Lineare Gleichungen sind Gleichungen mit zwei Variablen, nämlich x und y. Diese Gleichungen haben als Lösung Zahlenpaare (x;y), welche die Gleichung lösen. Trägt man alle diese Paare in ein Koordinatensystem ein, so liegen sie alle auf einer Geraden.

Merke: Steht die Gleichung nicht in der Form: $y = mx + b$ da, so formt man sie immer als Erstes in diese Form um.
Beispiel: $2x + y = 8$
$y = 8 - 2x$ also $y = -2x + 8$

Lineare Gleichungssysteme bestehen aus zwei Gleichungen mit jeweils zwei Variablen. Jede der Gleichungen hat unendlich viele Zahlenpaare als Lösung.
Wie kann man aber die Zahlenpaare finden, die beide Gleichungen lösen?

1. Lösung durch Zeichnung: Die Koordinaten des Schnittpunktes S(x/y)
2. Lösung durch Rechnung
   2.1. Gleichsetzungsverfahren
   2.2. Einsetzungsverfahren
   2.3. Additionsverfahren

Die Zahlenpaare, die beide Gleichungen lösen, nennt man Lösung des Gleichungssystems.

Merke: Ein lineares Gleichungssystem mit zwei Variablen hat entweder genau eine, keine oder unendlich viele Lösungen.

1. Löse folgende Gleichungssysteme:

a) (I) $6x + 5y = -36$
(II) $-7x + 3y = -11$

b) (I) $2x – 6y = 1$
(II) $x – y = 1$

2. Löse das Gleichungssystem rechnerisch und graphisch:
(I) $y = 2x – 1$
(II) $x = 0{,}5 y + 3$

3. Klaus zahlt für 17 normale und 2 Farbkopien 9,84 Euro, Claudia für 1 Farbkopie und 39 normale Kopien 8,58 Euro. Wie viel kostet eine Farbkopie?

4. Gegeben sind die Geraden $y = 2x – 2$ und $y = 0{,}5x + 3$
a) Zeichne die Geraden in ein Koordinatensystem! Bestimme den Schnittpunkt.
b) Die beiden Gleichungen bilden ein Gleichungssystem.
Löse das Gleichungssystem rechnerisch

5. Löse die Gleichungssysteme rechnerisch und zeichnerisch. Wähle für a) b) c) unterschiedliche Farben. Vergleiche zur Kontrolle die Ergebnisse der Rechnungen mit den Schnittpunkten in der Zeichnung.

a) (1) $y = 2x – 1$
(2) $y = - x + 2$

b) (1) $y = -4x + 2$
(2) $y = -2x$

c) (1) $y = 0{,}5x – 1{,}5$
(2) $y = -2x + 3{,}5$

1. Löse das Gleichungssystem mit dem Gleichsetzungsverfahren:
(I) 5 y + 3 x = 44
(II) 3 x = 4 y + 8

2. Löse folgendes Gleichungssystem zeichnerisch:
(I) y = - x + 2
(II) 2 y + 4 x = 3

3. Von welchen Gleichungen ist das Zahlenpaar (3; 4) eine Lösung? Kreuze an:

a) 2x = $1\frac{1}{2}y$ ☐ b) y + 3x = -13 ☐ c) y + 9,5 = 4,5x ☐

d) 0 = -x + 11 – 2y ☐ e) 3y – 16,2x = -4,2 ☐ f) 4y = $\frac{8}{3}x + 8$ ☐

g) y – 6,1 = -0,7x ☐ h) y = $\frac{15}{12}x + \frac{3}{4}$ ☐

Drei Gleichungen werden nicht von (3; 4) gelöst. Ersetze in diesen die Zahl ohne Variable so, dass (3; 4) nun eine Lösung ist.

4. Hans soll am Kiosk für seine Familie und die Verwandten, die schon seit drei Tagen zu Besuch sind Eis holen. Ein Milchfinger kostet 1,20 € und eine Schokohand 1,50 €. Das Geld hat er abgezählt mitbekommen, genau 18 €. Auf dem Weg zum Kiosk sagt sich Hans ständig vor, wie viel von welchem Eis er holen soll, dabei vertauscht er leider irgendwann die Eissorten. Beim Bezahlen bekommt er 0,90 € zurück. Stelle das lineare Gleichungssystem auf und löse mit dem Additionsverfahren.

Die Variable x steht für die Anzahl der ______________ und die Variable y für die Anzahl der _______________.

Eigentlich soll Hans ____ Milchfinger und ____ Schokohände holen.

5. Löse das Gleichungssystem mit dem Einsetzverfahren:
(I) y + 5 = 2x
(II) 8y = 2y + 22

6. Löse das Gleichungssystem rechnerisch und graphisch:
y = 2x – 1
x = $\frac{1}{2}y + 3$

7. Ein Bauer besitzt Hasen und Hühner, zusammen haben sie 22 Beine. Wie viele Hasen und wie viele Hühner könnten dem Bauer gehören? Stelle eine Gleichung mit zwei Variablen auf und gib alle möglichen ganzzahligen Lösungen an.

Gegeben ist folgende Gleichung: 8y – 6x = 72.
Eine mögliche Textaufgabe zu dieser Gleichung könnte die Anzahl der Beine von ________ und __________ betreffen.
Notiere die ganzzahligen Lösungen der Gleichung

1. Addiert man zu einer Zahl das Doppelte einer zweiten, so erhält man 142.
Wenn man von der zweiten Zahl das Fünffache der ersten Zahl subtrahiert, erhält man 5.

