

**Der Kreisumfang**

Kreiszahl:  $\pi = 3,14$

Kreisumfang:

Umfang  $U$  und Radius  $r$  eines Kreises sind direkt proportional:

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi \quad \text{bzw.} \quad U = d \cdot \pi$$

( $d$ : Durchmesser, denn  $d = 2 \cdot r$ )

**Die Kreisfläche**

Der Flächeninhalt  $A$  ist eine quadratische Funktion des Radius  $r$ ,  
d. h. verdreifacht man den Radius, so verneunfacht sich der Flächeninhalt:

$$A = r^2 \cdot \pi$$



1. Gib die Formel zur Berechnung des Kreisumfangs in Abhängigkeit von  $r$  an, sowie die Umstellung der Formel nach  $r$ .
2. Ein Kreis hat einen Umfang von 1010 m
  - a) Wie groß ist der Flächeninhalt des Kreises
  - b) Gib den Flächeninhalt des Kreises auch in den Einheiten  $\text{dm}^2$ ;  $\text{ha}$  und  $\text{km}^2$  an
3. Ein kreisförmiges Beet mit einem Radius von 2,5 m soll mit einem 1,5 m breiten gepflasterten Streifen umgeben werden. Außen, um den gepflasterten Streifen soll ein Zaun errichtet werden. Ein Quadratmeter Pflastersteine kostet 52 € und ein Meter Zaun 31,50 €. Für das Pflastern und das Aufstellen des Zauns fallen Arbeitskosten in Höhe von 540 € an.  
Wie groß sind die Gesamtkosten für das Pflastern und das Aufstellen des Zaunes?
4. Ergänze die fehlenden Angaben

Münzen	Radius	Durchmesser	Flächeninhalt
2 €	12,875 mm	mm	$\text{mm}^2$
1 €	mm	mm	425 $\text{mm}^2$
50 ct	cm	2,425 cm	$\text{cm}^2$
20 ct	1,1125 cm	cm	$\text{mm}^2$
5 ct	dm	0,2125 dm	$\text{cm}^2$
1 ct	mm	cm	2,07 $\text{cm}^2$

1. Die Raumstation ISS fliegt in einer Höhe von 400 km um die Erde. Sie benötigt für einen Umlauf eine Zeit von 90 Minuten. Der Radius der Erde beträgt etwa 6 378 km. Berechne die Geschwindigkeit der Raumstation ISS.
  
2. In einer Parkanlage legt die Gärtnerin Sarah ein kreisrundes Blumenbeet mit einem Durchmesser von 7,5 m an. Wie viele Pflanzen benötigt sie für dieses Beet, wenn die vorgesehenen Pflanzen einen Platzbedarf von 750 cm<sup>2</sup> pro Pflanze haben?
  
3. Ein 5 m langes Metallband wird zu einem Ring gebogen. Wie groß ist sein Durchmesser?
  
4. Berechne die fehlenden Angaben:

r	d	U	A
		2,56 m	
	0,5 cm		
			26,3 dm <sup>2</sup>
23,7 mm			

5. Ein Kreis hat den Radius r und den Umfang U = 100 cm.  
Runde bei allen folgenden Aufgaben angemessen!
  - a) Wie groß ist der Radius des Kreises? Wie groß der Flächeninhalt?
  - b) Der Umfang soll um 20 cm zunehmen. Wie muss der Radius dafür geändert werden?
  - c) Der Umfang wird verdreifacht. Wie verändert sich dabei der Radius bzw. der Flächeninhalt?

Die Erde hat einen Radius von etwa 6370 km.

- d) Wie viele Kilometer misst der Äquator?

6. Wo steckt der Fehler

- a) Der Durchmesser ist halb so groß wie der Umfang des Kreises.

\_\_\_\_\_

- b) Der Radius ist doppelt so groß wie der Durchmesser.

\_\_\_\_\_

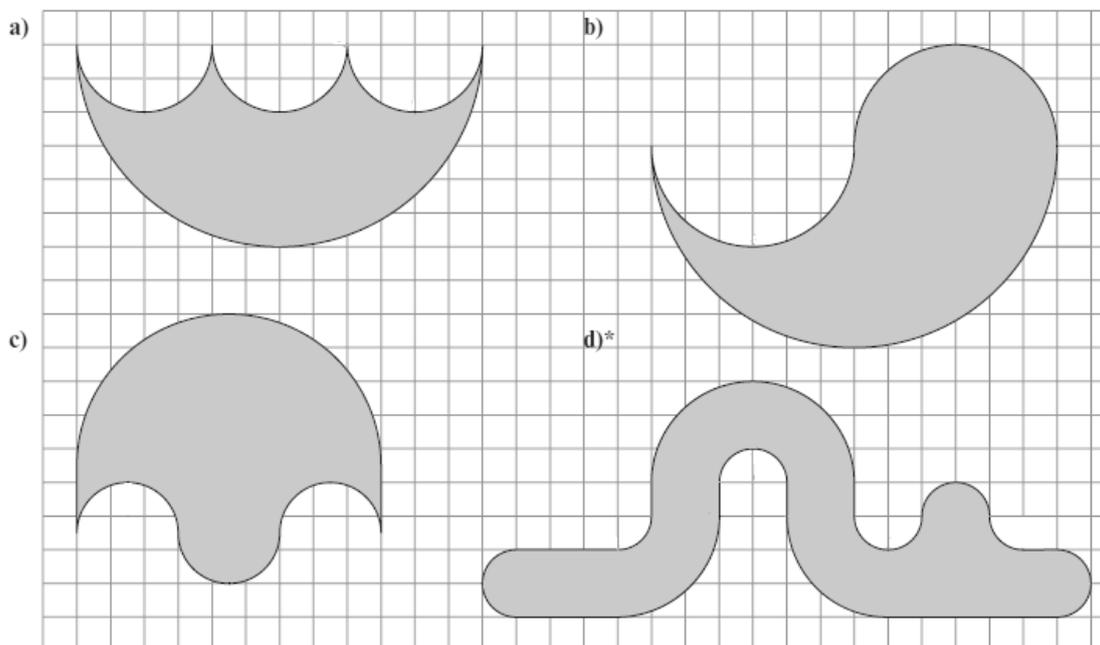
- c) Die Gleichungen  $U = \pi \cdot d$  und  $U = \pi \cdot 2 \cdot r$  erzeugen unterschiedliche Lösungen.

