

1. Berechne im Dreieck ABC ( $\gamma = 90^\circ$ ) die fehlende Kathete bzw. Hypotenuse.

- a)  $a = 8 \text{ cm}$ ,  $b = 6 \text{ cm}$       b)  $a = 12 \text{ cm}$ ,  $b = 9 \text{ cm}$       c)  $a = 12 \text{ cm}$ ,  $c = 13 \text{ cm}$   
 d)  $a = 5,6 \text{ cm}$ ,  $c = 6,5 \text{ cm}$     e)  $b = 2,1 \text{ cm}$ ,  $c = 2,9 \text{ cm}$     f)  $b = 3 \text{ cm}$ ,  $c = 3,4 \text{ cm}$

2. Berechne im Dreieck ABC ( $\gamma = 90^\circ$ ) die fehlende Kathete bzw. Hypotenuse.

- a)  $a = 3,4 \text{ cm}$ ,  $b = 5,1 \text{ cm}$     b)  $a = 5,8 \text{ cm}$ ,  $b = 3,6 \text{ cm}$     c)  $a = 12,4 \text{ cm}$ ,  $c = 16,8 \text{ cm}$   
 d)  $a = 6,6 \text{ cm}$ ,  $c = 9,3 \text{ cm}$     e)  $b = 4,1 \text{ cm}$ ,  $c = 7,8 \text{ cm}$     f)  $b = 3,9 \text{ cm}$ ,  $c = 5,5 \text{ cm}$

3. Überprüfe, ob das Dreieck rechtwinklig, stumpfwinklig oder spitzwinklig ist.

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
1. Seite	9 cm	8,2 cm	16 cm	25 cm	14 cm	5,5 cm	56 cm
2. Seite	40 cm	7,1 cm	30 cm	24 cm	17 cm	3,6 cm	65 cm
3. Seite	41 cm	11,4 cm	34 cm	7 cm	21 cm	4,5 cm	33 cm

4. Zahlen, die die Gleichung  $a^2 + b^2 = c^2$  erfüllen, werden pythagoreische Zahlen genannt (Beispiel: 3 - 4 - 5; 6 - 8 - 10; 5 - 12 - 13).

Bei welchen aufgeführten Zahlen handelt es sich um pythagoreische Zahlen?

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
a	8	9	16	25	33	42	20	7
b	12	40	30	7	56	82	21	24
c	14	41	34	29	65	90	29	25

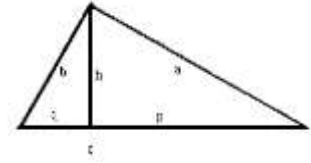
5. Berechne den Abstand, den die Punkte A und B voneinander haben. Dabei haben A und B folgende Koordinaten:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
A	$(1/2)$	$(3/7)$	$(4/4)$	$(-1/-4)$	$(3/6)$	$(7/6)$	$(2/3)$	$(0/0)$
B	$(5/5)$	$(5/8)$	$(1/8)$	$(-5/-9)$	$(-2/5)$	$(-3/-5)$	$(-1/5)$	$(-4/3)$

6. In einem Dreieck sind die Katheten 12 cm und 16 cm lang. Wie lang ist die Hypotenuse?

7. Bei einem Geodreieck ist die Hypotenuse 16 cm lang. Wie lang sind die beiden Katheten?

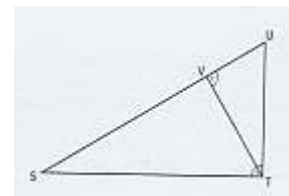
- Berechne mit Hilfe der Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck die gesuchten Größen:
  - Gegeben:  $a = 6 \text{ cm}$ ;  $b = 8 \text{ cm}$ ; gesucht:  $c, h_c$
  - Gegeben:  $a = 5 \text{ cm}$ ;  $p = 4 \text{ cm}$ ; gesucht:  $b, c, q, h_c$



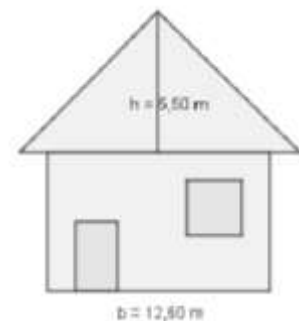
- Ein Junge hält einen Drachen an einer 75 m langen Schnur ganz straff. Sein Freund steht 40 m von ihm entfernt und sieht den Drachen genau über sich. Berechne die Höhe des Drachens.
- Ein Haus ist 12,40 m breit, die Höhe des Giebels beträgt 4,10 m. Berechne die Länge der Dachsparren, wenn diese 80 cm überstehen sollen.
- Ein Brückenpfeiler, der 25 Meter hoch ist, soll in einer Entfernung von 15 Metern mit einem Stahlseil im Boden verankert werden. Wie lang ist das Stahlseil?
- Ein Mann steht in 65 m Abstand von einem Turm. Der Turm ist 45 m hoch. Wie weit ist die Turmspitze vom Mann entfernt?
- Eine A-förmige Doppelleiter ist links und rechts jeweils 3,40 m lang. Wie hoch reicht sie, wenn eine 1 m lange Kette die Mittelpunkte der beiden Leitern verbindet?

8a. Formuliere den Satz von Pythagoras

- Formuliere für das Dreieck STU unter Verwendung der angegebenen Punktenamen den Satz von Pythagoras bzw. den Höhensatz

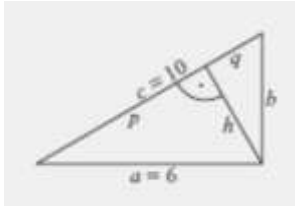


- Herr Baumann möchte sein Dach erneuern. Die Hausbreite liegt bei 12,60 m, die Höhe des Daches bei 5,50 m. Der Überstand links und rechts beträgt 0,80 m. Wie lang müssen die Dachsparren sein?

