Wurzeln Station 1

1. Bestimme die folgenden Wurzeln. Begründe dein Ergebnis. Gib diejenigen ganzen Zahlen an, zwischen denen die Wurzel liegt, falls sie irrational ist.

   a) $\sqrt{49}$ = ______ b) $\sqrt{4{,}9}$ = ______ c) $\sqrt{490000}$ = ______

   d) $\sqrt{0{,}49}$ = ______ e) $\sqrt{\frac{121}{49}}$ = ______ f) $\sqrt[3]{1000}$ = ______

2. Berechne die folgenden Ausdrücke. Mache gegebenenfalls irrationale Nenner rational. Ziehe gegebenenfalls teilweise die Wurzeln. Benutze gegebenenfalls die unten stehende Tabelle.

   a) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{18}}$ = ________ b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27}$ = ________ c) $\frac{2}{\sqrt{5}}$ = ______

   d) $\sqrt{3} + \sqrt{27} + \sqrt{75}$ = __________ e) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}+\sqrt{28}}$ = _________

   f) $\sqrt{3} \cdot (1 - \sqrt{3}) + \sqrt{2} \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{10})$ = ____________

3. a) Berechne die Zahl $\sqrt{18}$ mit Hilfe der untenstehenden Tabelle.

   b) Konstruiere die Zahl $\sqrt{18}$ auf einem Zahlenstrahl. Wähle 1 cm als Einheit.
   Hinweis: Konstruiere ein Quadrat mit der Seitenlänge $\sqrt{18}$ aus zwei geeigneten gleich großen Quadraten. Gib an, welchen Flächeninhalt und welche Seitenlänge die beiden Quadrate haben müssen. Begründe das Verfahren.

x	2	3	5
$\sqrt{x}$	1,41	1,73	2,24

4. Ziehe teilweise die Wurzel, so dass der verbleibende Radikand eine möglichst kleine natürliche Zahl wird.

   a) $\sqrt{48}$ = ______ b) $\sqrt{125}$ = _______ c) $\sqrt{4050}$ = _______

5. Bestimme die Wurzeln. Falls die Wurzel irrational ist, schreibe in **i**.

   a) $\sqrt{144}$ = _____ b) $\sqrt{4{,}41}$ = _____ c) $\sqrt{265}$ = _____

   d) $\sqrt{256}$ = _____ e) $\sqrt{0{,}1}$ = _____ f) $\sqrt{3600}$ = _____

   g) $\sqrt{2{,}89}$ = _____ h) $\sqrt{0{,}04}$ = _____ i) $\sqrt{\frac{1}{25}}$ = _____

   j) $\sqrt{\frac{169}{196}}$ = _____ k) $\sqrt{\frac{1024}{4096}}$ = _____ l) $\sqrt{\frac{9}{18}}$ = _____

1. Vereinfache soweit wie möglich.

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} =$ ______ b) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} =$ ______

c) $(5 - \sqrt{3}) \cdot (5 - \sqrt{3}) =$ _____ d) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} + \sqrt{18}) =$ ______

e) $\sqrt{9 + 16} =$ ________ f) $9 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{112} =$ ________

2. Berechne

a) $\sqrt{3{,}24} =$ ____ b) $\sqrt{0{,}49} =$ ____ c) $\sqrt{0{,}81} =$ _____

d) $\sqrt{0{,}0144} =$ ____ e) $\sqrt{1{,}69} =$ ____ f) $\sqrt{0{,}0169} =$ _____

g) $\sqrt{900} =$ ____ h) $\sqrt{10000} =$ ____ i) $\sqrt{28900} =$ _____

j) $\sqrt{\frac{16}{81}} =$ ____ k) $\sqrt{\frac{64}{9}} =$ ____ l) $\sqrt{\frac{400}{361}} =$ _____

3. Ziehe teilweise die Wurzel! Der Radikand soll möglichst klein sein!

a) $\sqrt{9a} =$ _____ b) $\sqrt{3a^2} =$ _____ c) $\sqrt{32x^2} =$ _____

d) $\sqrt{4a^4b^2} =$ _____ e) $\sqrt{27a^3b} =$ _____ f) $\sqrt{80x^2y^3} =$ _____

4. Fasse zusammen und vereinfache so weit wie möglich. Unter den Wurzeln sollen die ganzen Zahlen so klein wie möglich sein.

a) $\sqrt{\frac{5}{6x}} \cdot \sqrt{30x^3} =$ ________ b) $\sqrt{ab^2} : \sqrt{a^2b^4} =$ _________

c) $7k \cdot \sqrt{3} - 2k \cdot \sqrt{2} - 5k \cdot \sqrt{3} + k \cdot \sqrt{8} =$ __________

d) $\sqrt{50} - \sqrt{2} =$ ________ e) $-\sqrt{c} + 6 \cdot \sqrt{c} =$ ____________

5. Löse die Klammern auf und vereinfache so weit wie möglich.

a) $(3\sqrt{7} + \sqrt{11})\,(3\sqrt{7} - \sqrt{11}) =$

b) $(\sqrt{2} - \sqrt{3})\,(\sqrt{8} + \sqrt{3}) =$

c) $(5\sqrt{a} - 8\sqrt{b})\,(3\sqrt{b} + 5\sqrt{a}) =$

d) $\sqrt{cd^2} \cdot (\sqrt{c} + \sqrt{d}) + (\sqrt{c} - \sqrt{d}) \cdot \sqrt{c^2d} =$