\_\_\_\_\_

- d)  $\pi$  ist das Verhältnis von Umfang zum Radius eines Kreises.

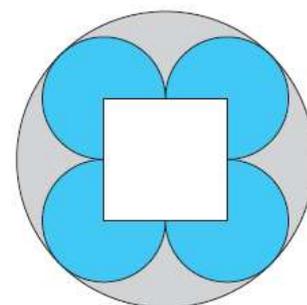
\_\_\_\_\_

1. Zeichne zu jedem Kreisbogen einen Radius ein und ermittle jeweils Umfang und Flächeninhalt der Figuren.



2. In der nebenstehenden Figur beträgt die Seitenlänge des Quadrates  $a = 4,4 \text{ cm}$  und die Länge der Diagonalen des Quadrates  $d = 6,2 \text{ cm}$ .

- a) Berechne den Inhalt der blau gekennzeichneten Fläche.
- b) Berechne den Inhalt der grau gekennzeichneten Fläche.



3. Berechne die Querschnittsfläche des Drahtes mit dem Durchmesser  $d = 0,25 \text{ mm}$ .

4. Fülle die Tabelle aus

r	d	U	A
2 cm			
		62,8 m	
	6 m		
		314 m	

5. Eine Torte wird in 12 Stücke aufgeteilt. Der Durchmesser der Torte beträgt 24 cm. Wie groß ist die Fläche eines Tortenstücks?

1. Von den acht Bahnen um einen Fußballplatz ist die innere Laufbahn auf der Innenseite gemessen 400 m lang. Die Geraden sind jeweils 100 m lang.

a) Berechne den Durchmesser der Innenbahnkurve und zeichne die Bahn ein.  
(1 cm entspricht 20 m).

b) Eine Bahn ist 1,25 m breit. Wie viel Vorsprung müssten die Läufer der Bahnen 2 bis 6 beim Start eines 400-Meter-Laufs erhalten?

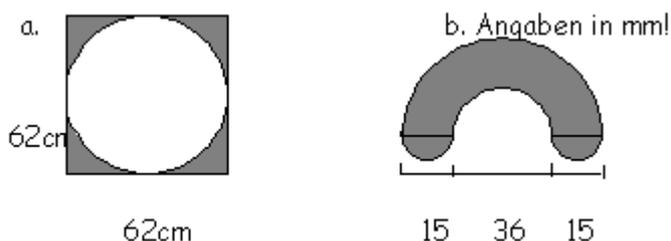
c) Erkläre, weshalb man bei längeren Strecken nur die erste Runde in festen Bahnen läuft und dann nach innen wechseln darf.

2. In einer Tischlerei werden runde Tischplatten einseitig mit Holzfurnier überzogen; die Kanten werden mit einem Umleimer eingefasst. Berechne die mit Holzfurnier belegte Fläche und die Länge des Umleimers für eine Tischplatte mit  $d = 80$  cm und  $d = 120$  cm.

3. Berechne Umfang und Flächeninhalt eines Kreises mit  $d = 1,5$  m.

4. Ein Rohr hat einen Umfang von 92,4 mm.  
Wie groß ist der Durchmesser des Rohres in cm?

5. Wie groß sind die grauen Flächen?



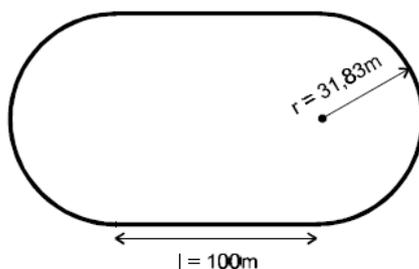
6. Herr Maier plant für seine Familie eine neue Villa. Da er für seinen Büroraum viel Licht benötigt, soll jedes kreisrunde Fenster eine Gesamtfläche von  $20,5 \text{ m}^2$  haben. Welchen Durchmesser hat das Fenster?

7. Aus einem quadratischen Blech wird die möglichst größte Kreisscheibe herausgeschnitten. Das Blech hat eine Seitenlänge von 36 cm.  
Wie viel  $\text{cm}^2$  Abfall muss man in Kauf nehmen?

1. Ein „Durchfahrt verboten“ Schild hat den Durchmesser von einem halben Meter. Der weiße Innenkreis hat einen Radius von 17 cm.  
Wie groß ist der Flächeninhalt des roten Ringes?
2. Frau Werner kauft für ihr neues Esszimmer einen kreisrunden Tisch mit einem Durchmesser von 1,75 m.
  - a) Wie teuer wird eine Tischdecke für diesen Tisch, wenn die Decke aus optischen Gründen überall 25 cm überhängen? 1 m<sup>2</sup> Tischstoff kostet 64 Euro.
  - b) Wie viele Personen haben an diesem Tisch Platz, wenn man pro Person 75 cm Platz einrechnet?
3. Berechne die fehlenden Werte der ganzen Kreise in der Tabelle:

Radius	Umfang	Fläche
15,92		
	31,42	
		28,27

4. Die Zeichnung zeigt einen Sportplatz.  
Berechne den Umfang und die Fläche



5. Berechne den Umfang eines Viertelkreises mit  $r = 7\text{ cm}$ .
6. Der Umfang eines Kreises misst 30 cm. Berechne den Durchmesser.
7. Simon will seinen Teich im Winter abdecken, der Teich hat einen Umfang von 3 m.  
Wie groß muss die Fläche der Abdeckung sein?