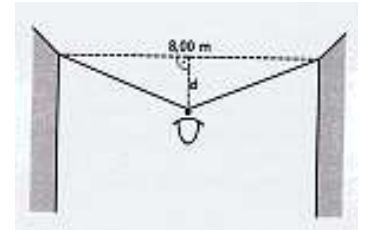


- Ein Rechteck ist 19,2 cm lang. Die Diagonale hat eine Länge von 24 cm. Wie breit ist das Rechteck? Fertige eine Skizze dazu an.

- In einem Dreieck ist die Hypotenuse 8,5 cm und eine Kathete 7,5 cm lang. Berechne die Länge der anderen Kathete.
- Berechne die fehlenden Längenmaßzahlen des abgebildeten Dreiecks.

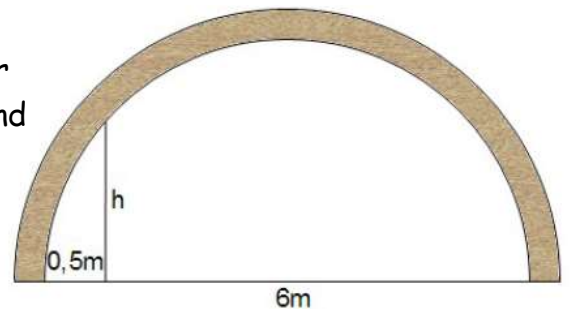


- Eine Straßenlaterne hängt in der Mitte eines zwischen zwei Hauswänden gespannten Seils. Die Aufhängepunkte sind auf gleicher Höhe und 8,00 m voneinander entfernt.
  - Wie groß ist der Durchhang  $d$  bei einer Seillänge von 9,00 m?

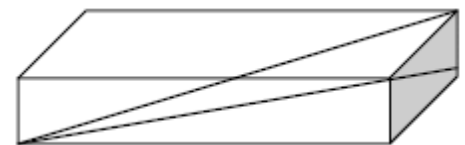


- Wie lang darf das Seil höchstens sein, wenn der Durchhang maximal 0,50 m betragen soll?

- Ein Tunnel hat einen Durchmesser von 6 m. Überprüfe durch Rechnung, ob ein Mensch der Größe 1,80 m im Abstand 50 cm vom Tunnelrand entfernt aufrecht stehen kann.



- Ein Quader hat die Maße:  
Länge = 12 cm, Breite = 7,5 cm, Höhe = 4,5 cm.  
Berechne die Flächendiagonale  $d$  der Grundfläche und die Raumdiagonale  $r$ .

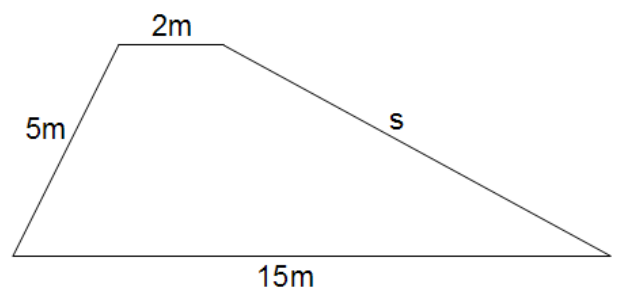


- Die Füße einer Stehleiter sind 1,40 m voneinander entfernt. Wie lang müssen die beiden Leiterteile sein, damit die Leiter bis zu einer Höhe von 2,80 m reicht?
- Eine 4,50 m hohe Leiter wird an eine Wand gestellt. Wie hoch reicht die Leiter, wenn sie unten 1,60 m von der Wand entfernt ist?
- Ein Gartentor besteht aus 26 senkrechten Latten, die durch ein diagonal genageltes Brett verstärkt werden. Wie lang muss dieses Brett mindestens sein, wenn das Tor 2,45 m breit und 1,46 m hoch sein soll?

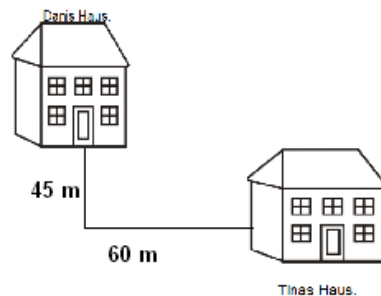
1. Die in der Tabelle angegebenen Längenmaßzahlen gehören zu rechtwinkligen Dreiecken. Der rechte Winkel ist in der letzten Spalte der Tabelle angegeben. Wie üblich soll dabei Winkel  $\alpha$  der Seite  $a$ , Winkel  $\beta$  der Seite  $b$  und Winkel  $\gamma$  der Seite  $c$  gegenüberliegen. Es sei jeweils  $h$  die Höhe auf der Hypotenuse, und  $p$  und  $q$  seien die zugehörigen Hypotenusen-Abschnitte. Bezeichne die Planfiguren, berechne die fehlenden Werte und trage sie in die Tabelle ein.

	a	b	c	p	q	h	$90^\circ$
a)		8	17				$\gamma$
b)	25	7					$\alpha$
c)		8		2			$\beta$

2. Ein 4 m hoher Deich hat folgende weitere Abmessungen:  
 Deichsohle: 15 m  
 Deichkrone: 2 m  
 Böschung auf der Landseite: 5 m  
 Böschung auf der Seeseite:  $s$   
 Berechne die Länge der Böschung  $s$  auf der Seeseite.