6. Zeige durch Rechnung, dass

$\sqrt{14 - 8\sqrt{3}} = \sqrt{8} - \sqrt{6}$

1. Bestimme die Lösungen. Schreibe möglichst ohne Wurzelzeichen.

a) $x^2 = 84$ ____________ b) $x^2 = 3{,}61$ ____________ c) $x^2 = 0{,}0625$ ____________

d) $x^2 = -2$ ____________ e) $x^2 = 2$ ____________

2. Zwischen welchen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen liegt die Wurzel? Denke an Quadratzahlen

a) ___ $< \sqrt{3} <$ ___ b) ___ $< \sqrt{60} <$ ___ c) ___ $< \sqrt{110} <$ ___

d) ___ $< \sqrt{10} <$ ___ e) ___ $< \sqrt{500} <$ ___ f) ___ $< \sqrt{1000} <$ ___

3. Mache den Nenner rational!

a) $\frac{5}{\sqrt{7}} =$ ____________ b) $\sqrt{\frac{9}{11}} =$ ____________

4. Berechne den Wurzelwert. Runde auf zwei Stellen nach dem Komma.

a) $\sqrt{28} =$ ____ b) $\sqrt{127} =$ ____ c) $\sqrt{1078} =$ ____

5. Finde die Fehler. Streiche den Lösungsversuch ab der fehlerhaften Stelle durch und korrigiere!

a) $3 \cdot \sqrt{15} + 3 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5}\left(3 \cdot \sqrt{3} + 3\right) = \sqrt{5} \cdot 6 \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot \sqrt{15}$

b) $\sqrt{500} - \sqrt{250} = \sqrt{500 - 250} = \sqrt{250} = \sqrt{25 \cdot 10} = 5 \cdot \sqrt{10}$

c) $7 \cdot \sqrt{3} - 7 \cdot \sqrt{2} = 7 \cdot \left(\sqrt{3} - \sqrt{2}\right) = 7 \cdot \sqrt{1} = 7$

d) $2 \cdot \sqrt{8} + 8 \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 4} + 8 \cdot \sqrt{2} = 8 \cdot \sqrt{2} + 8 \cdot \sqrt{2} = 16 \cdot \sqrt{2}$

6. Fasse die Wurzeln zusammen und berechne

a) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} =$ ______________ b) $\sqrt{1{,}25} \cdot \sqrt{500} =$ ______________

c) $\sqrt{48} : \sqrt{3} =$ ______________

7. Unterscheide

a) $\sqrt{4^2 + 2^2}$ b) $\sqrt{4^2 - 2^2}$

c) $\sqrt{4^2 \cdot 2^2}$ d) $\sqrt{4^2 : 2^2}$

8. Berechne

a) $5\sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{16} - \sqrt{72} =$ ____________

b) $\sqrt{128} - \sqrt{20} + \sqrt{45} - \frac{5}{2}\sqrt{8} =$ ____________

1. Fasse zusammen und vereinfache soweit wie möglich!

a) $\sqrt{6xy} \cdot \sqrt{24xy} =$ ____________ b) $(\sqrt{a} + 5)^2 =$ ________________

2. Vereinfache folgende Produkte:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} =$ ________________ b) $\sqrt{2x} \cdot \sqrt{8y} =$ ________________

c) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a^3} =$ ________________ d) $(3 - \sqrt{6}) \cdot (2 + \sqrt{6}) =$ ________________

e) $\sqrt{c^3} \cdot \sqrt{3c} =$ ________________ f) $(3 + \sqrt{6}) \cdot (3 - \sqrt{6}) =$ ________________

3. Vereinfache durch Ausklammern oder Ausmultiplizieren

a) $2 \cdot \sqrt{7} + 5 \cdot \sqrt{7} =$ __________________ b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{75} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{125} =$ ______________

c) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{15} - 2 \cdot \sqrt{15} =$ ______________ d) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{18} - \sqrt{50}) =$ _________________

4. Faktorisiere die Wurzel

a) $\sqrt{54} =$ _________ b) $\sqrt{96} =$ _________ c) $\sqrt{80} =$ _________

d) $\sqrt{75} + \sqrt{27} =$ _________ e) $\sqrt{54} + \sqrt{24} =$ _________

f) $\sqrt{150} + \sqrt{96} =$ _________ g) $\sqrt{175} + \sqrt{28} - \sqrt{112} =$ _________

5. Berechne

a) $\sqrt{0{,}0049} =$ ________ b) $\sqrt{8a} \cdot \sqrt{32a} =$ __________

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{12} =$ _________ d) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} =$ _________

e) $\sqrt{2x \cdot 2x} =$ _________ f) $\sqrt{\frac{625}{900}} =$ ________________

6. Kreise diejenigen Wurzeln ein, die irrational sind

$\sqrt{7}$ $\sqrt{8}$ $\sqrt{49}$ $\sqrt{65}$ $\sqrt{121}$ $\sqrt{100}$ $\sqrt{101}$