1. Gib die Formel zur Berechnung des Kreisumfangs in Abhängigkeit von r an sowie die Umstellung der Formel nach r.

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi \rightarrow r = \frac{U}{2 \cdot \pi}$$

2. Ein Kreis hat einen Umfang von 1010 m

- a) Wie groß ist der Flächeninhalt des Kreises

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi \rightarrow r = \frac{U}{2 \cdot \pi} \rightarrow r = \frac{1010 \text{ m}}{2 \cdot \pi} = 160,75 \text{ m}$$

$$A = r^2 \cdot \pi \rightarrow A = (160,75)^2 \cdot \pi$$

$$A = 25840,5625 \pi = 81180,52 \text{ m}^2$$

- b) Gib den Flächeninhalt des Kreises auch in den Einheiten dm<sup>2</sup>, ha und km<sup>2</sup> an.

$$A = 81180,52 \text{ m}^2 = 8118052 \text{ dm}^2 = 8,12 \text{ ha} = 0,08 \text{ km}^2$$

3. Ein kreisförmiges Beet mit einem Radius von 2,5 m soll mit einem 1,5 m breiten gepflasterten Streifen umgeben werden. Außen, um den gepflasterten Streifen soll ein Zaun errichtet werden. Ein Quadratmeter Pflastersteine kostet 52 € und ein Meter Zaun 31,50 €. Für das Pflastern und das Aufstellen des Zauns fallen Arbeitskosten in Höhe von 540 € an.

Wie groß sind die Gesamtkosten für das Pflastern und das Aufstellen des Zaunes?

Um die Fläche des zu pflasternden Bereichs zu errechnen, muss man die Fläche des kleinen Kreises von der Fläche des großen Kreises abziehen.

$$A = A_{\text{gr Kr}} - A_{\text{kl Kr}}$$

$$= (2,5 \text{ m} + 1,5 \text{ m})^2 \pi - (2,5)^2 \pi = 16 \pi - 6,25 \pi = 9,75 \pi = 30,63 \text{ m}^2$$

$$U = 2 \cdot (4 \text{ m}) \cdot \pi = 8 \cdot \pi = 25,13 \text{ m}$$

$$\text{Kosten: } 30,63 \text{ m}^2 \cdot 52 \text{ €/m}^2$$

$$+ 25,13 \text{ m} \cdot 31,50 \text{ €/m}$$

$$+ 540 \text{ €} = 1592,76 \text{ €} + 791,60 \text{ €} + 540 \text{ €} = \mathbf{2924,36 \text{ €}}$$

4. Ergänze die fehlenden Angaben

Münzen	Radius	Durchmesser	Flächeninhalt
2 €	12,875 mm	25,75 mm	521 mm <sup>2</sup>
1 €	11,625 mm	23,25 mm	425 mm <sup>2</sup>
50 ct	1,2125 cm	2,425 cm	4,62 cm <sup>2</sup>
20 ct	1,1125 cm	2,225 cm	389 mm <sup>2</sup>
5 ct	0,10625 dm	0,2125 dm	3,55 cm <sup>2</sup>
1 ct	8,125 mm	0,1625 cm	2,07 cm <sup>2</sup>

## Berechnungen am Kreis      Lösungen 2

1. Die Raumstation ISS fliegt in einer Höhe von 400 km um die Erde. Sie benötigt für einen Umlauf eine Zeit von 90 Minuten. Der Radius der Erde beträgt etwa 6 378 km. Berechne die Geschwindigkeit der Raumstation ISS.

Radius des Kreises, den die ISS umfliegt:  $6\,378\text{ km} + 400\text{ km} = 6778\text{ km}$

ISS legt in 1,5 h ca.  $2 \cdot \pi \cdot 6778 \approx 42587,43\text{ km}$  zurück;

Geschwindigkeit:  $42587,43\text{ km} : 1,5\text{ h} \approx 28391,62\text{ km/h}$

Die Geschwindigkeit der Raumstation ISS beträgt 28391,62 km/h.

2. In einer Parkanlage legt die Gärtnerin Sarah ein kreisrundes Blumenbeet mit einem Durchmesser von 7,5 m an. Wie viele Pflanzen benötigt sie für dieses Beet, wenn die vorgesehenen Pflanzen einen Platzbedarf von  $750\text{ cm}^2$  pro Pflanze haben?

Radius des Kreises:  $r = 7,5\text{ m} : 2 = 3,75\text{ m}$

Flächeninhalt:  $A = \pi \cdot 3,75^2\text{ m}^2$ ;  $A = \pi \cdot 14,0625\text{ m}^2 \approx 44,18\text{ m}^2$

Umrechnen in  $\text{m}^2$ :  $750\text{ cm}^2 \approx 0,075\text{ m}^2$

Anzahl der Pflanzen:  $44,18\text{ m}^2 : 0,075\text{ m}^2 = 589,05$

Gärtnerin Sarah benötigt 589 Pflanzen.

3. Ein 5 m langes Metallband wird zu einem Ring gebogen. Wie groß ist sein Durchmesser?

$$U = \pi \cdot d \rightarrow d = \frac{U}{\pi}$$

$$d = \frac{5}{3,14} = 1,59\text{ m}$$

Der Durchmesser des Ringes beträgt 1,59 m.

4. Berechne die fehlenden Angaben :

r	d	U	A
0,41 m	0,82 m	2,56 m	0,53 $\text{m}^2$
0,25 cm	0,5 cm	1,57 cm	0,20 $\text{cm}^2$
2,89 dm	5,78 dm	18,158 dm	26,3 $\text{dm}^2$
23,7 mm	47,39 mm	148,8 mm	1764,60 $\text{mm}^2$

5. Ein Kreis hat den Radius r und den Umfang  $U = 100\text{ cm}$ .

Runde bei allen folgenden Aufgaben angemessen!

- a) Wie groß ist der Radius des Kreises? Wie groß der Flächeninhalt?