2. Löse das Gleichungssystem mit dem Additionsverfahren.

6 x + 13 y = 31

\- 13 y + 4 x = -1

3. Hier sind die Lösungsschritte samt Probe der beiden linearen Gleichungssysteme durcheinandergeraten. Markiere zusammengehörende Kärtchen in einer Farbe und nummeriere die Abfolge der Lösungsschritte.

a) (1) 3x + y = 8

(2) y = 2x – 12

__(1‘) y = 8 – 3x

__ x = 4,8

__ 12 + y = 8 |-12

__ P mit (2) -4 = 2 · 4 – 12

__ -4 = -4

__ 5y + 0,6 = 4,4 |-0,6

__ y = 0,76

__ P mit (2) 0,6 · 4,8 = 3 · 0,76 + 0,6

__ -4x = 8 – 12

__ (1) 3 · 4 + y = 8

__ 0,6x = 2,88 | : 0,6

b) (1) 0,6x + 2y = 4,4

(2) 0,6x = 3y + 0,6

__ (1) – (2) 3y + 0,6 + 2y = 4,4

__ 0,6x + 1,52 = 4,4 |-15,2

__ 5 y = 3,8 |:5

__ 2,88 = 2,88

__ (2‘) 0,6x – 3y – 0,6 = 0

__ x = 4

__ (1) 0,6x + 2 · 0,76 = 4,4

__ (1‘) = (2‘) 8 – 3x= 2x – 12 |+12 | +3x

__ y = -4

__ 5x = 20 |:5

4. Ermittle durch Rechnung (**mit Rechenweg**) die Lösungsmengen der folgenden linearen Gleichungssysteme über der Grundmenge $\mathbb{G} = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$!

a) I 3x + 7y = 12,6
∩ □II -6 + 25,2 = -7y

b) I 2x – 4y – 8 = 0
∩ □II $y = 2x - \frac{1}{2}$

c) I 2(x – 7) + 3y = 5x – 2
∩ □II 3x + 4(y – 1) = 19

5. Die für eine Klassenfahrt vorgesehene Jugendherberge hat laut Herbergsverzeichnis insgesamt 18 Zimmer und 76 Betten. Die Zimmer sind Drei- und Fünfbettzimmer. Für die Zimmerverteilung muss der Fahrtleiter die Anzahlt der Drei- bzw. Fünfbettzimmer kennen.

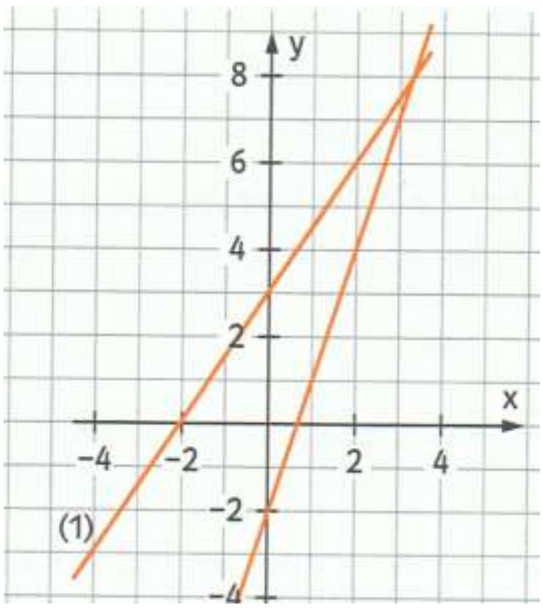
1. Löse mit dem Gleichsetzungsverfahren. Mache die Probe!
Notiere den Schnittpunkt.

I. $8x + 4y = 24$
II. $3x + y = 8$

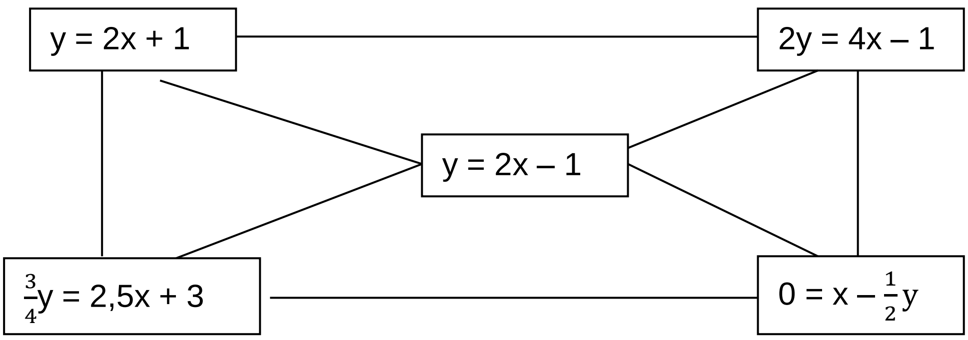
2. Stelle das Gleichungssystem grafisch dar und gib den Schnittpunkt der Geraden an!
Mache die Probe!

I. $2x + 3y = 12$
II. $2x - y = 4$

3. Stelle die linearen Gleichungen von (1) und (2) auf, berechne den Schnittpunkt der beiden Graphen und mache eine Probe.

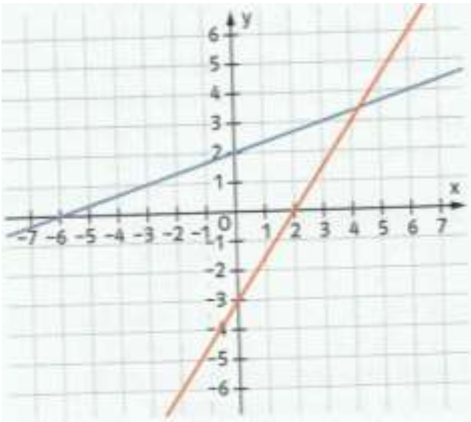


4. Notiere an den Linien, ob das Gleichungssystem aus den beiden linearen Gleichungen keine (k), eine (e) oder unendlich (u) viele gemeinsame Lösungen hat.