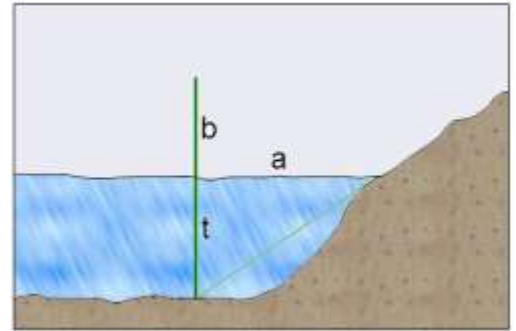


3. In einem rechtwinkligen Dreieck kennst du die Kathete  $b=4\text{cm}$  und die Hypotenuse  $c = 6\text{ cm}$ . Wie lange ist  $a$ ?
4. Dani und Tina stehen vor Danis Haus. Tina behauptet, ihr Haus sei nur einen Steinwurf entfernt. Was denkst du?



5. Eine Tür ist 82 cm breit und 1,97 m hoch. Eine 2,10 m breite und 3,20 m lange Holzplatte soll durch die Tür getragen werden. Ist das möglich? Begründe durch Rechnung.
6. An einer Wand steht eine 8 m lange Leiter, und zwar so, dass ihr unteres Ende genau 1 m von der Wand entfernt ist. Um wie viel cm sinkt die Spitze der Leiter an der Wand, wenn man sie unten 20 cm weiter wegzieht?  
 Fertige eine Skizze an und rechne:

1. In einem Teich wächst im Abstand  $a = 3$  m vom Ufer eine Pflanze genau senkrecht in die Höhe. Sie ragt um die Strecke  $b = 1$  m aus dem Wasser heraus. Biegt man die Pflanze zum Ufer hin um (wobei sie ihre gerade Form behält), so befindet sich die Spitze der Pflanze genau auf Wasserhöhe. Berechne, wie tief das Wasser an der Stelle ist, an der die Pflanze wächst.



2. Ein Rechteck ABCD ist 14 cm lang und 9,5 cm breit. Berechne die Länge der beiden Diagonalen!
3. Vor einem Haus befindet sich eine Rabatte mit herrlichen Blumen. Diese Rabatte ist 1,5 m breit. Wie lange muss eine Leiter sein, wenn du ein Loch auf 4,2 m Höhe ausbessern willst, ohne die Leiter in die Rabatte zu stellen?
4. Frank muss auf seinem Schulweg durch einen Park, dessen Wege rechtwinklig und parallel angelegt sind. Frank müsste eigentlich 108 Meter nach Süden und danach 45 Meter nach Osten gehen, bis er von seiner Wohnung zur Schule kommt. Frank behauptet, dass er 36 Meter spart, wenn er quer durch den Park läuft. Überprüfe die Behauptung zeichnerisch mittels einer Skizze und rechnerisch!
5. Die Firma Meier muss an einer Dachrinne eine Reparatur durchführen. Die Dachrinne befindet sich in einer Höhe von 3,20 m, die Leiter ist 4,50 m lang. Wie weit ist die Leiter am Boden vom Haus entfernt, wenn sie noch 30 cm über die Dachrinne überstehen soll?
6. Der Satz des Pythagoras ist allen in seiner kurzen Form  $a^2 + b^2 = c^2$  bekannt. Bleibt die Frage, was das bedeutet. Fülle die Lücken im folgenden Text zur Erklärung.

In einem \_\_\_\_\_ Dreieck seien die drei Seiten wie folgt benannt:

Die Hypotenuse (das ist die Seite, die \_\_\_\_\_ )  
heiße \_\_\_\_.

Die beiden Katheten (das sind die Seiten, die \_\_\_\_\_ )  
heißen \_\_\_\_ und \_\_\_\_.

Dann gilt der Satz des Pythagoras, nämlich  $a^2 + b^2 = c^2$ . Zusammengefasst bedeutet das:

In einem \_\_\_\_\_ Dreieck gilt:

---



---

## Der Satz des Pythagoras - Lösungen 1

1 Berechne im Dreieck ABC ( $\gamma = 90^\circ$ ) die fehlende Kathete bzw. Hypotenuse.

•  $a^2 + b^2 = c^2 \Rightarrow \quad c = \sqrt{a^2 + b^2} \quad b = \sqrt{c^2 - a^2} \quad a = \sqrt{c^2 - b^2}$

a)  $a = 8 \text{ cm}, b = 6 \text{ cm}$

$c = 10 \text{ cm}$

b)  $a = 12 \text{ cm}, b = 9 \text{ cm}$

$c = 15 \text{ cm}$

c)  $a = 12 \text{ cm}, c = 13 \text{ cm}$

$b = 5 \text{ cm}$

d)  $a = 5,6 \text{ cm}, c = 6,5 \text{ cm}$

$b = 3,3 \text{ cm}$

e)  $b = 2,1 \text{ cm}, c = 2,9 \text{ cm}$

$a = 2 \text{ cm}$

f)  $b = 3 \text{ cm}, c = 3,4 \text{ cm}$

$a = 1,6 \text{ cm}$

2 Berechne im Dreieck ABC ( $\gamma = 90^\circ$ ) die fehlende Kathete bzw. Hypotenuse.

a)  $a = 3,4 \text{ cm}, b = 5,1 \text{ cm}$

$c = 6,13 \text{ cm}$

b)  $a = 5,8 \text{ cm}, b = 3,6 \text{ cm}$

$c = 6,83 \text{ cm}$

c)  $a = 12,4 \text{ cm}, c = 16,8 \text{ cm}$

$b = 11,33 \text{ cm}$

d)  $a = 6,6 \text{ cm}, c = 9,3 \text{ cm}$

$b = 6,55 \text{ cm}$

e)  $b = 4,1 \text{ cm}, c = 7,8 \text{ cm}$

$a = 6,64 \text{ cm}$

f)  $b = 3,9 \text{ cm}, c = 5,5 \text{ cm}$

$a = 3,88 \text{ cm}$

Überprüfe, ob das Dreieck rechtwinklig, stumpfwinklig oder spitzwinklig ist.