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi \qquad 100\text{ cm} = 2 \cdot r \cdot \pi \qquad r = \frac{100\text{ cm}}{2 \cdot \pi} \approx 15,9\text{ cm}$$

$$A = r^2 \cdot \pi \qquad A = (15,9)^2 \cdot \pi \qquad A = 793,8\text{ cm}^2$$

- b) Der Umfang soll um 20 cm zunehmen. Wie muss der Radius dafür geändert werden?

Da U und r zueinander (direkt) proportional sind, muss auch der Radius um das 1,2 - fache zunehmen.

$$U_{\text{neu}} = U + 20\text{ cm} = 120\text{ cm} \qquad \frac{U_{\text{neu}}}{U_{\text{alt}}} = \frac{120}{100} = 1,2$$

$$r_{\text{neu}} = 1,2 \cdot 15,9\text{ cm} \approx 19,1\text{ cm}$$

- c) Der Umfang wird verdreifacht. Wie verändert sich dabei der Radius bzw. der Flächeninhalt?

Der Radius verdreifacht sich ebenfalls  $r_{\text{neu}} = 3 \cdot r$   $r_{\text{neu}} = 3 \cdot 15,9 \text{ cm} = 47,7 \text{ cm}$

$A = r^2 \cdot \pi$  Die Fläche ist proportional zu  $r^2$ , damit vergrößert sich der Flächeninhalt auf das ( $3^2 =$ ) 9-fache des ursprünglichen Flächeninhalts

Die Erde hat einen Radius von etwa 6370 km.

- d) Wie viele Kilometer misst der Äquator?

Es ist also der Umfang der Erde zu berechnen:

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi \quad U = 2 \cdot 6370 \text{ km} \cdot \pi = 40003,6 \text{ km} \approx 40\,000 \text{ km}$$

## 6. Wo steckt der Fehler?

- a) Der ~~Durchmesser~~ ist ~~halb~~ so groß wie der ~~Umfang~~ des Kreises.

Der Umfang ist  $\pi$  mal so groß wie der Durchmesser des Kreises

- b) Der Radius ist ~~doppelt~~ so groß wie der Durchmesser.

Der Radius ist **halb** so groß wie der Durchmesser.

- c) Die Gleichungen  $U = \pi \cdot d$  und  $U = \pi \cdot 2 \cdot r$  erzeugen ~~unterschiedliche~~ Lösungen.

Die Gleichungen  $U = \pi \cdot d$  und  $U = \pi \cdot 2 \cdot r$  erzeugen **identische** Lösungen.

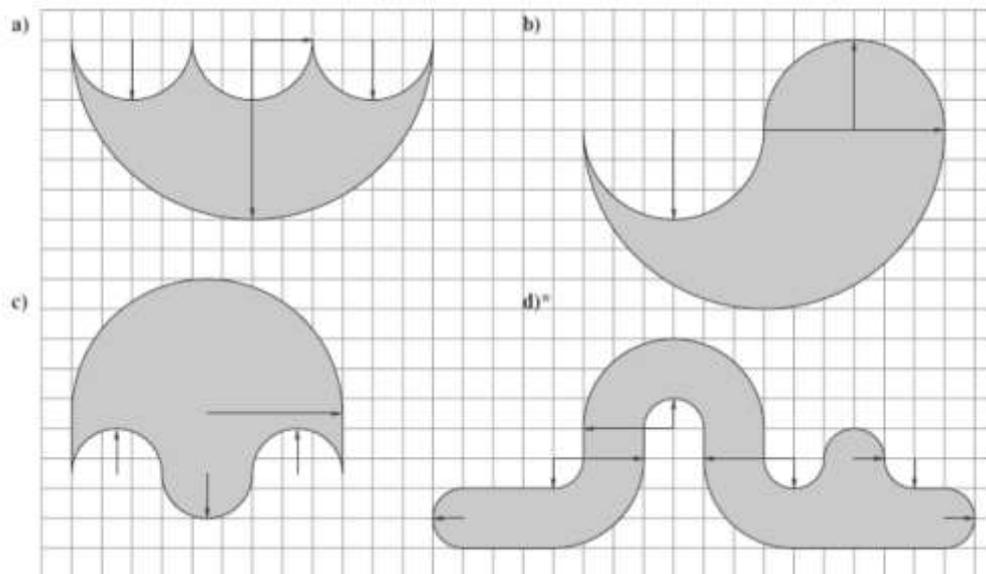
- d)  $\pi$  ist das Verhältnis von Umfang zum ~~Radius~~ eines Kreises.

$\pi$  ist das Verhältnis von Umfang zum **Durchmesser** eines Kreises

## Berechnungen am Kreis

## Lösungen 3

1. Zeichne zu jedem Kreisbogen einen Radius ein und ermittle jeweils Umfang und Flächeninhalt der Figuren.



- a) Umfang: ( $\frac{1}{2}$  Umfang vom großen Kreis +  $3 \cdot \frac{1}{2}$  Umfang vom kleinen Kreis)

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 2 \cdot \pi + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \text{ cm} \cdot 2 \cdot \pi = 6 \cdot \pi = 18,84 \text{ cm} \approx 19 \text{ cm}$$

- Flächeninhalt: ( $\frac{1}{2}$  Fläche vom großen Kreis –  $3 \cdot \frac{1}{2}$  Fläche vom kleinen Kreis)

$$\frac{1}{2} \cdot (3 \text{ cm})^2 \cdot \pi - 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 \text{ cm})^2 \cdot \pi = 4,5 \text{ cm}^2 \cdot \pi - 1,5 \text{ cm}^2 \cdot \pi = 3 \pi = 9,42 \text{ cm}^2 \approx 9,4 \text{ cm}^2$$

b) Umfang:

(Der Umfang der Figur entspricht dem halben Umfang des großen Kreises + dem ganzen Umfang des kleinen Kreises.)