5. In 16 Jahren wird ein Vater doppelt so alt sein wie sein Sohn. Zusammen sind heute beide 40. Wie alt ist jeder?
Stelle eine Gleichung auf

1. Ermittle die Gleichungen der beiden Geraden, lies die Koordinaten des Schnittpunkts ab und bestimme sie anschließend exakt durch Rechnung.



2. Löse die linearen Gleichungssysteme. Was fällt dir auf?

a) $2x = 4y + 4$
$2x = 4y + 5$

b) $2x = 4y + 4$
$4y = 2x – 4$

Überprüfe deine Ergebnisse durch eine zeichnerische Lösung.
Kann man die Besonderheiten schon am Gleichungssystem erkennen?

3. Es sollen 30 Eierkartons mit 244 Eiern vollgepackt werden. Wie viele 6-er und wie viele 10-er Verpackungen muss man dazu nehmen?

4. Löse folgendes Gleichungssystem mit dem Gleichsetzungsverfahren:

(I) $5(x – y) = 2(5{,}5 + y)$
(II) $3(3y – x) = 12{,}4 + y$

5. Löse folgende Aufgabe, indem Du ein Gleichungssystem mit 2 Unbekannten aufstellst:

Die Summe zweier Zahlen beträgt 197, ihre Differenz 59. Wie heißen die beiden Zahlen?

6. Löse folgendes Gleichungssystem mit dem Additionsverfahren:

(I) $4x – 2y + 2 = 0$
(II) $9x – 12y – 18 = 0$

7. Löse folgendes Gleichungssystem mit dem Einsetzungsverfahren:

(I) $8x – 2y – 188 = 0$
(II) $2x + 14y = 76$

1. Löse folgende Gleichungssysteme:

a) (I) $6x + 5y = -36$
(II) $-7x + 3y = -11$

b) (I) $2x - 6y = 1$
(II) $x - y = 1$

a) $6x + 5y = -36 \; |\cdot 3$
$-7x + 3y = -11 \; |\cdot(-5)$
Additionsverfahren:

$18x + 15y = -108$
$\underline{35x - 15y = 55}$
$53x = -53;$ $x = -1$

In (I): $6 \cdot (-1) + 5y = -36;$ $y = -6$
$IL = \{(-1|-6)\}$

b) $2x - 6y = 1$
$\underline{x - y = 1 \;|\; \cdot(-2)}$
$-4y = -1;$ $y = 0;25$
In (II): $x - 0; 25 = 1$; $x = 1,25$
$IL = \{(1,25|0,25)\}$

2. Löse das Gleichungssystem rechnerisch und graphisch:

(I) $y = 2x - 1$
(II) $x = 0,5y + 3$ => $0,5y = 3 - x$ =>

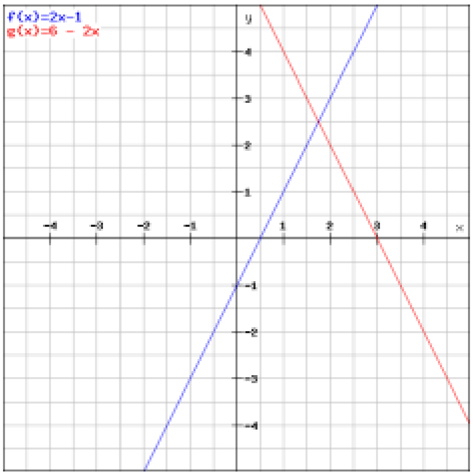
(I) $y = 2x - 1$
(II) $y = 6 - 2x$

Rechnerisch:

Additionsverfahren: $2y = 6 - 1$
$y = 2,5$
Einsetzen von y in (I): $2,5 = 2x - 1$
$3,5 = 2x$
$x = 1,75$
Lösungsmenge: $IL = (1,75| \; 2,5)$

Graphisch:

Der Schnittpunkt der beiden Graphen ist die Lösung.



3. Klaus zahlt für 17 normale und 2 Farbkopien 9,84 Euro, Claudia für 1 Farbkopie und 39 normale Kopien 8,58 Euro. Wie viel kostet eine Farbkopie?

Sei n der Preis einer normalen und f der einer Farbkopie (in €).

(I) $17n + 2f = 9,84$
(II) $39n + f = 8,58$ $| \cdot (-2)$
$\underline{78n + 2f = 17,16}$ Subtraktionsverfahren liefert:
$-61n = -7,32$ $| : (-61)$
$n = 0,12$

n in (II) einsetzen: $39 \cdot 0,12 + f = 8,58$
$4,68 + f = 8,58$ $| - 4,68$
$f = 3,90$

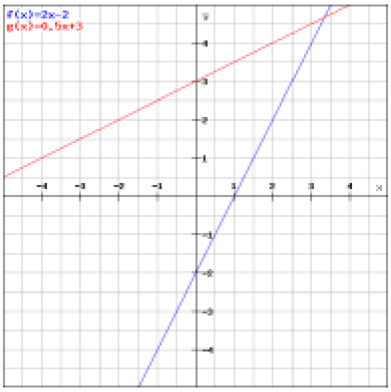
Eine Farbkopie kostet 3,90 Euro.
Eine normale Kopie kostet 0,12 Euro.

