Mathematikarbeit 8. Klasse (G8)

Bruchterme, Wurzeln, Volumenberechnung von Prismen, irrationale Zahlen, Definitionsmengen

Die Benutzung des Taschenrechners ist <u>nicht</u> erlaubt.

Aufgabe 1

Bestimme die Definitionsmenge und die Lösungsmenge

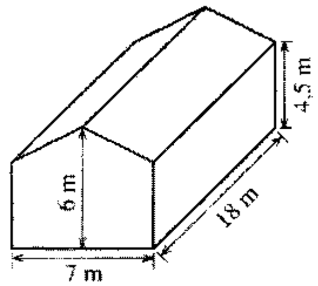
a) $\frac{4}{x-1} = \frac{2}{x-2}$

b) $\frac{7}{x+3} + \frac{3}{x-3} = \frac{28}{x^2-9}$

c) $\frac{7x}{2(x+1)} \cdot \frac{2x}{3(x-1)} = \frac{56}{3(2x^2-2)}$

Aufgabe 2

Berechne das Volumen des abgebildeten Prismas



Aufgabe 3

Ziehe teilweise die Wurzel, so dass der verbleibende Radikand eine möglichst kleine natürliche Zahl wird.

a) $\sqrt{48}$ b) $\sqrt{125}$ c) $\sqrt{4050}$

Aufgabe 4

Vereinfache soweit wie möglich

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20}$

b) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}}$

c) $\left(5-\sqrt{3}\right) \cdot \left(5+\sqrt{3}\right)$

d) $\sqrt{2} \cdot \left(\sqrt{8}+\sqrt{18}\right)$

e) $\sqrt{\frac{x^7}{b^6}} : \sqrt{\frac{x^3}{b^2}}$

f) $\sqrt{9+16}$

g) $\frac{\sqrt{72b^5}}{\sqrt{2b^3}} \left(b \neq 0\right)$

h) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{x} - \sqrt{\frac{1}{2}y}\right)^2$

Aufgabe 5

Wahr oder falsch?

Begründe und beachte, dass zum Widerlegen einer Behauptung ein Gegenbeispiel genügt.

a) Alle rationalen Zahlen sind reelle Zahlen.

b) Die Wurzel aus einer Zahl ist immer eine irrationale Zahl.

c) Die Wurzel aus einer Zahl ist immer kleiner als die Zahl selbst.

d) Jede Gleichung der Form $x^2 = b$ hat eine Lösung.

Aufgabe 6

Setze für a und b ($a \neq b$) irrationale Zahlen ein, deren Produkt p eine rationale Zahl ist.

$a \cdot b = p$ a = b = p =

Bonusaufgabe

Bestimme den maximalen Definitionsbereich:

$$\sqrt{\frac{x}{x^2 - 4}}$$

Viel Erfolg!

Lösungen zur 4. Mathematikarbeit 8. Klasse (G8)

Aufgabe 1

a) $\frac{4}{x-1} = \frac{2}{x-2}$

Die Definitonsmenge sind alle reellen Zahlen außer 2 und 1, da der Nenner nie 0 sein darf.

Die Lösungsmenge wird berechnet:

$$\frac{4}{x-1} = \frac{2}{x-2}$$

2 (x - 1) = 4 (x – 2)

2x – 2 = 4x – 8 | -2x + 8

8 – 2 = 4x – 2x

6 = 2x

x = 3

IL = {3} ID = $\{x \in IR | x \neq 2 \wedge x \neq 1\}$

b) $\frac{7}{x+3} + \frac{3}{x-3} = \frac{28}{x^2-9}$

Die Definitonsmenge sind alle reellen Zahlen außer 3 und -3, da der Nenner nie 0 sein darf.

