Mathematik Klassenarbeit Nr. 1

Name: ___________________________________ **Klasse 10a**

Punkte: ____ **/ 22** **Note:** ________ **erste mündliche Note:** ____

Aufgabe 1: (3 Punkte)
Löse die Gleichung.

$$4(x+1)^2 = 32 + 6(x-2)(x+2) - 2x(3x-1)$$

Aufgabe 2: (3 Punkte)
Löse das Gleichungssystem. Gib die Lösungsmenge an.

(1) $5(y-1) - 3(x-7) = 1$

(2) $\frac{2}{3}y + \frac{20+x}{3} = 1$

Aufgabe 3: (3 Punkte)
Gib die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung an.

$$\frac{4(2x^2-4x-1)}{3x^2-12} = \frac{x+1}{x+2} - \frac{2x-3}{3x-6}$$

Aufgabe 4: (3 Punkte)
Eine nach unten geöffnete Parabel p_1 hat die Gleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.
Eine nach oben geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2(5|-6)$.

Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Parabeln.

Aufgabe 5: (5,5 Punkte)
Eine nach oben geöffnete Normalparabel und eine Gerade g haben die Punkte A(0|5) und B(-5,5|2,25) gemeinsam.

Berechne die Gleichung der zu g parallelen Geraden, die durch den Scheitelpunkt der Parabel verläuft.

Aufgabe 6: (4,5 Punkte)
Eine nach oben geöffnete Normalparabel hat den Scheitelpunkt S(4|-9).
Die Schnittpunkte der Parabel mit der x-Achse werden mit N_1 und N_2 bezeichnet.
N_1 und N_2 bilden mit einem Punkt P der Parabel ein Dreieck.

Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks für $P(1,5|y_P)$.

P bewegt sich jetzt auf der Parabel unterhalb der x-Achse.

Wie groß kann der Flächeninhalt des Dreiecks N_1N_2P höchstens werden?

Mathematik Klassenarbeit Nr. 1

Name: ________________________________ **Klasse 10a**

Punkte: ____ **/ 22** **Note:** ________ **erste mündliche Note:** ____

Aufgabe 1: (3 Punkte)
Löse die Gleichung.

$$4(x+1)^2 = 32 + 6(x-2)(x+2) - 2x(3x-1)$$

$4(x^2+2x+1) = 32 + 6(x^2-4) - 2x(3x-1)$
$4x^2+8x+4 = 32+6x^2-24-6x^2+2x$
$4x^2+8x+4 = 8+2x$
$4x^2+6x-4 = 0$
$x^2+1{,}5x+1 = 0$
Lösungsformel: $x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{(\frac{p}{2})^2 - q}$
$x_{1,2} = -\frac{1{,}5}{2} \pm \sqrt{(\frac{1{,}5}{2})^2 + 1} = -0{,}75 \pm 1{,}25$
$x_1 = 0{,}5; x_2 = -2$ → **L={-2;0,5}**

Aufgabe 2: (3 Punkte)
Löse das Gleichungssystem. Gib die Lösungsmenge an.

(3) $5(y-1) - 3(x-7) = 1$ → (1´) 5y-3x =-15
(4) $\frac{2}{3}y + \frac{20+x}{3} = 1$ → (2`) 2x+ x =-17

(2`) multipliziert mit 3: 6y+3x=-51
(1`)+(2´´): 11y =-66 → y=-6
y in (1`) eingesetzt: -30-3x=-15 → x=-5
L={(-5|-6)}

Aufgabe 3: (3 Punkte)
Gib die Definitionsmenge und die Lösungsmenge der Gleichung an.

$$\frac{4(2x^2-4x-1)}{3x^2-12} = \frac{x+1}{x+2} - \frac{2x-3}{3x-6}$$

D = R \{-2;2}; Hauptnenner: 3(x-2)(x+2)
Nach der Multiplikation mit dem Hauptnenner:
$4(2x^2-4x-1) = (x+1)\cdot 3(x-2) - (2x-3)\cdot(x+2)$
Nach Beseitigung der Klammern und zusammenfassen:
$8x^2-16x-4 = x^2-4x$
Umstellung in Normalform:
$0 = 7x^2-12x-4 \leftrightarrow 0 = x^2 - 1\frac{5}{7}x - \frac{4}{7}$
Einsetzen in die Lösungsformel:
$x_{1,2} = -\frac{-1\frac{5}{7}}{2} \pm \sqrt{(\frac{-1\frac{5}{7}}{2})^2 + \frac{4}{7}} = \frac{6}{7} \pm 1\frac{1}{7}$
$x_1 = 2;\ x_2 = -\frac{2}{7} \rightarrow \boldsymbol{L = \{-\frac{2}{7}\}}$