4. Gegeben sind die Geraden y = 2x - 2 und y = 0,5x + 3

a) Zeichne die Geraden in ein Koordinatensystem! Bestimme den Schnittpunkt

f (x) = 2x – 2 (blau) ; g(x) = 0,5x + 3 (rot)

Schnittpunkt S(3,3|4,6)



b) Die beiden Gleichungen bilden ein Gleichungssystem.
Löse das Gleichungssystem rechnerisch.

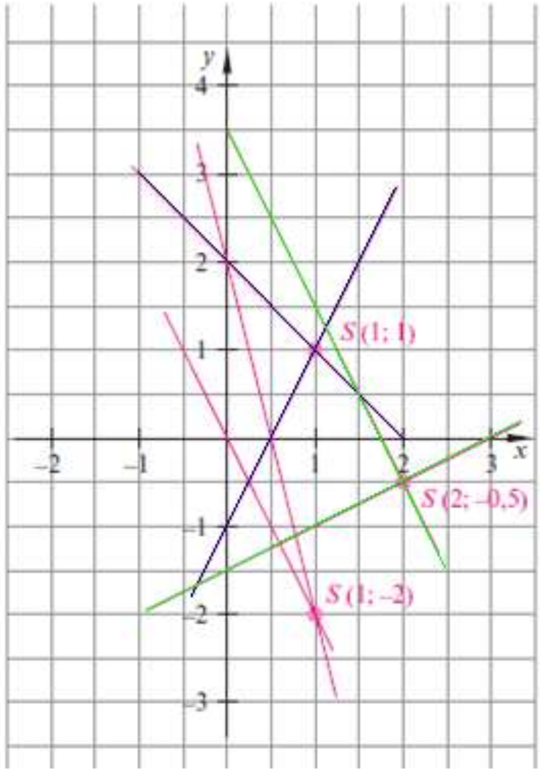
(I) y = 2x – 2
(II) y = 0,5x + 3
(I)-(II) 0 = 1,5x – 5

0 = 1,5x – 5 |+5
5 = 1,5x |:1,5
x = 3,3333

x in (I) einsetzen:
y = 2 · 3,333 – 2
y = 4,666

5. Löse die Gleichungssysteme rechnerisch und zeichnerisch. Wähle für a) b) c) unterschiedliche Farben. Vergleiche zur Kontrolle die Ergebnisse der Rechnungen mit den Schnittpunkten in der Zeichnung.

a) (I) y = 2x – 1
(II) y = - x + 2
2x – 1 = -x + 2
3x = 3
x = 1
y = 2 – 1 = 1
Lösungsmenge: IL = {(1|1)}



b) (I) y = -4x + 2
(II) y = -2x
-4x + 2 = -2x
2x = 2
x = 1
y = -2
Lösungsmenge: IL = {(1|-2)}

c) (I) y = 0,5x – 1,5
(II) y = -2x + 3,5
0,5x – 1,5 = -2x + 3,5
2,5x = 5
x = 2
y = -4 + 3,5
y = -0,5
Lösungsmenge: IL = {(2|-0,5)}

1. Löse das Gleichungssystem mit dem Gleichsetzungsverfahren

(I) 5 y + 3 x = 44
(II) 3 x = 4 y + 8

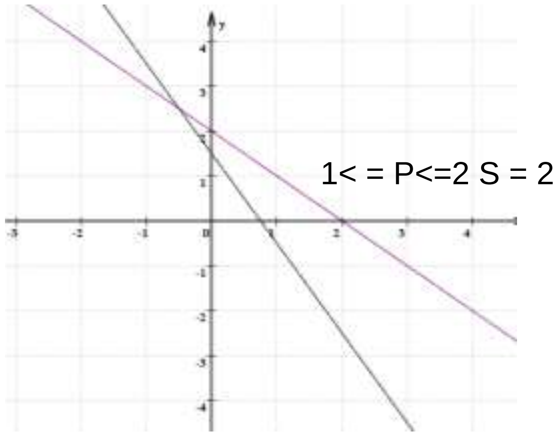
(I) 5 y + 3 x = 44 |- 5 y
(I) 3 x = 44 - 5 y
(i) = (II) 44 - 5 y = 4 y + 8 | - 8
36 - 5 y = 4 y | + 5 y
36 = 9 y | : 9
y = 4
y in (II) 3 x = 4 · 4 + 8
3 x = 24 | : 3
x = 8 **L = {8; 4}**

2. Löse folgendes Gleichungssystem zeichnerisch:

(I) y = - x + 2
(II) 2 y + 4 x = 3
(II) y = -2 x + 1,5

y = -x + 2
y = -(2x) + 1,5

Lösungsmenge: L= {(-0,5|2,5)}



3. Von welchen Gleichungen ist das Zahlenpaar (3; 4) eine Lösung? Kreuze an!

a) $2x = 1\frac{1}{2}y$ ☒ 2 · 3 = 1,5 · 4
b) y + 3x = -13 ☐ 4 + 3 · 3 ≠ -13
c) y + 9,5 = 4,5x ☒ 4 + 9,5 = 4,5 · 3
d) 0 = -x + 11 – 2y ☒ -3 + 11 – 2 · 4 = 0
e) 3y – 16,2x = -4,2 ☐ 3 · 4 – 16,2 · 3 = 12 – 48,6 = - 36,6 ≠ - 4,2
f) $4y = \frac{8}{3}x + 8$ ☒ $4 \cdot 4 = \frac{8}{3} \cdot 3 + 8$
g) y – 6,1 = -0,7x ☒ 4 – 6,1 = -0,7 · 3 => -2,1 = - 2,1
h) $y = \frac{15}{12}x + \frac{3}{4}$ ☐ $4 = \frac{15}{12} \cdot 3 + \frac{3}{4}$ => $4 \neq = \frac{15}{4} + \frac{3}{4}$ => $4 \neq \frac{18}{4}$

Drei Gleichungen werden nicht von (3; 4) gelöst. Ersetze in diesen die Zahl ohne Variable so, dass (3; 4) nun eine Lösung ist.

b) y + 3x = 13 (-13 wird durch 13 ersetzt.)
e) 3y – 16,2x = -36,6 (Ergebnis -4,2 wird durch -36,6 ersetzt.)
h) $y = \frac{15}{12}x + \frac{1}{4}$ ($\frac{3}{4}$ wird durch $\frac{1}{4}$ ersetzt.)