$$\frac{1}{2} \cdot 3 \text{ cm} \cdot 2 \cdot \pi + 1,5 \text{ cm} \cdot 2 \cdot \pi = 6 \text{ cm} \cdot \pi = 18,8 \text{ cm} \approx 19 \text{ cm}$$

Flächeninhalt:

(Die Fläche des grauen Halbkreises rechts oben entspricht genau der Fläche des weißen Halbkreises links, damit hat die Figur genau die Fläche des Halbkreises mit Radius 3 cm)

$$\frac{1}{2} \cdot (3 \text{ cm})^2 \cdot \pi = 4,5 \text{ cm}^2 \cdot \pi = 14,13 \text{ cm}^2 \approx 14 \text{ cm}^2$$

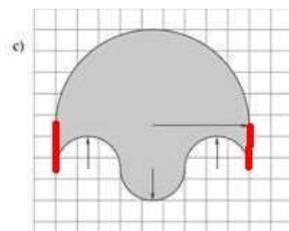
c) Umfang:

(Der Umfang der Figur entspricht dem halben Umfang des großen Kreises + dreimal dem halben Umfang des kleinen Kreises + zwei Geraden mit je 1 cm am großen Kreis außen = rot markiert in der Skizze.)

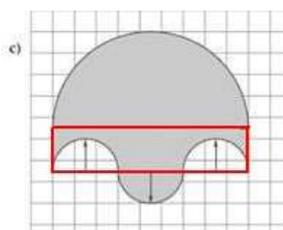
$$\frac{1}{2} \cdot (2,25 \text{ cm} \cdot 2) \cdot \pi + 3 \cdot \frac{1}{2} \cdot (0,75 \text{ cm} \cdot 2) \cdot \pi + 2 \cdot 1 \text{ cm} =$$

$$2,25 \text{ cm} \cdot \pi + 2,25 \text{ cm} \cdot \pi + 2 \text{ cm} = 4,5 \text{ cm} \cdot \pi + 2 \text{ cm} = 14,13 \text{ cm} \approx 14 \text{ cm}$$

Umfang:



Flächeninhalt:



Flächeninhalt:

(Der Flächeninhalt entspricht dem halben Flächeninhalt des großen Kreises + der Fläche des roten Rechtecks (in der Skizze) – dem halben Umfang des kleinen Kreises.)

$$\frac{1}{2} \cdot (2,25 \text{ cm})^2 \cdot \pi + 4,5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} - \frac{1}{2} \cdot (0,75 \text{ cm})^2 \cdot \pi =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 5,0625 \text{ cm}^2 \cdot \pi + 4,5 \text{ cm}^2 - \frac{1}{2} \cdot 0,5625 \text{ cm}^2 \cdot \pi =$$

$$2,53125 \text{ cm}^2 \cdot \pi + 4,5 \text{ cm}^2 - 0,28125 \text{ cm}^2 \cdot \pi = 2,25 \text{ cm}^2 \cdot \pi + 4,5 \text{ cm}^2 =$$

$$7,07 \text{ cm}^2 + 4,5 \text{ cm}^2 = 11,57 \text{ cm}^2$$

d) Umfang:

$$\frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 0,5 \text{ cm}) \cdot \pi + 2 \cdot 1,5 \text{ cm} + \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 0,5 \text{ cm}) \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot (2 \cdot 1,5 \text{ cm}) \cdot \pi + 4 \cdot 0,5 \text{ cm} +$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1,5 \text{ cm} \cdot \pi + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,5 \text{ cm} \cdot \pi + 2 \text{ cm} + 2 \cdot 0,5 \text{ cm} \cdot \pi + 1 \text{ cm} + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 0,5 \text{ cm} \cdot \pi =$$

$$0,5 \text{ cm} \cdot \pi + 3 \text{ cm} + 0,5 \text{ cm} \cdot \pi + 1,5 \text{ cm} \cdot \pi + 2 \text{ cm} + 1,5 \text{ cm} \cdot \pi + 0,5 \text{ cm} \cdot \pi + 2 \text{ cm} +$$

$$1 \text{ cm} \cdot \pi + 1 \text{ cm} + 0,5 \text{ cm} \cdot \pi = 6 \text{ cm} \cdot \pi + 8 \text{ cm} = 18,85 \text{ cm} + 8 \text{ cm} = 26,85 \text{ cm}$$

oder:

$$\left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right) \cdot \pi \cdot 1 \text{ cm} + \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{2} \right) \cdot \pi \cdot 3 \text{ cm} + 8 \text{ cm} \approx 26,85 \text{ cm}$$

Flächeninhalt:

$$\frac{1}{2} \cdot (0,5 \text{ cm})^2 \cdot \pi + 1,5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} + 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot (1,5 \text{ cm})^2 \cdot \pi - \frac{1}{4} \cdot (0,5 \text{ cm})^2 \cdot \pi\right) + 2 \cdot 0,5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} + \frac{1}{2} \cdot (1,5 \text{ cm})^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot (0,5 \text{ cm})^2 \cdot \pi + 2 \text{ cm} \cdot 1,5 \text{ cm} + 0,5 \text{ cm} \cdot 1 \text{ cm} + \frac{1}{2} \cdot (0,5 \text{ cm})^2 \cdot \pi =$$

$$\frac{1}{2} \cdot 0,25 \text{ cm}^2 \cdot \pi + 1,5 \text{ cm}^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{4} \cdot 2,25 \text{ cm}^2 \cdot \pi - \frac{1}{4} \cdot 0,25 \text{ cm}^2 \cdot \pi\right) + 1 \text{ cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot 2,25 \text{ cm}^2 \cdot \pi - \frac{1}{2} \cdot 0,25 \text{ cm}^2 \cdot \pi + 3 \text{ cm}^2 + 0,5 \text{ cm}^2 + \frac{1}{2} \cdot 0,25 \text{ cm}^2 \cdot \pi =$$