Aufgabe 4: (3 Punkte)
Eine nach unten geöffnete Parabel p_1 hat die Gleichung $y = -\frac{1}{4}x^2 + 4$.
Eine nach oben geöffnete Normalparabel p_2 hat den Scheitelpunkt $S_2(5|-6)$.
Berechne die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Parabeln.

p_2: $y=(x-5)^2-6 \rightarrow y=x^2-10x+19$
p_1 und p_2 gleichsetzen:
$-\frac{1}{4}x^2 + 4 = x^2 - 10x + 19$
$0 = 1\frac{1}{4}x^2 - 10x + 15 \leftrightarrow 0 = x^2 - 8x + 12$
Einsetzen in die Lösungsformel:
$x_{1,2} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{(\frac{-8}{2})^2 - 12} = 4 \pm 2$
$x_1 = 6;\ x_2 = 2$
Jeweils in die angegebenen Gleichungen einsetzen ergibt y=-5 und y=3.

L={(6|-5);(2|3)}

Aufgabe 5: (5,5 Punkte)
Eine nach oben geöffnete Normalparabel und eine Gerade g haben die Punkte A(0|5) und B(-5,5|2,25) gemeinsam.
Berechne die Gleichung der zu g parallelen Geraden, die durch den Scheitelpunkt der Parabel verläuft.

Bestimmung der Parabelfunktion mithilfe eines Gleichungssystems:

(1) $5 = 0^2 + 0p + q \rightarrow q = 5$
(2) $2{,}25 = (-5{,}5)^2 - 5{,}5p + q \rightarrow p = -6$

Normalform: $y = x^2 - 6x + 5$
Scheitelform durch quadratische Ergänzung:
$y = x^2 - 6x + 9 - 9 + 5 \rightarrow y = (x-3)^2 - 4$
Scheitelpunkt: S(3|-4)

Bestimmung der Geradenfunktion mithilfe der Steigung:
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2{,}25 - 5}{-5{,}5 - 0} = \frac{-2{,}75}{-5{,}5} = 0{,}5 \rightarrow y = 0{,}5x + b$
$5 = 0{,}5 \cdot 0 + b \rightarrow b = 5 \rightarrow y = 0{,}5x + 5$
Einsetzen des Parabelscheitelpunkts:
$-4 = 0{,}5 \cdot 3 + b \rightarrow b = -5{,}5$
Gleichung der parallelen Gerade: $y = 0{,}5x - 5{,}5$

Aufgabe 6: (4,5 Punkte)
Eine nach oben geöffnete Normalparabel hat den Scheitelpunkt S(4|-9).
Die Schnittpunkte der Parabel mit der x-Achse werden mit N_1 und N_2 bezeichnet.
N_1 und N_2 bilden mit einem Punkt P der Parabel ein Dreieck.
Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks für $P(1{,}5|y_P)$.

Scheitelform: $y = (x - 4)^2 - 9$
Nullstellenberechnung der Parabel:
$0 = x^2 - 8x + 7$

$$x_{1,2} = -\frac{-8}{2} \pm \sqrt{(\frac{-8}{2})^2 - 7} = 4 \pm 3$$

$x_1 = 7;\ x_2 = 1 \rightarrow N_1 = (0|7);\ N_2 = (0|1)$
Punkt P Berechnung durch einsetzen der x-Koordinate:
$y = 1{,}5^2 - 8 \cdot 1{,}5 + 7 \rightarrow y = -2{,}75 \rightarrow P(1{,}5| - 2{,}75)$
Flächeninhaltsberechnung mit

- Abstand der beiden Nullstellen als Basis des Dreiecks: 7-1=6
- Höhe des Dreiecks mit Abstand zwischen P und der x-Achse: 2,75

$$A = \frac{6 \cdot 2{,}75}{2} = 8{,}25\,[cm^2]$$

P bewegt sich jetzt auf der Parabel unterhalb der x-Achse.
Wie groß kann der Flächeninhalt des Dreiecks N_1N_2P höchstens werden?

Punkt P kann den maximalen Abstand des Scheitelpunktes haben, also P=S:
Flächeninhaltsberechnung mit

- Höhe des Dreiecks mit Abstand zwischen S und der x-Achse: 9

$$A = \frac{6 \cdot 9}{2} = 27\,[cm^2]$$