4. Hans soll am Kiosk für seine Familie und die Verwandten, die schon seit drei Tagen zu Besuch sind Eis holen. Ein Milchfinger kostet 1,20 € und eine Schokohand 1,50 €. Das Geld hat er abgezählt mitbekommen, genau 18 €. Auf dem Weg zum Kiosk sagt sich Hans ständig vor, wie viel von welchem Eis er holen soll, dabei vertauscht er leider irgendwann die Eissorten. Beim Bezahlen bekommt er 0,90 € zurück. Stelle das lineare Gleichungssystem auf und löse mit dem Additionsverfahren.

Die Variable x steht für die Anzahl der Milchfinger und die Variable y für die Anzahl der Schokohände.

(1) $1{,}20x + 1{,}50y = 18 \quad | \cdot 5$

(2) $1{,}50x + 1{,}20y = 17{,}1 \quad | \cdot (-4)$

Umgeformt:

(1) $6x + 7{,}5 \cdot y = 90$

(2) $-6x - 4{,}8y = -68{,}4$

(1) + (2) $2{,}7y = 21{,}6$

$y = 8$

Variable x:

$1{,}20x + 1{,}50 \cdot 8 = 18$

$1{,}20x + 12 = 18$

$1{,}20x = 6$

$x = 5$

Lösung: $x = 5$ und $y = 8$

Eigentlich soll Hans 5 Milchfinger und 8 Schokohände holen.

5. Löse das Gleichungssystem mit dem Einsetzverfahren:

(1) $y + 5 = 2x$

(2) $8y = 2y + 22$

I) $y + 5 = 2x \quad | -5$

(I') $y = 2x - 5$

(I') in (II) $8x = 2 \cdot (2x - 5)$

$8x = 4x - 20 \quad | -4x$

$4x = -20 \quad | :4$

$\mathbf{x = -5}$ **L = {- 5; - 15}**

(II) $8x = 2y + 22$

x in (I') $y = 2 \cdot (-5) - 5$

$y = -10 - 5$

$\mathbf{y = -15}$

6. Löse das Gleichungssystem rechnerisch und graphisch:

$y = 2x - 1$

$x = \frac{1}{2}y + 3$

$y = 2 \cdot \left(\frac{1}{2}y + 3\right) - 1$

$y = y + 5 \quad | -y$

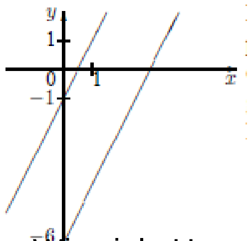
$0 \neq 5 \quad \Rightarrow \quad L = \{\}$ Leere Menge

Graphisch:

Auflösen der zweiten Gleichung nach y:

$y = 2(x - 3) = 2x - 6$

Da beide Funktionen die gleiche Steigung haben, sind es parallele Geraden. Es gibt also keine Schnittpunkte



7. Ein Bauer besitzt Hasen und Hühner, zusammen haben sie 22 Beine. Wie viele Hasen und wie viele Hühner könnten dem Bauer gehören? Stelle eine Gleichung mit zwei Variablen auf und gib alle möglichen ganzzahligen Lösungen an.

$4x + 2y = 22$ (x steht für Hasen, y für Hühner)

Anzahl Hasen	5	4	3	2	1	0
Anzahl Hühner	1	3	5	7	9	11

Gegeben ist folgende Gleichung: $8y - 6x = 72$.

Eine mögliche Textaufgabe zu dieser Gleichung könnte die Anzahl der Beine von Fliegen mit 6 Beinen und Spinnen mit 8 Beinen betreffen.

Beispiel: In der Hütte sind Spinnen und Fliegen mit insgesamt 72 Beinen. Wie viele Spinnen und wie viele Fliegen könnten es sein?

$6x + 8y = 72$

Notiere die ganzzahligen Lösungen der Gleichung:

Anzahl Fliegen	12	8	4	0
Anzahl Spinnen	0	3	6	9

1. Addiert man zu einer Zahl das Doppelte einer zweiten, so erhält man 142.
Wenn man von der zweiten Zahl das Fünffache der ersten Zahl subtrahiert, erhält man 5.