3	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)
1. Seite	9 cm	8,2 cm	16 cm	25 cm	14 cm	5,5 cm	56 cm
2. Seite	40 cm	7,1 cm	30 cm	24 cm	17 cm	3,6 cm	65 cm
3. Seite	41 cm	11,4 cm	34 cm	7 cm	21 cm	4,5 cm	33 cm
	rw	st	rw	rw	sp	sp	rw

Zahlen, die die Gleichung  $a^2 + b^2 = c^2$  erfüllen, werden pythagoreische Zahlen genannt (Beispiel: 3 - 4 - 5; 6 - 8 - 10; 5 - 12 - 13).

4 Bei welchen aufgeführten Zahlen handelt es sich um pythagoreische Zahlen?

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
a	8	9	16	25	33	42	20	7
b	12	40	30	7	56	82	21	24
c	14	41	34	29	65	90	29	25
	nein	ja	ja	nein	ja	nein	ja	ja

5 Berechne den Abstand, den die Punkte A und B voneinander haben. Dabei haben A und B folgende Koordinaten:

	a)	b)	c)	d)	e)	f)	g)	h)
A	(1/2)	(3/7)	(4/4)	(-1/-4)	(3/6)	(7/6)	(2/3)	(0/0)
B	(5/5)	(5/8)	(1/8)	(-5/-9)	(-2/5)	(-3/-5)	(-1/5)	(-4/3)
	5 cm	2,2 cm	5 cm	6,4 cm	5,1 cm	14,9 cm	3,6 cm	5 cm

6. In einem Dreieck sind die Katheten 12 cm und 16 cm lang. Wie lang ist die Hypotenuse?

$a^2 + b^2 = c^2$

$c^2 = (16 \text{ cm})^2 + (12 \text{ cm})^2$

$c^2 = 400 \text{ cm}^2$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c^2 = 256 \text{ cm}^2 + 144 \text{ cm}^2$

$c = 20 \text{ cm}$

7. Bei einem Geodreieck ist die Hypotenuse 16 cm lang. Wie lang sind die beiden Katheten? Es handelt sich hier also um ein gleichschenkeliges Dreieck.

$$c^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 \Rightarrow a = \frac{c}{\sqrt{2}}$$

$$a = \frac{16}{\sqrt{2}} = 11,31 \quad \text{Die Katheten des Geodreiecks sind jeweils 11,31 cm lang.}$$

### Der Satz des Pythagoras – Lösungen 2

1. Berechne mit Hilfe der Flächensätze am rechtwinkligen Dreieck die gesuchten Größen:

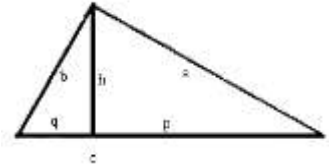
a) Gegeben:  $a = 6 \text{ cm}$ ;  $b = 8 \text{ cm}$ ; gesucht:  $c, h_c$

$$c = \sqrt{36 + 64} = 10 \text{ cm}$$

$$a^2 = p \cdot c \text{ und } b^2 = q \cdot c \Rightarrow h_c = \sqrt{b^2 - q^2};$$

$$64 = q \cdot 10; \quad q = 6,4 \text{ cm}$$

$$h_c = \sqrt{64 - 40,96}; \quad h_c = \sqrt{23,04}; \quad h_c = 4,8 \text{ cm}$$



b) Gegeben:  $a = 5 \text{ cm}$ ;  $p = 4 \text{ cm}$ ; gesucht:  $b, c, q, h_c$

$$a^2 = p^2 + h_c^2 \quad \Rightarrow h_c^2 = a^2 - p^2; \quad h_c = \sqrt{a^2 - p^2}$$

$$h_c = \sqrt{25 - 16}; \quad h_c = \sqrt{9}; \quad h_c = 3 \text{ cm}$$

aus  $c = p + q$  und  $b^2 = q^2 + h_c^2$  folgt:

$$(p + q)^2 = a^2 + (q^2 + h_c^2)$$

$$(4 + q)^2 = 25 + q^2 + 9$$

$$q^2 + 8q + 16 = q^2 + 34$$

$$8q + 16 = 34$$

$$8q = 18$$

$$q = 2,25 \text{ cm}$$

$$c = p + q; \quad c = 4 \text{ cm} + 2,25 \text{ cm}; \quad c = 6,25 \text{ cm}$$

$$b^2 = q^2 + h_c^2; \quad b^2 = 5,0625 + 9; \quad b^2 = 14,0625; \quad b = 3,75 \text{ cm}$$

3. Ein Junge hält einen Drachen an einer 75 m langen Schnur ganz straff. Sein Freund steht 40 m von ihm entfernt und sieht den Drachen genau über sich. Berechne die Höhe des Drachens.

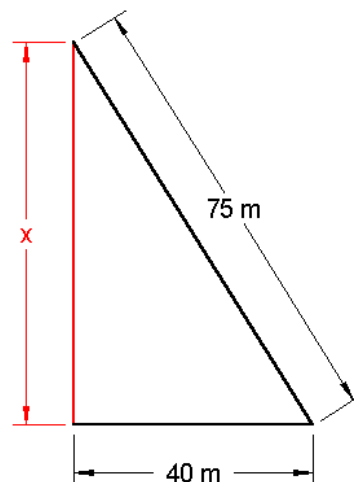
$$x^2 = 75^2 - 40^2$$

$$x^2 = 5625 - 1600$$

$$x^2 = 4025$$

$$x = \sqrt{4025}$$

$$x = 63,45 \text{ [m]}$$



4. Ein Haus ist 12,40 m breit, die Höhe des Giebels beträgt 4,10 m. Berechne die Länge der Dachsparren, wenn diese 80 cm überstehen sollen.