7. Schreibe unter einer Wurzel

a) $2 \cdot \sqrt{5} =$ _______ b) $7 \cdot \sqrt{10} =$ _______

c) $5 \cdot \sqrt{7} =$ _______ d) $10 \cdot \sqrt{15} =$ _______

8. Vereinfache durch Ausmultiplizieren

a) $\sqrt{5} \cdot (\sqrt{20} + \sqrt{45}) =$ ____________ b) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{32} - \sqrt{72}) =$ ____________

c) $\sqrt{7} \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{28}) =$ ____________ d) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{12} + \sqrt{48} - \sqrt{108}) =$ ____________

e) $(\sqrt{44} - \sqrt{11}) \cdot \sqrt{11} =$ _____________ f) $\sqrt{10} \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{2}) =$ ____________

1. Berechne

a) $\sqrt{5} \cdot (5\sqrt{5} - \sqrt{45}) =$ ______________

b) $(\sqrt{14} \cdot \sqrt{35}) : \frac{2}{\sqrt{5}} =$ ______________

c) $(\sqrt{0{,}0144} + 3) : \sqrt{0{,}09} =$ ______________

2. Ziehe teilweise die Wurzel

a) $\sqrt{48} =$ ______ b) $\sqrt{432} =$ ______ c) $\sqrt{405} =$ ______ d) $\sqrt{588} =$ ______

3. Vereinfache zunächst den Term und gib das Ergebnis eventuell als Näherungswert an.

a) $9 \cdot \sqrt{7} - \sqrt{112} = 9 \cdot \sqrt{7} -$ ____ $\cdot \sqrt{7} = (9 -$ ____ $) \cdot \sqrt{7} =$ ____ $\cdot \sqrt{7} =$ ________

b) $9 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{112} =$ _______ = _______ = ________

c) $9 \cdot \sqrt{7} + \sqrt{112} =$ _______ = _______ = _______ = _______

d) $\frac{9 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{112}} = - = - =$ ______

4. Berechne für folgende Zahlen die Wurzel. Unterstreiche die Ergebnisse, für die nur ein gerundeter Näherungswert angegeben ist.

a) x = 90 $\sqrt{x} =$ ______ b) x = 900 $\sqrt{x} =$ ______ c) x = 9000 $\sqrt{x} =$ ______

d) x = 0,64 $\sqrt{x} =$ ______ e) x = 0,064 $\sqrt{x} =$ ______ f) x = 0,0064 $\sqrt{x} =$ ______

g) x = 210,25 $\sqrt{x} =$ ______ h) x = 2102,2 $\sqrt{x} =$ ______ i) x = 21025 $\sqrt{x} =$ ______

j) x = 0,16 $\sqrt{x} =$ ______ k) x = 0,09 $\sqrt{x} =$ ______ l) x = 0,04 $\sqrt{x} =$ ______

5. Berechne für folgende Zahlen die Wurzel. Kontrolliere dein Ergebnis durch Quadrieren

a) $x = 12^2$ $\sqrt{x} =$ ____ b) $x = 2 \cdot 12^2$ $\sqrt{x} =$ ____ c) $x = 4 \cdot 12^2$ $\sqrt{x} =$ ____

d) $x = 8 \cdot 12^2$ $\sqrt{x} =$ ____ e) $x = (16 \cdot 121)$ $\sqrt{x} =$ ____ f) $x = (16 + 121)$ $\sqrt{x} =$ __

g) $x = \left(\frac{1}{4} \cdot 100\right)$ $\sqrt{x} =$ ____ h) $x = \frac{1}{4} + 100$ $\sqrt{x} =$ ____

6. Berechne den Term möglichst im Kopf. Entscheide, ob du ein Gleichheitszeichen oder ein Ungefährzeichen einsetzen musst.

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$ _ _____ b) $\sqrt{2} + \sqrt{8}$ _ _____ c) $2 \cdot \sqrt{2}$ _ _____

d) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}}$ _ _____ e) $5 - \sqrt{25}$ _ _____ f) $3 + \sqrt{8}$ _ _____

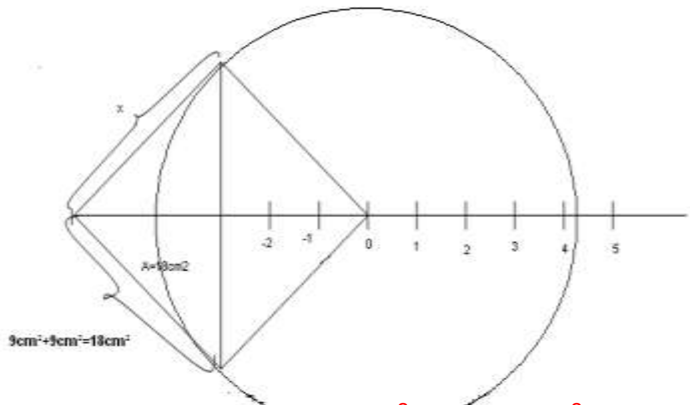
1. Bestimme die folgenden Wurzeln. Begründe dein Ergebnis. Gib diejenigen ganzen Zahlen an, zwischen denen die Wurzel liegt, falls sie irrational ist.
   a) $\sqrt{49} = (\pm)7,\ \text{da } 7^2 = 49,\ \text{bzw.} (-7)^2 = 49$
   b) $2 < \sqrt{4{,}9} < 3, \text{da } 2^2 = 4 \text{ und } 3^2 = 9$
   c) $\sqrt{490000} = \sqrt{49 \cdot 10000} = (\pm)7 \cdot 100 = (\pm)700$
   d) $\sqrt{0{,}49} = \sqrt{0{,}7 \cdot 0{,}7} = (\pm)0{,}7$
   e) $\sqrt{\frac{121}{49}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{49}} = (\pm)\,\frac{11}{7}$
   f) $\sqrt[3]{1000} = 10, \text{da } 10^3 = 1000$