(I) $x + 2y = 142 \quad | -2y$ (II) $y - 5x = 5$

(I') $x = 142 - 2y$

(I') in (II): $y - 5(142 - 2y) = 5$

$y - 710 + 10y = 5$

$11y - 710 = 5 \quad | +710$

$11y = 715 \quad | :11$

$y = 65$

y in (I') $x = 142 - 2 \cdot 65$

$x = 142 - 130$

$x = 12$ **L (12; 65)**

2. Löse das Gleichungssystem mit dem Additionsverfahren

$6x + 13y = 31$

$-13y + 4x = -1$ → Umgestellt

(I) $6x + 13y = 31$

<u>(II) $4x - 13y = -1$</u>

(III) $10x = 30 \quad | :10$

$x = 3$

x in (II) $4 \cdot 3 - 13y = -1$

$12 - 13y = -1 \quad | -12$

$13y = -13 \quad | : (-13)$

$y = -1$

|L = { (3 | -1)}

3. Hier sind die Lösungsschritte samt Probe der beiden linearen Gleichungssysteme durcheinandergeraten. Markiere zusammengehörende Kärtchen in einer Farbe und nummeriere die Abfolge der Lösungsschritte

a) (1) $3x + y = 8$
(2) $y = 2x - 12$

b) (1) $0{,}6x + 2y = 4{,}4$
(2) $0{,}6x = 3y + 0{,}6$

1 (1') $y = 8 - 3x$
9 $x = 4{,}8$
6 $12 + y = 8 \quad |-12$
8 P mit (2) $-4 = 2 \cdot 4 - 12$
10 $-4 = -4$
3 $5y + 0{,}6 = 4{,}4 \quad |-0{,}6$
5 $y = 0{,}76$
10 P mit (2) $0{,}6 \cdot 4{,}8 = 3 \cdot 0{,}76 + 0{,}6$
9 $-4x = 8 - 12$
5 (1) $3 \cdot 4 + y = 8$
8 $0{,}6x = 2{,}88 \quad | : 0{,}6$

2 (1) – (2) $3y + 0{,}6 + 2y = 4{,}4$
7 $0{,}6x + 1{,}52 = 4{,}4 \quad |-15{,}2$
4 $5y = 3{,}8 \quad |:5$
11 $2{,}88 = 2{,}88$
1 (2') $0{,}6x - 3y - 0{,}6 = 0$
4 $x = 4$
6 (1) $0{,}6x + 2 \cdot 0{,}76 = 4{,}4$
2 (1') = (2') $8 - 3x = 2x - 12 \quad |+12 \mid +3x$
7 $y = -4$
3 $5x = 20 \quad |:5$

4. Ermittle durch Rechnung (**mit Rechenweg**) die Lösungsmengen der folgenden linearen Gleichungssysteme über der Grundmenge $\mathbb{G} = \mathbb{Q} \times \mathbb{Q}$!

a) I $3x + 7y = 12{,}6$
II $-7y = -6x + 25{,}2$

I $3x - 12{,}6 = -7y$
II $-6x + 25{,}2 = -7y$ => $y = 0$

I = II $3x - 12{,}6 = -6x + 25{,}2$ | $+ 6x + 12{,}6$
$3x + 6x = 25{,}2 + 12{,}6$
$9x = 37{,}8$
$x = 4{,}2$ IL = (4,2 | 0)

b). I $2x - 4y - 8 = 0$
II $y = 2x - \frac{1}{2}$

II in I einsetzen:

$$2x - 4\left(2x - \frac{1}{2}\right) - 8 = 0$$

$2x - 8x + 2 - 8 = 0$
$-6x - 6 = 0$
$-6x = 6$
$x = -1$

x = -1 einsetzen in II:

$$y = 2(-1) - \frac{1}{2}$$

$y = -2{,}5$ IL = (-1 | -2,5)

c). I $2(x - 7) + 3y = 5x - 2$
II $3x + 4(y - 1) = 19$

I $2x - 14 + 3y = 5x - 2$
II $3x + 4y - 4 = 19$

I $3y = 5x - 2x + 14 - 2$
II $4y = 19 - 3x + 4$

I $3y = 3x + 12$
II $4y = 23 - 3x$
I + II $7y = 35$ => $y = 5$

y in I einsetzen. $3 \cdot 5 = 3x + 12$
$15 = 3x + 12$ | $- 12$
$3 = 3x$
$x = 1$ IL = (1 | 5)

5. Die für eine Klassenfahrt vorgesehene Jugendherberge hat laut Herbergsverzeichnis insgesamt 18 Zimmer und 76 Betten. Die Zimmer sind Drei- und Fünfbettzimmer. Für die Zimmerverteilung muss der Fahrtleiter die Anzahlt der Drei- bzw. Fünfbettzimmer kennen.

x: Anzahl der Dreibett, y: Anzahl der Fünfbettzimmer

(I) x + y = 18
(II) 3x + 5y = 76
(I) x = 18 - y
(I) in (II): 3 (18 – y) + 5y = 76
54 – 3y + 5y = 76 | - 54
2y = 22 | : 2
y = 11

y = 11 einsetzen in (I):
x + 11 = 18 | - 11
x = 7

IL = (7/11)
Es sind 7 Dreibett- und 11 Fünfbettzimmer sind vorhanden.

Lineare Gleichungssysteme Lösung Arbeitsblatt 4

1. Löse mit dem Gleichsetzungsverfahren. Mache die Probe!
Notiere den Schnittpunkt.
I. 8x + 4y = 24
II. 3x + y = 8

I. 8x + 4y = 24 | - 8x
4y = -8x + 24 | : 4
y = -2x + 6

II. 3x + y = 8 | - 3x
II. y = 8 – 3x

Gleichsetzen
8 – 3x = -2x + 6 | + 2x - 8
-x = -2 | : (-1)
x = 2

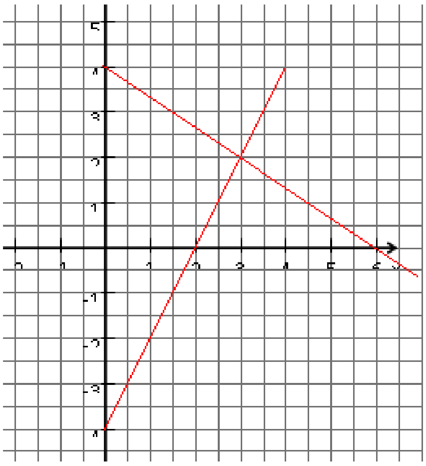
y ausrechnen: x in I. einsetzen
8 · 2 + 4y = 24 | - 16
4y = 8 | : 4
y = 2 => Schnittpunkt (2|2)