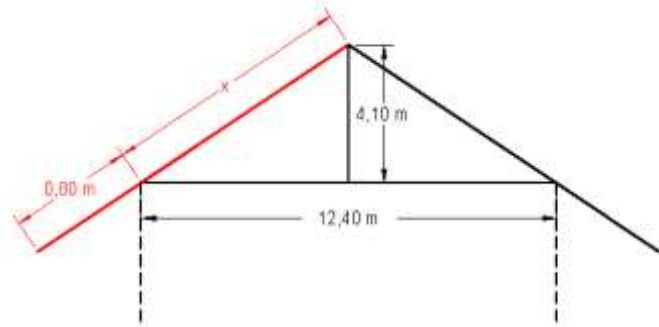
$$x^2 = 6,2^2 + 4,1^2$$

$$x^2 = 38,44 + 16,81$$

$$x^2 = 55,25$$

$$x = \sqrt{55,25}$$

$$x = 7,43 \text{ [m]}$$



Die Dachsparren sind wegen des Überstandes 7,43 m + 0,8 m = 8,23 m lang.

5. Ein Brückenfeiler, der 25 Meter hoch ist, soll in einer Entfernung von 15 Metern mit einem Stahlseil im Boden verankert werden. Wie lang ist das Stahlseil?

Gegeben: Höhe des Brückenfeilers:  $a = 25 \text{ m}$

Entfernung:  $b = 15 \text{ m}$

Gesucht: Länge des Seils:  $c$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 25^2 + 15^2 = 625 + 225 = 850 \text{ m}^2$$

$$c = \sqrt{850} = 29,15 \text{ Meter}$$

Das Stahlseil hat eine Länge von 29,15 m.

6. Ein Mann steht in 65 m Abstand von einem Turm. Der Turm ist 45 m hoch. Wie weit ist die Turmspitze vom Mann entfernt?

Gegeben: Höhe des Turms:  $a = 45 \text{ m}$

Abstand vom Turm:  $b = 15 \text{ m}$

Gesucht: Abstand der Turmspitze:  $c$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 65^2 + 45^2 \quad c^2 = 4225 + 2025 = 6250$$

$$c = \sqrt{6250} = 79,057 \text{ m}$$

Die Turmspitze ist 79,06 m von dem Mann entfernt.

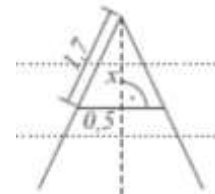
7. Eine A-förmige Doppelleiter ist links und rechts jeweils 3,40 m lang.

Wie hoch reicht sie, wenn eine 1 m lange Kette die Mittelpunkte der beiden Leitern verbindet?

$$x^2 = 1,7^2 - 0,5^2 = 2,89 - 0,25 = 2,64 \rightarrow x = 1,625$$

aus Kongruenzüberlegungen folgt  $h = 2x$

also reicht die Leiter 3,25 m hoch



- 8a. Formuliere den Satz von Pythagoras

In jedem rechtwinkligen Dreieck hat das Quadrat über der Hypotenuse denselben Flächeninhalt wie die beiden Quadrate über den Katheten zusammen.

- b. Formuliere für das Dreieck STU unter Verwendung

der angegebenen Punktenamen den Satz von Pythagoras bzw. den Höhensatz

Satz von Pythagoras:  $\overline{ST}^2 + \overline{TU}^2 = \overline{SU}^2$  Höhensatz:  $\overline{TV}^2 = \overline{SV} \cdot \overline{VU}$

(Anmerkung: V ist der Schnittpunkt der Höhe mit  $\overline{SU}$ .)



9. Herr Baumann möchte sein Dach erneuern. Die Hausbreite liegt bei 12,60 m, die Höhe des Daches bei 5,50 m. Der Überstand links und rechts beträgt 0,80 m. Wie lang müssen die Dachsparren sein?



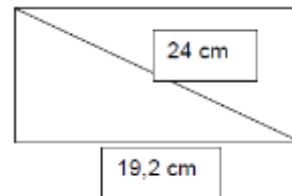
$$s^2 = 5,5^2 + 7,1^2 \rightarrow s^2 = 80,66 \rightarrow s = 8,98 \text{ m}$$

10. Ein Rechteck ist 19,2 cm lang. Die Diagonale hat eine Länge von 24 cm. Wie breit ist das Rechteck? Fertige eine Skizze dazu an.

Gegeben: Diagonale:  $c = 24 \text{ cm}$

Kathete:  $b = 19,2 \text{ cm}$

Gesucht: Kathete  $a$



$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a^2 = (24 \text{ cm})^2 - (19,2 \text{ cm})^2$$

$$a^2 = 576 \text{ cm}^2 - 368,64 \text{ cm}^2$$

$$a^2 = 207,36 \text{ cm}^2$$

$$a = \sqrt{207,36} = 14,4 \text{ cm}$$

Das Rechteck ist 14,4 cm breit.

### Der Satz des Pythagoras - Lösungen 3

1. In einem Dreieck ist die Hypotenuse 8,5 cm und eine Kathete 7,5 cm lang. Berechne die Länge der anderen Kathete.

Gegeben:  $c = 8,5 \text{ cm}$ ;  $b = 7,5 \text{ cm}$

Gesucht:  $a$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$a^2 = c^2 - b^2$$

$$a^2 = (8,5 \text{ cm})^2 - (7,5 \text{ cm})^2$$

$$a^2 = 72,25 \text{ cm}^2 - 56,25 \text{ cm}^2$$

$$a^2 = 16 \text{ cm}^2$$

$$a = 4 \text{ cm}$$

Die Kathete ist 4 cm lang.