2. Berechne die folgenden Ausdrücke. Mache gegebenenfalls irrationale Nenner rational. Ziehe gegebenenfalls teilweise die Wurzeln. Benutze gegebenenfalls die unten stehende Tabelle.
   a) $\frac{\sqrt{72}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{72}{18}} = \sqrt{4} = \pm 2$
   b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 27} = \sqrt{81} = \pm 9$
   c) $\frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{2}{5}\sqrt{5} = 0{,}4 \cdot 2{,}24 = 0{,}896$
   d) $\sqrt{3} + \sqrt{27} + \sqrt{75} = \sqrt{3} + \sqrt{3 \cdot 9} + \sqrt{3 \cdot 25} = \sqrt{3} + 3 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot \sqrt{3} =$
   $9 \cdot \sqrt{3} = 9 \cdot 1{,}73 = 15{,}57$
   e) $\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{7}+\sqrt{28}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7}+\sqrt{4 \cdot 7}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7}+2\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2} \cdot \sqrt{7}}{3\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}}{3} = 1{,}41 : 3 = 0{,}47$
   f) $\sqrt{3} \cdot (1 - \sqrt{3}) + \sqrt{2} \cdot (\sqrt{6} + \sqrt{10}) = \sqrt{3} \cdot 1 - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} + \sqrt{2} \cdot \sqrt{10} =$
   $\sqrt{3} - 3 + \sqrt{12} + \sqrt{20} = \sqrt{3} - 3 + \sqrt{3 \cdot 4} + \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{3} - 3 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{5} = 3\sqrt{3} - 3 + \sqrt[2]{5}$
   $= 3 \cdot 1{,}73 – 3 + 2 \cdot 2{,}24 = 5{,}19 – 3 + 4{,}48 = 6{,}67$

3. a) Berechne die Zahl $\sqrt{18}$ mit Hilfe der untenstehenden Tabelle.
   $\sqrt{18} = \sqrt{2 \cdot 9} = 3\sqrt{2} = 3 \cdot 1{,}41 = 4{,}23$
   b) Konstruiere die Zahl $\sqrt{18}$ auf einem Zahlenstrahl. Wähle 1 cm als Einheit. Hinweis: Konstruiere ein Quadrat mit der Seitenlänge $\sqrt{18}$ aus zwei geeigneten gleich großen Quadraten. Gib an, welchen Flächeninhalt und welche Seitenlänge die beiden Quadrate haben müssen. Begründe das Verfahren.

x	2	3	5
$\sqrt{x}$	1,41	1,73	2,24

b) x = $\sqrt{18}$
A = x^2 = 18



Begründung: Muss zwischen 4 und 5 liegen, weil $4^2 = 16$ und $5^2 = 25$ ist.

4. Ziehe teilweise die Wurzel, so dass der verbleibende Radikand eine möglichst kleine natürliche Zahl wird.

a) $\sqrt{48} = \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 3} = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ b) $\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$

c) $\sqrt{4050} = \sqrt{81 \cdot 25 \cdot 2} = 9 \cdot 5\sqrt{2} = 45\sqrt{2}$

5. Bestimme die Wurzeln. Falls die Wurzel irrational ist, schreibe in **i**.

a) $\sqrt{144} = 12$ b) $\sqrt{4{,}41} = 2{,}1$ c) $\sqrt{265} = i$

d) $\sqrt{256} = 16$ e) $\sqrt{0{,}1} = i$ f) $\sqrt{3600} = 60$

g) $\sqrt{2{,}89} = 1{,}7$ h) $\sqrt{0{,}04} = 0{,}2$ i) $\sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5}$

j) $\sqrt{\frac{169}{196}} = \frac{13}{14}$ k) $\sqrt{\frac{1024}{4096}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ l) $\sqrt{\frac{9}{18}} = i$

1. Vereinfache soweit wie möglich.

a) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{20}=\sqrt{100}=10$

b) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{27}{3}}=\sqrt{9}=3$

c) $(5-\sqrt{3})\cdot(5-\sqrt{3})=25-3=22$

d) $\sqrt{2}\cdot(\sqrt{8}+\sqrt{18})=\sqrt{16}+\sqrt{36}=10$

e) $\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

f) $\sqrt{5}\cdot\sqrt{5}=\sqrt{5\cdot5}=5$

2. Berechne

a) $\sqrt{3,24}=1,8$
b) $\sqrt{0,49}=0,7$
c) $\sqrt{0,81}=0,9$
d) $\sqrt{0,0144}=0,12$
e) $\sqrt{1,69}=1,3$
f) $\sqrt{0,0169}=0,13$
g) $\sqrt{900}=30$
h) $\sqrt{10000}=100$
i) $\sqrt{28900}=170$
j) $\sqrt{\frac{16}{81}}=\frac{4}{9}$
k) $\sqrt{\frac{64}{9}}=\frac{8}{3}=2\frac{2}{3}$
l) $\sqrt{\frac{400}{361}}=\frac{20}{19}=1\frac{1}{19}$

