   e) $\dfrac{1}{\sqrt{3} - 2}$

   f) $\sqrt{98x^{10}y^2}$, $x, y \in \mathbb{R}$ (!)

2. Wahr oder falsch? Beweise oder widerlege folgende Aussagen.

   a) $\sqrt{27 - 18\sqrt{2}} \;=\; 3 - 3\sqrt{2}$

   b) $\sqrt{96 - 32\sqrt{5}} \;=\; 4\sqrt{5} - 4$

3. Bestimme die Lösungsmenge aus der Grundmenge $\mathbb{R}$ (ohne Lösungsformel).

   a) $4x = x^2$

   b) $3x^2 + 6x = 105$

   c) $x^2 - 3x - 9 = 0$

Viel Erfolg!

Klasse 9 a/b/c 1. Schulaufgabe aus der Mathematik

– Musterlösung –

Gruppe A

---

1. a) $\sqrt{27x} \cdot \sqrt{3x^2} = \sqrt{27x \cdot 3x^2} = 9x\sqrt{x}$

b) $\dfrac{15}{\sqrt{5ab^2}} = \dfrac{15\sqrt{5ab^2}}{5ab^2} = \dfrac{3b\sqrt{5a}}{ab^2} = \dfrac{3\sqrt{5a}}{ab}$

c) $\sqrt{2xy} : \sqrt{\dfrac{6x^3}{y}} = \sqrt{2xy \cdot \dfrac{y}{6x^3}} = \sqrt{\dfrac{y^2}{3x^2}} = \dfrac{y}{x}\sqrt{\dfrac{1}{3}} = \dfrac{y}{3x}\sqrt{3}$

d) $\left(2 - 5\sqrt{2}\right)\left(3\sqrt{2} + 6\right) = 6\sqrt{2} + 12 - 30 - 30\sqrt{2} = -24\sqrt{2} - 18$

e) $\dfrac{1}{\sqrt{3} - 2} = \dfrac{\sqrt{3} + 2}{3 - 4} = -\sqrt{3} - 2$

f) $\sqrt{98x^{10}y^2} = 7\left|x^5\right||y|\sqrt{2}$

2. a) $\left.\begin{array}{l}\sqrt{27 - 18\sqrt{2}} \geq 0 \\ 3 - 3\sqrt{2} < 0\end{array}\right\} \quad \Rightarrow \quad \sqrt{27 - 18\sqrt{2}} \neq 3 - 3\sqrt{2} \quad \Rightarrow \quad$ Aussage falsch

b) L.S. ≥ 0 und $\quad (\text{L.S.})^2 = 96 - 32\sqrt{5}$

R.S. ≥ 0 und $\quad (\text{R.S.})^2 = \left(4\sqrt{5} - 4\right)^2 = 80 - 32\sqrt{5} + 16 = 96 - 32\sqrt{5} = (\text{L.S.})^2$

$\Rightarrow \quad \sqrt{96 - 32\sqrt{5}} \;=\; 4\sqrt{5} - 4$

3. a)
$$\begin{aligned} 4x &= x^2 \\ x^2 - 4x &= 0 \\ x\,(x-4) &= 0 \\ x_1 &= 0, \quad x_2 = 4, \qquad L = \{0;\ 4\} \end{aligned}$$

b)
$$\begin{aligned} 3x^2 + 6x &= 105 \\ 3x^2 + 6x - 105 &= 0 \\ x^2 + 2x - 35 &= 0 \\ (x+7)\,(x-5) &= 0 \\ x_1 &= -7, \quad x_2 = 5, \qquad L = \{-7;\ 5\} \end{aligned}$$

c)
$$\begin{aligned} x^2 - 3x - 9 &= 0 \\ x^2 - 2 \cdot \frac{3}{2}x + \left(\frac{3}{2}\right)^2 - \frac{9}{4} - 9 &= 0 \\ \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 &= \frac{45}{4} \\ \left(x_{1,2} - \frac{3}{2}\right) &= \pm\sqrt{\frac{45}{4}} \\ x_{1,2} &= \frac{3}{2} \pm \frac{3}{2}\sqrt{5} \qquad L = \left\{\frac{3}{2} - \frac{3}{2}\sqrt{5};\quad \frac{3}{2} + \frac{3}{2}\sqrt{5}\right\} \end{aligned}$$