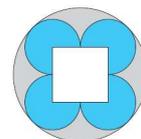
$$0,125 \text{ cm}^2 \cdot \pi + 1,5 \text{ cm}^2 + 1,125 \text{ cm}^2 \cdot \pi - 0,125 \text{ cm}^2 \cdot \pi + 1 \text{ cm}^2 + 1,125 \text{ cm}^2 \cdot \pi - 0,125 \text{ cm}^2 \cdot \pi + 3 \text{ cm}^2 + 0,5 \text{ cm}^2 + 0,125 \text{ cm}^2 \cdot \pi =$$

$$2,25 \text{ cm}^2 \cdot \pi + 5,5 \text{ cm}^2 = 7,069 \text{ cm}^2 + 6 \text{ cm}^2 = 13,07 \text{ cm}^2$$

oder:

$$\pi \cdot 1,5 \cdot 1,5 \text{ cm}^2 + 1 \cdot 1,5 \text{ cm}^2 + 2 \cdot 0,5 \cdot 1 \text{ cm}^2 + 1,5 \cdot 2 \text{ cm}^2 + 0,5 \cdot 1 \text{ cm}^2 \approx 13 \text{ cm}^2$$

2. In der nebenstehenden Figur beträgt die Seitenlänge des Quadrates  $a = 4,4 \text{ cm}$  und die Länge der Diagonalen des Quadrates  $d = 6,2 \text{ cm}$ .



- a) Berechne den Inhalt der blau gekennzeichneten Fläche.

Der Radius jedes blauen Kreises ist  $\frac{a}{2} = 2,2 \text{ cm}$ . Jeder der blauen Kreise ist nur zu drei Vierteln sichtbar.

$$A_{\text{blau}} = 4 \cdot \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot \left(\frac{a}{2}\right)^2 = 3 \cdot \pi \cdot (2,2)^2 = 3 \cdot \pi \cdot 4,84 \text{ cm}^2 = 14,52 \text{ cm}^2 \cdot \pi = 45,6 \text{ cm}^2$$

- b) Berechne den Inhalt der grau gekennzeichneten Fläche.

Radius des grauen Kreises:  $r = \frac{a}{2} + \frac{d}{2}$  also ist der Inhalt der grauen Fläche:

$$A_{\text{grau}} = \pi r^2 - A_{\text{blau}} - a^2 = \pi (2,2 \text{ cm} + 3,1 \text{ cm})^2 - 45,6 \text{ cm}^2 - 19,36 \text{ cm}^2 \\ = 28,09 \text{ cm}^2 \cdot \pi - 45,6 \text{ cm}^2 - 19,36 \text{ cm}^2 = 88,25 \text{ cm}^2 - 45,6 \text{ cm}^2 - 19,36 \text{ cm}^2 = 23,29 \text{ cm}^2 \approx 23,3 \text{ cm}^2$$

3. Berechne die Querschnittsfläche des Drahtes mit dem Durchmesser  $d = 0,25 \text{ mm}$ .

$$A = \pi \cdot r^2 \quad r = 0,125 \text{ mm} \\ A = (0,125 \text{ mm})^2 \cdot \pi = 0,015625 \text{ cm}^2 \cdot \pi \\ A = 0,049 \text{ mm}^2$$

4. Fülle die Tabelle aus

r	d	U	A
2 cm	4 cm	12,56 cm	12,56 cm <sup>2</sup>
10 m	20 m	62,8 m	314,16 m <sup>2</sup>
3 m	6 m	18,85 m	28,27 m <sup>2</sup>
50 m	100 m	314,16 m	7853,98 m <sup>2</sup>

5. Eine Torte wird in 12 Stücke aufgeteilt. Der Durchmesser der Torte beträgt 24 cm. Wie groß ist die Fläche eines Tortenstücks?

$$A = r^2 \cdot \pi \quad A = (12 \text{ cm})^2 \cdot \pi \quad A = 452,39 \text{ cm}^2 \quad 452,39 \text{ cm}^2 : 12 = 37,70 \text{ cm}^2 \\ \text{Die Fläche eines Tortenstücks beträgt } 37,7 \text{ cm}^2.$$

## Berechnungen am Kreis

## Lösungen 4

1. Von den acht Bahnen um einen Fußballplatz ist die innere Laufbahn auf der Innenseite gemessen 400 m lang. Die Geraden sind jeweils 100 m lang.

a) Berechne den Durchmesser der Innenbahnkurve und zeichne die Bahn ein (1 cm entspricht 20 m).

$$U = d \cdot \pi, \quad d = U : \pi$$

$$d = 400 \text{ m} : 3,14 = 127,4 \text{ m}$$

Der Durchmesser der Innenbahnkurve beträgt 127,4 m.

Durchmesser im richtigen Maßstab:

$$127,4 \text{ m} : 20 = 6,37 \text{ cm} = \text{ca. } 6,4 \text{ cm}$$

Der Durchmesser der Innenbahnkurve beträgt in der Zeichnung 6,4 cm.



b) Eine Bahn ist 1,25 m breit. Wie viel Vorsprung müssten die Läufer der Bahnen 2 bis 6 beim Start eines 400-Meter-Laufs erhalten?

$$U = d \cdot \pi$$

$$U = (127,4 \text{ m} + 2 \cdot 1,25 \text{ m}) \cdot 3,14 = 407,95 \text{ m}$$

Der Läufer auf Bahn 2 erhält 7,95 m Vorsprung.

Die Läufer auf Bahn 3, 4, 5 und 6 erhalten auf Bahn 3 15,90 m Vorsprung; auf Bahn 4 23,85 m Vorsprung; auf Bahn 5 31,80 m Vorsprung und auf Bahn 6 39,75 m Vorsprung.

c) Erkläre, weshalb man bei längeren Strecken nur die erste Runde in festen Bahnen läuft und dann nach innen wechseln darf.

Der Vorsprung ist nur für eine Bahn berechnet, danach sollen alle Läufer möglichst innen laufen, um die gleiche Distanz zurückzulegen.