3. Ziehe teilweise die Wurzel! Der Radikand soll möglichst klein sein!

a) $\sqrt{9a}=\sqrt{9}\cdot\sqrt{a}=3\sqrt{a}$

b) $\sqrt{3a^2}=\sqrt{3}\cdot\sqrt{a^2}=a\sqrt{3}$

c) $\sqrt{32x^2}=\sqrt{32}\cdot\sqrt{x^2}=\sqrt{16\cdot2}\cdot\sqrt{x^2}=4\cdot x\cdot\sqrt{2}$

d) $\sqrt{4a^4b^2}=\sqrt{4}\cdot\sqrt{a^4}\cdot\sqrt{b^2}=2\,a^2b$

e) $\sqrt{27a^3b}=\sqrt{27}\cdot\sqrt{a^3}\cdot\sqrt{b}=\sqrt{9\cdot3}\cdot\sqrt{a^2\cdot a}\cdot\sqrt{b}=3\sqrt{3}\cdot a\sqrt{a}\cdot\sqrt{b}=3a\sqrt{3ab}$

f) $\sqrt{80x^2y^3}=\sqrt{80}\cdot\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{y^3}=\sqrt{16\cdot5}\cdot\sqrt{x^2}\cdot\sqrt{y^2\cdot y}=4\sqrt{5}\cdot x\cdot y\cdot\sqrt{y}=4\,x\,y\sqrt{5y}$

4. Fasse zusammen und vereinfache so weit wie möglich. Unter den Wurzeln sollen die ganzen Zahlen so klein wie möglich sein.

a) $\sqrt{\frac{5}{6x}}\cdot\sqrt{30x^3}=\sqrt{\frac{5\cdot30\cdot x^3}{6\cdot x}}=\sqrt{25\cdot x^2}=5\,x$

b) $\sqrt{ab^2}:\sqrt{a^2b^4}=\sqrt{\frac{ab^2}{a^2\,b^4}}=\sqrt{\frac{1}{ab^2}}=\frac{1}{b\sqrt{a}}$

c) $7k\cdot\sqrt{3}-2k\cdot\sqrt{2}-5k\cdot\sqrt{3}+k\cdot\sqrt{8}=7k\cdot\sqrt{3}-2k\cdot\sqrt{2}-5k\cdot\sqrt{3}+2k\cdot\sqrt{2}=2\,k\sqrt{3}$

d) $\sqrt{50}-\sqrt{2}=\sqrt{25\cdot2}-\sqrt{2}=5\cdot\sqrt{2}-\sqrt{2}=4\cdot\sqrt{2}$

e) $-\sqrt{c}+6\cdot\sqrt{c}=5\cdot\sqrt{c}$

5. Löse die Klammern auf und vereinfache so weit wie möglich.

a) $(3\sqrt{7}+\sqrt{11})(3\sqrt{7}-\sqrt{11})=9\cdot7-11=63-11=52$

b) $(\sqrt{2}-\sqrt{3})\,(\sqrt{8}+\sqrt{3})=\sqrt{16}+\sqrt{6}-\sqrt{24}-\sqrt{9}=4+\sqrt{6}-3=1-\sqrt{6}$

c) $(5\sqrt{a}-8\sqrt{b})\,(3\sqrt{b}+5\sqrt{a})=15\sqrt{ab}+25a-24b-40\sqrt{ab}=25a-24b-25\sqrt{ab}$

d) $\sqrt{cd^2}\cdot(\sqrt{c}+\sqrt{d})+(\sqrt{c}-\sqrt{d})\cdot\sqrt{c^2d}=\sqrt{c^2d^2}+\sqrt{cd^3}+\sqrt{c^3d}-\sqrt{c^2d^2}=\sqrt{cd^3}+\sqrt{c^3d}$
$=d\sqrt{cd}\;+\;c\sqrt{cd}=\;(d+c)\sqrt{cd}$

6. Zeige durch Rechnung, dass

$\sqrt{14-8\sqrt{3}}=\sqrt{8}-\sqrt{6}$

Beide Seiten der Gleichung werden quadriert und dann umgeformt:

linke Seite: $\left(\sqrt{14-8\sqrt{3}}\right)^2=14-8\sqrt{3}$

rechte Seite: $(\sqrt{8}-\sqrt{6})^2=\sqrt{8^2}-2\cdot\sqrt{8}\cdot\sqrt{6}+\sqrt{6^2}=8-2\cdot\sqrt{48}+6=14-2\cdot\sqrt{16\cdot3})$
$=14-2\cdot4\cdot\sqrt{3}=14-8\sqrt{3}$

Da beide Seiten übereinstimmen und in der Ausgangsgleichung die Terme auf beiden Seiten positiv sind, ist die gegebene Gleichung wahr.