2. Berechne die fehlenden Längenmaßzahlen des abgebildeten Dreiecks.

Gegeben:  $c = 10 \text{ cm}$ ,  $a = 6 \text{ cm}$

Gesucht:  $b$ ,  $h$ ,  $p$ ,  $q$

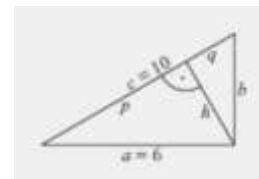
$$b^2 = c^2 - a^2; b^2 = 100 - 36; b^2 = 64 \Rightarrow b = 8 \text{ cm};$$

Aus  $a^2 = p \cdot c$  kann  $p$  berechnet werden:

$$a^2 = p \cdot c \Rightarrow p = 36 : 10 \Rightarrow p = 3,6$$

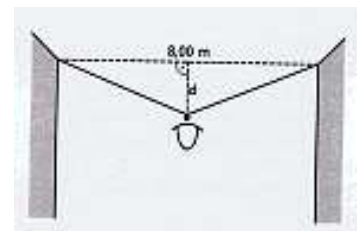
$$q = c - p; q = 10 - 3,6 \Rightarrow q = 6,4;$$

$$h^2 = p \cdot q; h^2 = 3,6 \cdot 6,4; h^2 = 23,04 \Rightarrow h = 4,8$$



3. Eine Straßenlaterne hängt in der Mitte eines zwischen zwei Hauswänden gespannten Seils. Die Aufhängepunkte sind auf gleicher Höhe und 8,00 m voneinander entfernt.

- a) Wie groß ist der Durchhang  $d$  bei einer Seillänge von 9,00 m?



Die Lampe hängt in Seilmitte. Daher gilt  $\overline{AM} = 4,00 \text{ m}$ ,  $\overline{AB} = 4,50 \text{ m}$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{AM}^2$$

$$\overline{AB}^2 = d^2 + \overline{AM}^2$$

$$d^2 = \overline{AB}^2 - \overline{AM}^2$$

$$d = \sqrt{AB^2 - AM^2}$$

$$d = \sqrt{(4,50 \text{ m})^2 - (4,00 \text{ m})^2}$$

$d \approx 2,06 \text{ m}$  Der Durchhang beträgt etwa 2,06 m.

- b) Wie lang darf das Seil höchstens sein, wenn der Durchhang maximal 0,50 m betragen soll?

Nun gilt:  $d_{\max} = 0,50 \text{ m}$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BM}^2 + \overline{AM}^2$$

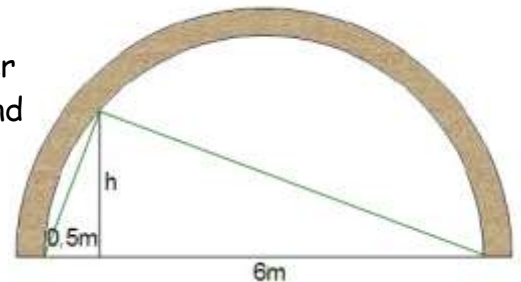
$$\overline{AB} = \sqrt{d_{\max}^2 + \overline{AM}^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(0,50 \text{ m})^2 + (4,00 \text{ m})^2}$$

$\overline{AB} = 4,03 \text{ m}$  Hier darf das Seil höchstens 8,06 m lang sein.

4. Ein Tunnel hat einen Durchmesser von 6m.

Überprüfe durch Rechnung, ob ein Mensch der Größe 1,80 m im Abstand 50cm vom Tunnelrand entfernt aufrecht stehen kann.



Nach dem Höhensatz ( $h^2 = q \cdot p$ ) gilt

$$h^2 = 0,5 \cdot (6 - 0,5); h^2 = 0,5 \cdot 5,5$$

$$h^2 = 2,75 \Rightarrow h = \sqrt{2,75} \approx 1,66$$

Ein 1,80 m großer Mensch kann also nicht 0,5 m von der Tunnelwand entfernt stehen.

5. Ein Quader hat die Maße:

Länge = 12 cm, Breite = 7,5 cm, Höhe = 4,5 cm.

Berechne die Flächendiagonale  $d$  der Grundfläche und die Raumdiagonale  $r$ .

$$d^2 = 12^2 + 7,5^2 \rightarrow d = 14,151$$

$$r^2 = 14,151^2 + 4,5^2 \rightarrow r = 14,849 \text{ cm}$$



6. Die Füße einer Stehleiter sind 1,40 m voneinander entfernt. Wie lang müssen die beiden Leiterteile sein, damit die Leiter bis zu einer Höhe von 2,80 m reicht?

Länge der Leiterteile:  $a$

$$1,40 \text{ m} : 2 = 0,70 \text{ m}$$

$$a^2 = 2,8^2 + 0,7^2 \Rightarrow a^2 = 7,48 + 0,49 \Rightarrow a^2 = 7,97 \Rightarrow a = \sqrt{7,97} \Rightarrow a = 2,82 \text{ m}$$

Die beiden Leiterteile müssen 2,82 m lang sein.

7. Eine 4,50 m hohe Leiter wird an eine Wand gestellt. Wie hoch reicht die Leiter, wenn sie unten 1,60 m von der Wand entfernt ist?

$$h^2 = 4,50^2 - 1,60^2 = 17,69$$

$$h = \sqrt{17,69} = 4,2059482 \approx 4,21 \text{ m}$$

Die Leiter reicht 4,21 m hoch.

8. Ein Gartentor besteht aus 26 senkrechten Latten, die durch ein diagonal genageltes Brett verstärkt werden. Wie lang muss dieses Brett mindestens sein, wenn das Tor 2,45 m breit und 1,46 m hoch sein soll?