2. In einer Tischlerei werden runde Tischplatten einseitig mit Holzfurnier überzogen; die Kanten werden mit einem Umleimer eingefasst. Berechne die mit Holzfurnier belegte Fläche und die Länge des Umleimers für

a) eine Tischplatte mit  $d = 80 \text{ cm}$  und

b) eine Platte mit  $d = 120 \text{ cm}$ .

$$\begin{array}{llll} \text{a) } A = r^2 \cdot \pi & A = (40 \text{ cm})^2 \cdot \pi & A = 1600 \text{ cm}^2 \cdot \pi & A = 5026,55 \text{ cm}^2 \\ U = d \cdot \pi & U = 80 \text{ cm} \cdot \pi & U = 251,33 \text{ cm} & \end{array}$$

$$\begin{array}{llll} \text{b) } A = r^2 \cdot \pi & A = (60 \text{ cm})^2 \cdot \pi & A = 3600 \text{ cm}^2 \cdot \pi & A = 11309,73 \text{ cm}^2 \\ U = d \cdot \pi & U = 120 \text{ cm} \cdot \pi & U = 377,99 \text{ cm} & \end{array}$$

3. Berechne Umfang und Flächeninhalt eines Kreises mit  $d = 1,5 \text{ m}$ !

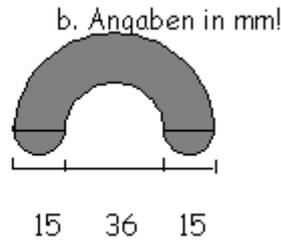
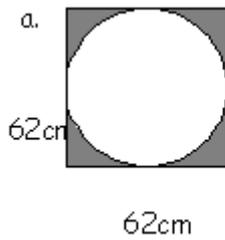
$$\begin{array}{lll} U = d \cdot \pi & U = 1,5 \text{ m} \cdot \pi & U = 4,71 \text{ m} \\ A = r^2 \cdot \pi & A = (0,75 \text{ m})^2 \cdot \pi & A \approx 1,77 \text{ m}^2 \end{array}$$

4. Ein Rohr hat einen Umfang von 92,4 mm.

Wie groß ist der Durchmesser des Rohres in cm?

$$92,4 \text{ mm} = 9,24 \text{ cm} \quad U = d \cdot \pi \quad 9,24 \text{ cm} = d \cdot \pi \quad d = \frac{9,24}{\pi} \text{ cm} \quad d \approx 2,94 \text{ cm}$$

5. Wie groß sind die grauen Flächen?



$$\begin{aligned} \text{a) } A &= A_{\text{Quadrat}} - A_{\text{Kreis}} \\ &= (62 \text{ cm})^2 - (31 \text{ cm})^2 \cdot \pi \\ &= 3844 \text{ cm}^2 - 961 \text{ cm}^2 \cdot \pi \\ &= 3844 \text{ cm}^2 - 191,64 \text{ cm}^2 \\ &= 826,46 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } A &= \frac{1}{2} \cdot (A_{\text{Gro\ss}erKreis} - A_{\text{KleinerKreis}}) + A_{\text{MiniKreis}} \\ &= \frac{1}{2} \cdot [(15 \text{ mm} + 18 \text{ mm})^2 \cdot \pi - (18 \text{ mm})^2 \cdot \pi] + (7,5 \text{ mm})^2 \cdot \pi \\ &= \frac{1}{2} \cdot [(33 \text{ mm})^2 \cdot \pi - 324 \text{ mm}^2 \cdot \pi] + 56,25 \text{ mm}^2 \cdot \pi \\ &= \frac{1}{2} \cdot [1089 \text{ mm}^2 \cdot \pi - 324 \text{ mm}^2 \cdot \pi] + 56,25 \text{ mm}^2 \cdot \pi \\ &= 382,5 \text{ mm}^2 \cdot \pi + 56,25 \text{ mm}^2 \cdot \pi \\ &= 438,75 \text{ mm}^2 \cdot \pi = 1378,37 \text{ mm}^2 = 13,7837 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

6. Herr Maier plant für seine Familie eine neue Villa. Da er für seinen Büroraum viel Licht benötigt, soll jedes kreisrunde Fenster eine Gesamtfläche von 20,5 m<sup>2</sup> haben. Welchen Durchmesser hat das Fenster?

$$\begin{aligned} A &= \pi \cdot r^2 & r &= \sqrt{\frac{A}{\pi}} & r &= \sqrt{\frac{20,5 \text{ m}^2}{\pi}} & r &= \sqrt{6,53 \text{ m}^2} & r &= 2,56 \text{ m} \\ d &= 2 \cdot 2,56 \text{ m} & d &= 5,12 \text{ m} \end{aligned}$$

Das Fenster hat einen Durchmesser von 5,12 m.

7. Aus einem quadratischen Blech wird die möglichst größte Kreisscheibe herausgeschnitten. Das Blech hat eine Seitenlänge von 36 cm. Wie viel cm<sup>2</sup> Abfall muss man in Kauf nehmen?

$$A_{\text{Quadrat}} = a^2 \quad A_{\text{Quadrat}} = (36 \text{ cm})^2 \quad A_{\text{Quadrat}} = 1296 \text{ cm}^2$$

$$A_{\text{Kreis}} = r^2 \cdot \pi \quad A_{\text{Kreis}} = (18 \text{ cm})^2 \cdot \pi \quad A_{\text{Kreis}} = 1017,9 \text{ cm}^2$$

$$\text{Abfall} = 1296 \text{ cm}^2 - 1017,9 \text{ cm}^2 = 278,1 \text{ cm}^2$$

$$\text{Berechnung des Abfalls in Prozent: } \frac{278,1}{1296} = 0,21$$

Es müssen 21% Abfall in Kauf genommen werden.

## Berechnungen am Kreis Lösungen 5

1. Ein „Durchfahrt Verboten“ Schild hat den Durchmesser von einem halben Meter. Der weiße Innenkreis hat einen Radius von 17 cm.