1. Bestimme die Lösungen. Schreibe möglichst ohne Wurzelzeichen.

a) $x^2 = 84$
$\sqrt{84};\ -\sqrt{84}$

b) $x^2 = 3,61$
1,9: -1,9

c) $x^2 = 0,0625$
0,25; -0,25

d) $x^2 = -2$
keine Lösung

e) $x^2 = 2$
$\sqrt{2};\ -\sqrt{2}$

2. Zwischen welchen aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen liegt die Wurzel? Denke an Quadratzahlen

a) $1 < \sqrt{3} < 2$ b) $7 < \sqrt{60} < 8$ c) $10 < \sqrt{110} < 11$

d) $3 < \sqrt{10} < 4$ e) $22 < \sqrt{500} < 23$ f) $31 < \sqrt{1000} < 32$

3. Mache den Nenner rational!

a) $\frac{5}{\sqrt{7}} = \frac{5}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{5\sqrt{7}}{7}$ b) $\sqrt{\frac{9}{11}} = \frac{3}{\sqrt{11}} \cdot \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} = \frac{3\sqrt{11}}{11}$

4. Berechne den Wurzelwert. Runde auf zwei Stellen nach dem Komma.

a) $\sqrt{28} = 5{,}29$ b) $\sqrt{127} = 11{,}27$ c) $\sqrt{1078} = 32{,}83$

5. Finde die Fehler. Streiche den Lösungsversuch ab der fehlerhaften Stelle durch und korrigiere!

a) $3 \cdot \sqrt{15} + 3 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5}(3 \cdot \sqrt{3} + 3) = \cancel{\sqrt{5} \cdot 6 \cdot \sqrt{3} = 6 \cdot \sqrt{15}}\ 3 \cdot \sqrt{5}(\sqrt{3} + 1)$

b) $\sqrt{500} - \sqrt{250} = \sqrt{500 - 250} = \cancel{\sqrt{250} = \sqrt{25 \cdot 10} = 5 \cdot \sqrt{10}}$
$\sqrt{5 \cdot 100} - \sqrt{25 \cdot 10} = 10 \cdot \sqrt{5} - 5 \cdot \sqrt{10}$

c) $7 \cdot \sqrt{3} - 7 \cdot \sqrt{2} = \cancel{7 \cdot (\sqrt{3} - \sqrt{2}) = 7 \cdot \sqrt{1} = 7}\ \ 7(\sqrt{3} - \sqrt{2})$

d) $2 \cdot \sqrt{8} + 8 \cdot \sqrt{2} = 2 \cdot \sqrt{2 \cdot 4} + 8 \cdot \sqrt{2} = \cancel{8 \cdot \sqrt{2} + 8 \cdot \sqrt{2} = 16 \cdot \sqrt{2}}$
$4 \cdot \sqrt{2} + 8 \cdot \sqrt{2} = 12 \cdot \sqrt{2}$

6. Fasse die Wurzeln zusammen und berechne

a) $\sqrt{32} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{32 \cdot 2} = \sqrt{64} = 8$ b) $\sqrt{1{,}25} \cdot \sqrt{500} = \sqrt{1{,}25 \cdot 500} = \sqrt{625} = 25$

c) $\sqrt{48} : \sqrt{3} = \sqrt{48 : 3} = \sqrt{16} = 4$

7. Unterscheide

a) $\sqrt{4^2 + 2^2} = \sqrt{16 + 4} = \sqrt{20} = \sqrt{4 \cdot 5} = 2\sqrt{5}$

b) $\sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = \sqrt{4 \cdot 3} = 2\sqrt{3}$

c) $\sqrt{4^2 \cdot 2^2} = 4 \cdot 2 = 8$ d) $\sqrt{4^2 : 2^2} = \sqrt{16 : 4} = \sqrt{4} = 2$

8. Berechne

a) $5\sqrt{8} - \sqrt{32} + \sqrt{16} - \sqrt{72} = 5\sqrt{4 \cdot 2} - \sqrt{16 \cdot 2} + 4 - \sqrt{36 \cdot 2} =$
$5 \cdot 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 4 - 6\sqrt{2} = 10\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 4 - 6\sqrt{2} = (10 - 4 - 6)\sqrt{2} + 4 = 4$

b) $\sqrt{128} - \sqrt{20} + \sqrt{45} - \frac{5}{2}\sqrt{8} = \sqrt{64 \cdot 2} - \sqrt{4 \cdot 5} + \sqrt{9 \cdot 5} - \frac{5}{2}\sqrt{4 \cdot 2} =$
$8\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - \frac{5}{2} \cdot 2\sqrt{2} = 8\sqrt{2} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} - 5\sqrt{2} = (8 - 5)\sqrt{2} + (-2 + 3)\sqrt{5} =$
$3\sqrt{2} + \sqrt{5}$