Probe:
II. 3 · 2 + 2 = 8
8 = 8

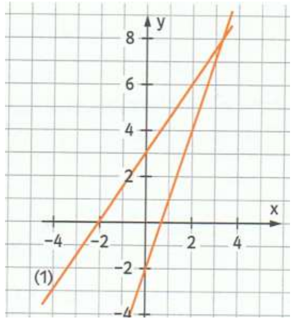
2. Stelle das Gleichungssystem grafisch dar und gib den Schnittpunkt der Geraden an!
Mache die Probe!
I. 2x + 3y = 12
II. 2 x – y = 4

I. 2x + 3y = 12 | -2x
I. 3y = 12 – 2x | : 3
I. $y = -\frac{2}{3}x + 4$
II. 2x – y = 4 | - 2x
II. –y = 4 – 2x | · (-1)
II. y = 2x – 4

Probe
I. 2 · 3 + 3 · 2 = 12
6 + 6 = 12
12 = 12 SP(3|2)



3. Stelle die linearen Gleichungen von (1) und (2) auf, berechne den Schnittpunkt der beiden Graphen und mache eine Probe.



(1) $y = \frac{3}{2}x + 3$

(2) $y = 3x - 2$

(1) = (2) $\frac{3}{2}x + 3 = 3x - 2$ | - 3x

$-\frac{3}{2}x + 3 = -2$ | -3

$-\frac{3}{2}x = -5$ | : $\left(-\frac{3}{2}\right)$

$x = \frac{10}{3}$

x einsetzen in (1):

$y = \frac{3}{2} \cdot \frac{10}{3} + 3$

$y = 5 + 3$

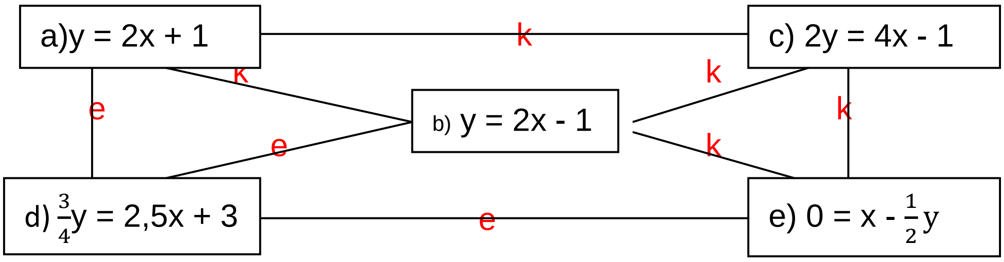
$y = 8$

Probe:

$8 = 3 \cdot \frac{10}{3} - 2$

$8 = 8$

4. Notiere an den Linien, ob das Gleichungssystem aus den beiden linearen Gleichungen keine (k), eine (e) oder unendlich (u) viele gemeinsame Lösungen hat.



Umformungen:

(a) $y = 2x + 1$

(c) $2y = 4x - 1 \Rightarrow y = 2x - \frac{1}{2}$

Beide Funktionen habe die gleiche Steigung, sind also parallel. => es gibt keine Lösung.

(d) $\frac{3}{4}y = 2{,}5x + 3 \Rightarrow y = \frac{25}{10} \cdot \frac{4}{3}x + 3 \cdot \frac{4}{3} \Rightarrow y = \frac{10}{3}x + 4$

(e) $0 = x - \frac{1}{2}y \Rightarrow \frac{1}{2}y = x \Rightarrow y = 2x$

5. In 16 Jahren wird ein Vater doppelt so alt sein wie sein Sohn. Zusammen sind heute beide 40. Wie alt ist jeder?
Stelle eine Gleichung auf

x := Alter des Sohnes
y := Alter des Vaters

I. x + y = 40
II. y + 16 = 2(x + 16

II. y + 16 = 2(x + 16)
II. y + 16 = 2x + 32 | -16
y = 2x + 16

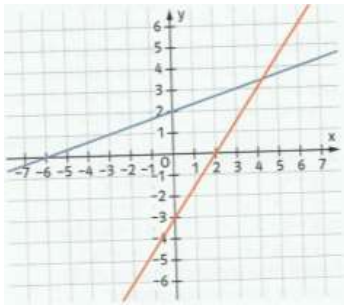
II in I
x + (2x + 16) = 40
x + 2x + 16 = 40 | - 16
3x = 24 | : 3
x = 8

x in I einsetzen:

y = 40 - 8
y = 32

Der Sohn ist heute 8 Jahre alt, der Vater ist heute 32 Jahre alt.
Der Sohn ist in 16 Jahren 24 Jahre alt, der Vater 48 Jahre alt.