Wie groß ist der Flächeninhalt des roten Ringes?

(Fläche Kreisring = Fläche Außenkreis – Fläche Innenkreis)

$$A_{KR} = A_{AK} - A_{IK} \quad r_{AK} = 25 \text{ cm} \quad r_{IK} = 17 \text{ cm}$$

$$A_{KR} = (25 \text{ cm})^2 \cdot \pi - (17 \text{ cm})^2 \cdot \pi$$

$$= 625 \text{ cm}^2 \cdot \pi - 289 \text{ cm}^2 \cdot \pi$$

$$= 336 \text{ cm}^2 \cdot \pi$$

$$= 1055,58 \text{ cm}^2$$

Der Flächeninhalt des roten Ringes beträgt 1055,58 cm<sup>2</sup>.

2. Frau Werner kauft für ihr neues Esszimmer einen kreisrunden Tisch mit einem Durchmesser von 1,75 m.

a) Wie teuer wird eine Tischdecke für diesen Tisch, wenn die Decke aus optischen Gründen überall 25 cm überhängen? 1 m<sup>2</sup> Tischstoff kostet 64 Euro.

Durchmesser mit Überlappung:  $d = 1,75 \text{ m} + 0,5 \text{ m} = 2,25 \text{ m}$

Radius ist mit Überlappung:  $r = 1,125 \text{ m}$

$$(1,125 \text{ m})^2 \cdot \pi = 1,265625 \text{ m}^2 \cdot \pi = 1,27 \text{ m}^2 \cdot \pi = 3,99 \text{ m}^2$$

1 m<sup>2</sup> Stoff kostet 64 Euro, also kosten 3,99 m<sup>2</sup>

$$\rightarrow (64 \cdot 3,99) \text{ €} = 255,36 \text{ €}$$

Die Tischdecke kostet 255,36 €.

b) Wie viele Personen haben an diesem Tisch Platz, wenn man pro Person 75 cm Platz einrechnet?

$$\text{Kreisumfang: } U = d \cdot \pi \quad U = 1,75 \text{ m} \cdot \pi \quad U = 5,5 \text{ m}$$

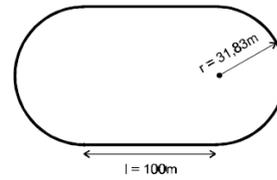
$$5,5 \text{ m} : 0,75 \text{ m} = 7,33$$

An diesem Tisch haben 7 Personen Platz.

3. Berechne die fehlenden Werte der ganzen Kreise in der Tabelle:

Radius	Umfang	Fläche
15,92 cm	100,028 cm	796,225 cm <sup>2</sup>
5,001 cm	31,42 dm	78,56 dm <sup>2</sup>
3 m	18,85 m	28,27 m <sup>2</sup>

4. Die Zeichnung zeigt einen Sportplatz.  
Berechne den Umfang und die Fläche



Der Umfang des Sportplatzes besteht aus dem Umfang des Kreises mit dem Radius 31,83 m + den beiden Geraden von je 100 m.

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi + 200 \text{ m} \quad U = 2 \cdot 31,83 \text{ m} \cdot \pi + 200 \text{ m}$$

$$U = 63,66 \text{ m} \cdot \pi + 200 \text{ m} \quad U = 199,99 \text{ m} + 200 \text{ m} \quad U = 399,99 \text{ m}$$

Der Umfang des Sportplatzes beträgt 399,99 m.

Die Fläche des Sportplatzes besteht aus der Fläche des Kreises mit dem Radius 31,83 m und der Fläche des Rechtecks mit den Kantenlängen  $a = 100 \text{ m}$ ,  $b = 2 \cdot 31,83 \text{ m}$

$$A_{\text{Kreis}}: r^2 \cdot \pi \quad A = (31,83 \text{ m})^2 \cdot \pi \quad A = 1013,15 \text{ m}^2 \cdot \pi \quad A = 3182,90 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Quadrat}}: a \cdot b \quad A = 100 \text{ m} \cdot (2 \cdot 31,83 \text{ m}) \quad A = 100 \text{ m} \cdot 62,6 \text{ m} \quad A = 6366 \text{ m}^2$$

$$A_{\text{Kreis}} + A_{\text{Quadrat}}: 3182,90 \text{ m}^2 + 6366 \text{ m}^2 \quad A_{\text{ges}} = 9548,90 \text{ m}^2$$

Die Gesamtfläche des Sportplatzes beträgt 9548,90 m<sup>2</sup>.

5. Berechne den Umfang eines Viertelkreises mit  $r = 7 \text{ cm}$ .

$$U = \frac{1}{4} \cdot 2 \cdot r \cdot \pi \quad U = \frac{1}{2} \cdot 7 \text{ cm} \cdot \pi \quad U = 3,5 \text{ cm} \cdot \pi \quad U = 10,9955 \text{ cm}$$

6. Der Umfang eines Kreises misst 30 cm. Berechne den Durchmesser.

$$U = d \cdot \pi \quad d = \frac{U}{\pi} \quad d = \frac{30 \text{ cm}}{\pi} \quad d = 9,55 \text{ cm}$$

7. Simon will seinen Teich im Winter abdecken, der Teich hat einen Umfang von 3 m.  
Wie groß muss die Fläche der Abdeckung sein?

$$U = 2 \cdot r \cdot \pi \quad r = \frac{U}{2 \cdot \pi} \quad r = \frac{3 \text{ m}}{2 \cdot \pi} \quad r = 1,5 \text{ m} : \pi \quad r \approx 0,477 \text{ m}$$

$$A = r^2 \cdot \pi \quad A = (0,477 \text{ m})^2 \cdot \pi \quad A = 0,228 \text{ m}^2 \cdot \pi \quad A = 0,716 \text{ m}^2$$

Die Fläche der Abdeckung muss 0,716 m<sup>2</sup> sein.