1. Fasse zusammen und vereinfache soweit wie möglich!

a) $\sqrt{6xy} \cdot \sqrt{24xy} = \sqrt{144x^2y^2} = 12xy$

b) $(\sqrt{a+5})^2 = \sqrt{a+5} \cdot \sqrt{a+5} = a+5$

2. Vereinfache folgende Produkte:

a) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{3 \cdot 12} = \sqrt{36} = 6$

b) $\sqrt{2x} \cdot \sqrt{8y} = \sqrt{2x \cdot 8y} = \sqrt{16xy} = 4\sqrt{xy}$

c) $\sqrt{a} \cdot \sqrt{a^3} = \sqrt{a^4} = a^2$

d) $(3-\sqrt{6}) \cdot (2+\sqrt{6}) = 6 - 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 6 = \sqrt{6}$

e) $\sqrt{c^3} \cdot \sqrt{3c} = c^2 \cdot \sqrt{3}$

f) $(3+\sqrt{6}) \cdot (3-\sqrt{6}) = 9 - 6 = 3$

3. Vereinfache durch Ausklammern oder Ausmultiplizieren

a) $2 \cdot \sqrt{7} + 5 \cdot \sqrt{7} = (2+5) \cdot \sqrt{7} = 7 \cdot \sqrt{7}$

b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{75} - \sqrt{5} \cdot \sqrt{125} = \sqrt{3 \cdot 75} - \sqrt{5 \cdot 125} = \sqrt{225} - \sqrt{625} = 15 - 25 = -10$

c) $\sqrt{9} \cdot \sqrt{15} - 2 \cdot \sqrt{15} = 3\sqrt{15} - 2\sqrt{15} = \sqrt{15}$

d) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{18} - \sqrt{50}) = \sqrt{2 \cdot 18} - \sqrt{2 \cdot 50} = 6 - 10 = -4$

4. Faktorisiere die Wurzel

a) $\sqrt{54} = \sqrt{9 \cdot 6} = 3 \cdot \sqrt{6}$

b) $\sqrt{96} = \sqrt{16 \cdot 6} = 4 \cdot \sqrt{6}$

c) $\sqrt{80} = \sqrt{9 \cdot 5} = 3 \cdot \sqrt{5}$

d) $\sqrt{75} + \sqrt{27} = \sqrt{3 \cdot 25} + \sqrt{9 \cdot 3} = 5\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 8\sqrt{3}$

e) $\sqrt{54} + \sqrt{24} = \sqrt{9 \cdot 6} + \sqrt{4 \cdot 6} = 3\sqrt{6} + 2\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$

f) $\sqrt{150} + \sqrt{96} = \sqrt{25 \cdot 6} + \sqrt{16 \cdot 6} = 5\sqrt{6} + 4\sqrt{6} = 9\sqrt{6}$

g) $\sqrt{175} + \sqrt{28} - \sqrt{112} = \sqrt{25 \cdot 7} + \sqrt{4 \cdot 7} - \sqrt{16 \cdot 7} = 5\sqrt{7} + 2\sqrt{7} - 4\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$

5. Berechne

a) $\sqrt{0{,}0049} = 0{,}07$

b) $\sqrt{8a} \cdot \sqrt{32a} = \sqrt{8a \cdot 32a} = \sqrt{256a^2} = 16a$

c) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{12} = \sqrt{2 \cdot 6 \cdot 12} = \sqrt{144} = 12$

d) $\sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} = \sqrt{x^4} = x^2$

e) $\sqrt{2x \cdot 2x} = \sqrt{4x^2} = 2x$

f) $\sqrt{\frac{625}{900}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{900}} = \frac{25}{30} = \frac{5}{6}$

6. Kreise diejenigen Wurzeln ein, die irrational sind

$\sqrt{7}$ $\sqrt{8}$ $\sqrt{49}$ $\sqrt{65}$ $\sqrt{121}$ $\sqrt{100}$ $\sqrt{101}$

7. Schreibe unter einer Wurzel

a) $2 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{4 \cdot 5} = \sqrt{20}$

b) $7 \cdot \sqrt{10} = \sqrt{49 \cdot 10} = \sqrt{490}$

c) $5 \cdot \sqrt{7} = \sqrt{25 \cdot 7} = \sqrt{175}$

d) $10 \cdot \sqrt{15} = \sqrt{100 \cdot 15} = \sqrt{1500}$

8. Vereinfache durch Ausmultiplizieren

a) $\sqrt{5} \cdot (\sqrt{20} + \sqrt{45}) = \sqrt{100} + \sqrt{225} = 10 + 15 = 25$

b) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{32} - \sqrt{72}) = \sqrt{64} - \sqrt{144} = 8 - 12 = -4$

c) $\sqrt{7} \cdot (\sqrt{7} + \sqrt{28}) = \sqrt{49} + \sqrt{196} = 7 + 14 = 21$

d) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{12} + \sqrt{48} - \sqrt{108}) = \sqrt{36} + \sqrt{144} - \sqrt{324} = 6 + 12 - 18 = 0$

e) $(\sqrt{44} - \sqrt{11}) \cdot \sqrt{11} = \sqrt{484} - \sqrt{121} = 22 - 11 = 11$

f) $\sqrt{10} \cdot (\sqrt{5} - \sqrt{2}) = \sqrt{50} + \sqrt{20} = \sqrt{2 \cdot 25} + \sqrt{4 \cdot 5} = 5 \cdot \sqrt{2} + 2 \cdot \sqrt{5}$