1. Ermittle die Gleichungen der beiden Geraden, lies die Koordinaten des Schnittpunkts ab und bestimme sie anschließend exakt durch Rechnung.
Aus den Graphen lässt sich ablesen:



(I) rote Gerade: $y = \frac{3}{2}x - 3$ (II) blaue Gerade: $y = \frac{1}{3}x + 2$
Koordinaten des Schnittpunktes: (4,3; 3,4)

Berechnung des Schnittpunkts:

$\frac{3}{2}x - 3 = \frac{1}{3}x + 2 \quad | -\frac{1}{3}x + 3$

$\frac{9-2}{6}x = 5 \quad | : \frac{7}{6}$

$x = \frac{6 \cdot 5}{7}$

$x = 4\frac{2}{7}$

x in (II) einsetzen:

$y = \frac{1}{3} \cdot \frac{30}{7} + 2$

$y = \frac{10}{7} + 2$

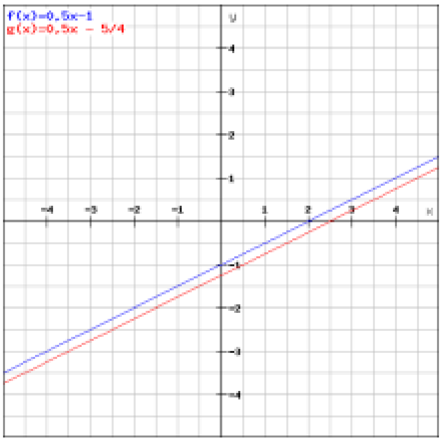
$y = 3\frac{3}{7}$

2. Löse die linearen Gleichungssysteme. Was fällt dir auf?

a) 2x = 4y + 4 => $y = \frac{1}{2}x - 1$
2x = 4y + 5 => $y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{4}$

b) 2x = 4y + 4 => $y = \frac{1}{2}x - 1$
4y = 2x – 4 => 2x = 4y + 4

Überprüfe deine Ergebnisse durch eine zeichnerische Lösung.
Kann man die Besonderheiten schon am Gleichungssystem erkennen?



a) die beiden Graphen sind Parallel, da sie die gleiche Steigung haben, also gibt es keine Lösung

b) unendlich viele Lösungen.
Nach dem Umstellen der 2. Gleichung sieht man, dass die beiden Gleichungen gleich sind, damit gibt es unendlich viele Lösungen

3. Es sollen 30 Eierkartons mit 244 Eiern vollgepackt werden. Wie viele 6-er und wie viele 10-er Verpackungen muss man dazu nehmen?

I. x + y = 30
II. 6x + 10y = 244

I. y = 30 – x
II. 6x + 10 (30 –x) = 244
6x + 300 – 10x = 244 | - 300
-4x = - 56
x = 14

y = 30 – 14
y = 16

Es werden 14 6-er und 16 10-er Eierkartons benötigt.

4. Löse folgendes Gleichungssystem mit dem Gleichsetzungsverfahren:

(I) 5 (x – y) = 2 (5,5 + y)
(I) 5x – 5y = 11 + 2y | + 5y
(I) 5x = 11 + 7y | : 5
(I) $x = \frac{11}{5} + \frac{7}{5}y$

(II) 3 (3y – x) = 12,4 + y
(II) 9y – 3x = 12,4 + y | - 9y
(II) -3x = 12,4 – 8y | : (-3)
(II) $x = -\frac{62}{15} + \frac{8}{3}y$

Gleichsetzung:

$\frac{11}{5}+\frac{7}{5}y=-\frac{62}{15}+\frac{8}{3}y \quad | +\frac{62}{15}-\frac{7}{5}y$

$\frac{33}{15}+\frac{62}{15}=\frac{8}{3}y-\frac{7}{5}y$

$\frac{95}{15}=\frac{40-21}{15}y \quad | : \frac{19}{15}$

$y = 5$

Einsetzen von y in (I) :

5(x – 5) = 2 (5,5 + 5)

5x – 25 = 11 + 10

5x – 25 = 21 | + 25

5x = 46 | : 5

$x = \frac{46}{5}$

$x = 9\frac{1}{5}$

IL = (9,2|5)

5. Löse folgende Aufgabe, indem Du ein Gleichungssystem mit 2 Unbekannten aufstellst: Die Summe zweier Zahlen beträgt 197, ihre Differenz 59. Wie heißen die beiden Zahlen?

Die größere Zahl ist x, die kleinere y.

(I) x + y = 197

(II) x - y = 59

Lösung mit dem Additionsverfahren:

(I) + (II): 2x = 256 | : 2

x = 128

Einsetzen in (I): 128 + y = 197 => y = 69

Antwort: Die beiden Zahlen heißen 128 und 69.

6. Löse folgendes Gleichungssystem mit dem Additionsverfahren:

(I) 4x - 2y + 2 = 0

(II) 9x - 12y - 18 = 0

(I) 4x - 2y + 2 = 0 | ·(–6)

<u>(II) 9x - 12y - 18 = 0</u>

(I’) -24x + 12y - 12 = 0

<u>(II) 9x - 12y - 18 = 0</u>

(I’) + (II) -15x - 30 = 0 | + 30

-15x = 30 | : (- 15)

x = - 2

Einsetzen in (I):

- 8 - 2y + 2 = 0

- 6 - 2y = 0 | + 6

- 2y = 6 | : (- 2)

y = - 3

IL = (-2|-3)

7. Löse folgendes Gleichungssystem mit dem Einsetzungsverfahren:

(I) 8x - 2y - 188 = 0

(II) 2x + 14y = 76

(I) 8x – 2y – 188 = 0

<u>(II) 2x + 14y = 76</u> | - 14y

(II’) 2x = 76 – 14y | : 2

(II’) x = 38 – 7y

Einsetzen in (I):

8 (38 - 7y) – 2y – 188 = 0

304 – 56y – 2y – 188 = 0

116 – 58y = 0 | + 58y

116 = 58y | : 58

y = 2

Einsetzen in (II’):

x = 38 – 7 · 2

x = 24

IL = (24|2)