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$c^2 = 2,45^2 + 1,46^2 \quad c^2 = 8,1341$$

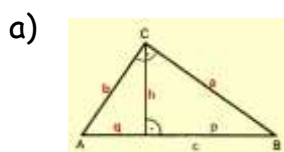
$$c = \sqrt{8,1341} = 2,85 \text{ m}$$

Die diagonale Latte muss 2,85 m lang sein.

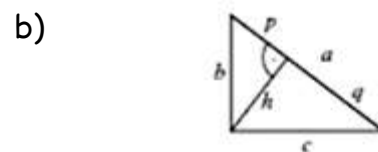
## Der Satz des Pythagoras - Lösungen 4

1. Die in der Tabelle angegebenen Längenmaßzahlen gehören zu rechtwinkligen Dreiecken. Der rechte Winkel ist in der letzten Spalte der Tabelle angegeben. Wie üblich soll dabei Winkel  $\alpha$  der Seite  $a$ , Winkel  $\beta$  der Seite  $b$  und Winkel  $\gamma$  der Seite  $c$  gegenüberliegen. Es sei jeweils  $h$  die Höhe auf der Hypotenuse, und  $p$  und  $q$  seien die zugehörigen Hypotenusen-Abschnitte. Bezeichne die Planfiguren, berechne die fehlenden Werte und trage sie in die Tabelle ein.

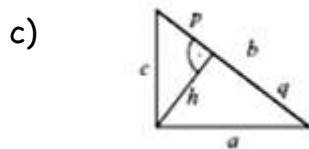
	a	b	c	p	q	h	90°
a)	15	8	17	13,24	3,76	7,06	$\gamma$
b)	25	7	24	1,96	23,04	6,72	$\alpha$
c)	6,93	8	4	2	6	3,46	$\beta$



$$\begin{aligned}
 a^2 &= c^2 - b^2 = 289 - 64 = 225 \\
 \rightarrow a &= 15; \quad b^2 = q \cdot c \\
 \rightarrow q &= b^2 : c = 64 : 17; \quad q \approx 3,76 \\
 \rightarrow p &= c - q \approx 13,24 \\
 h^2 &= p \cdot q \approx 3,76 \cdot 13,24 = 49,7824 \\
 \rightarrow h &= 7,06
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 c^2 &= a^2 - b^2; \quad c^2 = 625 - 49; \quad c^2 = 576 \\
 \rightarrow c &= 24; \quad c^2 = q \cdot a \\
 \rightarrow q &= c^2 : a; \quad q = 576 : 25; \quad q = 23,04; \\
 p &= a - q = 25 - 23,04 = 1,96 \\
 h^2 &= p \cdot q; \quad h^2 = 23,04 \cdot 1,96; \quad h^2 = 45,1584 \\
 \rightarrow h &= 6,72
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 p + q &= b \Rightarrow q = b - p = 6 \\
 c^2 &= p \cdot b = 2 \cdot 8 = 16 \rightarrow c = 4 \\
 a^2 &= q \cdot b = 6 \cdot 8 = 48 \rightarrow a \approx 6,93 \\
 h^2 &= p \cdot q = 2 \cdot 6 = 12 \rightarrow h \approx 3,46
 \end{aligned}$$

2. Ein 4 m hoher Deich hat folgende weitere

Abmessungen:

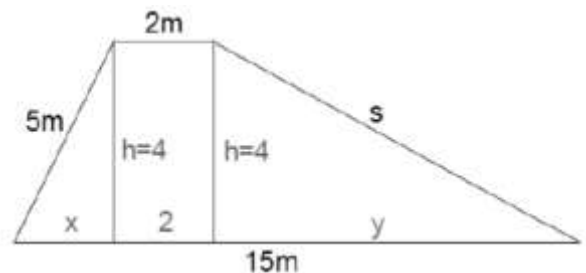
Deichsohle: 15 m

Deichkrone: 2 m

Böschung auf der Landseite: 5 m

Böschung auf der Seeseite:  $s$

Berechne die Länge der Böschung  $s$  auf der Seeseite.



$$x^2 + 4^2 = 5^2 \rightarrow x^2 = 25 - 16; \quad x^2 = 9 \rightarrow x = 3$$

$$3 + 2 + y = 15 \rightarrow y = 15 - 3 - 2; \quad y = 10$$

$$s^2 = 4^2 + 10^2; \quad s^2 = 16 + 100; \quad s^2 = 116 \rightarrow s = \sqrt{116} \approx 10,77$$

Die Böschung  $s$  hat etwa die Länge 10,77 m.

3. In einem rechtwinkligen Dreieck kennst du die Kathete  $b = 4$  cm und die Hypotenuse  $c = 6$  cm. Wie lang ist  $a$ ?

$$a^2 = \sqrt{c^2 - b^2}$$

$$a^2 = \sqrt{6^2 - 4^2}; \quad a^2 = \sqrt{36 - 16}; \quad a = 4,47 \text{ cm}$$

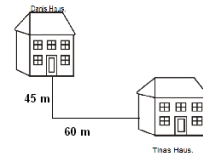
Die Kathete  $a$  ist 4,47 cm lang.

4. Dani und Tina stehen vor Danis Haus. Tina behauptet, ihr Haus sei nur einen Steinwurf entfernt. Was denkst du?

$$c^2 = 45^2 + 60^2; c^2 = 2025 + 3600$$

$$c^2 = 5625$$

$c = 75$  Das Haus ist 75 m Luftlinie entfernt.  
(Kann Tina wirklich so weit werfen?)



5. Eine Tür ist 82 cm breit und 1,97 m hoch. Eine 2,10 m breite und 3,20 m lange Holzplatte soll durch die Tür getragen werden. Ist das möglich? Begründe durch Rechnung.

$$d = \sqrt{(0,82 \text{ m})^2 + (1,97 \text{ m})^2}; \quad d = \sqrt{0,6724 + 3,8809} \quad d = \sqrt{4,5533}; \quad d = 2,13 \text{ m}$$

$2,10 \text{ m} < 2,13 \text{ m} \Rightarrow$  Das Holzbrett passt also durch die Tür.