1. Berechne

a) $\sqrt{5}\cdot(5\sqrt{5}-\sqrt{45}) = \sqrt{5}\cdot(5\sqrt{5}-\sqrt{9\cdot 5}) = \sqrt{5}\cdot(5\sqrt{5}-3\sqrt{5}) = \sqrt{5}\cdot 2\sqrt{5} = 2\cdot 5 = 10$

b) $(\sqrt{14}\cdot\sqrt{35}) : \frac{2}{\sqrt{5}} = \sqrt{14\cdot 35}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2} = \sqrt{2\cdot 7\cdot 5\cdot 7}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2} = 7\sqrt{2\cdot 5}\cdot\frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{7}{2}\cdot 5\cdot\sqrt{2} = \frac{35}{2}\sqrt{2}$

c) $(\sqrt{0{,}0144}+3) : \sqrt{0{,}09} = (0{,}12+3) : 0{,}3 = 3{,}12 : 0{,}3 = 31{,}2 : 3 = 10{,}4$

2. Ziehe teilweise die Wurzel

a) $\sqrt{48} = \sqrt{16\cdot 3} = 4\cdot\sqrt{3}$

b) $\sqrt{432} = \sqrt{144\cdot 3} = 12\cdot\sqrt{3}$

c) $\sqrt{405} = \sqrt{81\cdot 5} = 9\cdot\sqrt{5}$

d) $\sqrt{588} = \sqrt{196\cdot 3} = 14\cdot\sqrt{3}$

3. Vereinfache zunächst den Term und gib das Ergebnis eventuell als Näherungswert an.

a) $9\cdot\sqrt{7}-\sqrt{112} = 9\cdot\sqrt{7}-\sqrt{16}\cdot\sqrt{7} = (9-4)\cdot\sqrt{7} = 5\cdot\sqrt{7} = 13{,}23$

b) $9\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{112} = 9\cdot\sqrt{7}\cdot\sqrt{16}\cdot\sqrt{7} = 9\cdot 4\cdot 7 = 252$

c) $9\cdot\sqrt{7}+\sqrt{112} = 9\cdot\sqrt{7}+\sqrt{16}\cdot\sqrt{7} = (9+4)\cdot\sqrt{7} = 13\cdot\sqrt{7} = 34{,}39$

d) $\frac{9\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{112}} = \frac{9\cdot\sqrt{7}}{\sqrt{16}\cdot\sqrt{7}} = \frac{9}{4} = 2{,}25$

4. Berechne für folgende Zahlen die Wurzel. Unterstreiche die Ergebnisse, für die nur ein gerundeter Näherungswert angegeben ist.

a) x = 90 $\underline{\sqrt{x} = 9{,}4868..}$

b) x = 900 $\sqrt{x} = 30$

c) x = 9000 $\underline{\sqrt{x} = 94{,}868..}$

d) x = 0,64 $\sqrt{x} = 0{,}8$

e) x = 0,064 $\underline{\sqrt{x} = 0{,}25298..}$

f) x = 0,0064 $\sqrt{x} = 0{,}08$

g) x = 210,25 $\sqrt{x} = 14{,}5$

h) x = 2102,2 $\underline{\sqrt{x} = 45{,}8975..}$

i) x = 21025 $\sqrt{x} = 145$

j) x = 0,16 $\sqrt{x} = 0{,}4$

k) x = 0,09 $\sqrt{x} = 0{,}3$

l) x = 0,04 $\sqrt{x} = 0{,}2$

5. Berechne für folgende Zahlen die Wurzel. Kontrolliere dein Ergebnis durch Quadrieren.

a) $x = 12^2$ $\sqrt{x} = 12$

b) $x = 2\cdot 12^2$ $\sqrt{x} = \sqrt{2\cdot 144} = 12\cdot\sqrt{2} = 16{,}97\ldots$

c) $x = 4\cdot 12^2$ $\sqrt{x} = \sqrt{4\cdot 144} = 12\cdot 2 = 24$

d) $x = 8\cdot 12^2$ $\sqrt{x} = \sqrt{8\cdot 144} = 12\cdot 2\cdot\sqrt{2} = 33{,}94\ldots$

e) $x = (16\cdot 121)$ $\sqrt{x} = \sqrt{16\cdot 121} = \sqrt{16}\cdot\sqrt{121} = 4\cdot 11 = 44$

f) $x = (16+121)$ $\sqrt{x} = \sqrt{16+121} = \sqrt{137} = 11{,}704..$

g) $x = \left(\frac{1}{4}\cdot 100\right)$ $\sqrt{x} = \sqrt{25} = 5$

h) $x = \frac{1}{4}+100$ $\sqrt{x} = \sqrt{100{,}25} = 10{,}012\ldots$

6. Berechne den Term möglichst im Kopf. Entscheide, ob du ein Gleichheitszeichen oder ein Ungefährzeichen einsetzen musst.

a) $\sqrt{2}\cdot\sqrt{8} = \sqrt{16} = 4$

b) $\sqrt{2}+\sqrt{8} = 1{,}41..+2{,}82 \approx 4{,}23$

c) $2\cdot\sqrt{2} = 2\cdot 1{,}41 \approx 2{,}83$

d) $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3\cdot 25}}{\sqrt{3}} = \frac{5\cdot\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 5$

e) $5-\sqrt{25} = 5-5 = 0$

f) $3+\sqrt{8} = 3+2{,}82 \approx 5{,}82$