6. An einer Wand steht eine 8 m lange Leiter, und zwar so, dass ihr unteres Ende genau 1 m von der Wand entfernt ist. Um wie viel cm sinkt die Spitze der Leiter an der Wand, wenn man sie unten 20 cm weiter wegzieht?

vorher:  $h = \sqrt{8^2 - 1^2} = \sqrt{63} \approx 7,94 \text{ m}$

nachher:  $h = \sqrt{8^2 - 1,2^2} \approx 7,91 \text{ m}$

Die Spitze der Leiter sinkt um etwa 3 cm.



### Der Satz des Pythagoras - Lösungen 5

1. In einem Teich wächst im Abstand  $a = 3 \text{ m}$  vom Ufer eine Pflanze genau senkrecht in die Höhe. Sie ragt um die Strecke  $b = 1 \text{ m}$  aus dem Wasser heraus.

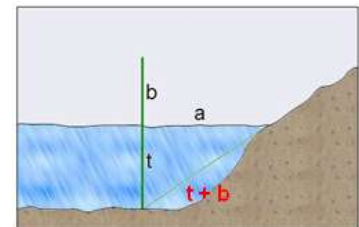
Biegt man die Pflanze zum Ufer hin um (wobei sie ihre gerade Form behält), so befindet sich die Spitze der Pflanze genau auf Wasserhöhe.

Berechne, wie tief das Wasser an der Stelle ist, an der die Pflanze wächst.

$$a^2 + t^2 = (t + b)^2 \quad \rightarrow 3^2 + t^2 = (t + 1)^2 \quad \rightarrow 9 + t^2 = t^2 + 2 \cdot t + 1$$

$$\rightarrow 8 = 2 \cdot t \rightarrow t = \frac{8}{2} = 4$$

Das Wasser ist an der Stelle, an der die Pflanze wächst, 4 m tief.



2. Ein Rechteck ABCD ist 14 cm lang und 9,5 cm breit. Berechne die Länge der beiden Diagonalen!

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$14^2 + 9,5^2 = 286,25$$

$$d = \sqrt{286,25} = 16,92 \text{ cm} \quad \text{Jede Diagonale ist 16,92 cm lang.}$$

3. Vor einem Haus befindet sich eine Rabatte mit herrlichen Blumen. Diese Rabatte ist 1,5 m breit. Wie lange muss eine Leiter sein, wenn du ein Loch auf 4,2 m Höhe ausbessern willst, ohne die Leiter in die Rabatte zu stellen?

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$4,2^2 + 1,5^2 = 19,89$$

$$c = \sqrt{19,89} = 4,46 \text{ m}$$

Die Leiter muss mindestens 4,46 m sein.

4. Frank muss auf seinem Schulweg durch einen Park, dessen Wege rechtwinklig und parallel angelegt sind. Frank müsste eigentlich 108 Meter nach Süden und danach 45 Meter nach Osten gehen, bis er von seiner Wohnung zur Schule kommt. Frank behauptet, dass er 36 Meter spart, wenn er quer durch den Park läuft. Überprüfe die Behauptung zeichnerisch mittels einer Skizze und rechnerisch!

$$a^2 + b^2 = c^2$$

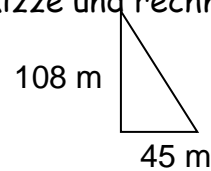
$$108^2 + 45^2 = 13689$$

$$d = \sqrt{13689} = 117 \text{ m}$$

$$108 \text{ m} + 45 \text{ m} = 153 \text{ m}$$

$$153 \text{ m} - 117 \text{ m} = 36 \text{ m}$$

Seine Behauptung ist richtig.



5. Die Firma Meier muss an einer Dachrinne eine Reparatur durchführen. Die Dachrinne befindet sich in einer Höhe von 3,20 m, die Leiter ist 4,50 m lang. Wie weit ist die Leiter am Boden vom Haus entfernt, wenn sie noch 30 cm über die Dachrinne überstehen soll?

$$3,20 \text{ m} + 0,30 \text{ m} = 3,50 \text{ m Höhe}$$

$$b^2 = \sqrt{c^2 - a^2}$$

$$b^2 = \sqrt{4,5^2 - 3,5^2}; b^2 = 8; b = 2,828 \text{ m}$$

$$b = 2,828 \text{ m} \sim 2,83 \text{ m}$$

Die Leiter ist am Boden 2,83 m vom Haus entfernt.

6. Der Satz des Pythagoras ist allen in seiner kurzen Form  $a^2 + b^2 = c^2$  bekannt. Bleibt die Frage, was das bedeutet. Fülle die Lücken im folgenden Text zur Erklärung. In einem **rechtwinkligen** Dreieck seien die drei Seiten wie folgt benannt: Die Hypotenuse (das ist die Seite, die **dem rechten Winkel gegenüber liegt**) heiße **c**. Die beiden Katheten (das sind die Seiten, die **an dem rechten Winkel anliegen**) heißen **a** und **b**.

Dann gilt der Satz des Pythagoras, nämlich  $a^2 + b^2 = c^2$ . Zusammengefasst bedeutet das:

In einem **rechtwinkligen** Dreieck gilt:

Das Quadrat der Hypotenuse ist gleich der Summe der Quadrate der Katheten, oder in einer Formel ausgedrückt:

$$\text{Hypotenuse}^2 = \text{Kathete}_1^2 + \text{Kathete}_2^2.$$

$$\text{Kurz : HYP}^2 = \text{KAT}_1^2 + \text{KAT}_2^2 .$$