Die Lösungsmenge wird berechnet:

$$\frac{7}{(x+3)} + \frac{3}{(x-3)} = \frac{28}{x^2-9}$$

$$\frac{7(x-3) + 3(x+3)}{(x+3)\cdot(x-3)} = \frac{28}{x^2-9}$$

$$\frac{7x - 21 + 3x + 9}{(x+3)\cdot(x-3)} = \frac{28}{x^2-9}$$

10 x – 12 = 28 | + 12

10 x = 40 | : 10

x = 4

IL = {4} ID = $\{x \in IR | x \neq 3 \wedge x \neq -3\}$

c) $\frac{7x}{2(x+1)} \cdot \frac{2x}{3(x-1)} = \frac{56}{3(2x^2-2)}$

$$\frac{14x^2}{6(x^2-1)} = \frac{56}{6(x^2-1)}$$

$14x^2 = 56$ | : 14

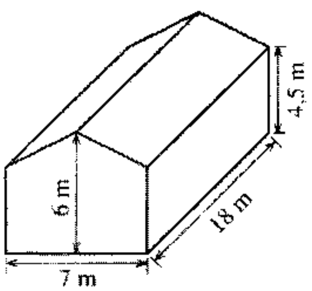
$x^2 = 4$

$x_1 = 2$; $x_2 = -2$;

IL = $\{x \in IR | x = 2 \wedge x = +2\}$ ID = $\{x \in IR | x \neq 1 \wedge x \neq -1\}$

Aufgabe 2

Berechne das Volumen des abgebildeten Prismas



$V_{Quader} = V_1 = G \cdot h$

$V_1 = 18m \cdot 7m \cdot 4{,}5m = 567m^3$

$V_2 = 1{,}5m \cdot 18m \cdot 7m \cdot \frac{1}{2} = 94{,}5\ m^3$

$V_{Prisma} = V_1 + V_2 = 567\ m^3 + 94{,}5\ m^3 = 661{,}5\ m^3$

Antwort: Das Volumen des Prismas beträgt 661,5 m³.

Aufgabe 3

Ziehe teilweise die Wurzel, so dass der verbleibende Radikand eine möglichst kleine natürliche Zahl wird.

a) $\sqrt{48} = \sqrt{4 \cdot 4 \cdot 3} = 2 \cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$

b) $\sqrt{125} = \sqrt{25 \cdot 3} = 5\sqrt{3}$

c) $\sqrt{4050} = \sqrt{81 \cdot 25 \cdot 2} = 9 \cdot 5\sqrt{2} = 45\sqrt{2}$

Aufgabe 4

Vereinfache soweit wie möglich

a) $\sqrt{5} \cdot \sqrt{20} = \sqrt{100} = 10$

b) $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{27}{3}} = \sqrt{9} = 3$

c) $(5-\sqrt{3}) \cdot (5+\sqrt{3}) = 25 - 3 = 22$

d) $\sqrt{2} \cdot (\sqrt{8} + \sqrt{18}) = \sqrt{16} + \sqrt{36} = 10$

e) $\sqrt{\frac{x^7}{b^6}} : \sqrt{\frac{x^3}{b^2}} = \sqrt{\frac{x^7 \cdot b^2}{b^6 \cdot x^3}} = \sqrt{\frac{x^4}{b^4}} = \frac{x^2}{b^2}$

f) $\sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$

g) $\frac{\sqrt{72b^5}}{\sqrt{2b^3}} (b \neq 0) = \sqrt{\frac{72\,b^5}{2\,b^3}} = \sqrt{36\,b^2} = 6\,b$

h) $\left(\frac{1}{2}\sqrt{x} - \sqrt{\frac{1}{2}y}\right)^2 = \frac{1}{4}x - 2 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{x} \cdot \sqrt{\frac{1}{2}y} + \frac{1}{2}y = \frac{1}{4}x - \sqrt{\frac{1}{2}xy} + \frac{1}{2}y$

Hier muss die binomische Formel angewendet werden: $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$!!!

Aufgabe 5

Wahr oder falsch:

a) Alle rationalen Zahlen sind reelle Zahlen.
   A: Ja, denn die reellen Zahlen umfassen auch die rationalen Zahlen.

b) Die Wurzel aus einer Zahl ist immer eine irrationale Zahl
   A: Nein, denn $\sqrt{4} = 2$, 2 ist aber keine irrationale Zahl.

c) Die Wurzel aus einer Zahl ist immer kleiner als die Zahl selbst.
   A: Nein, denn $\sqrt{\frac{1}{100}} = \frac{1}{10}$ und $\frac{1}{10} > \frac{1}{100}$. Dies gilt nur für Zahlen > 1;

d) Jede Gleichung der Form $x^2 = b$ hat eine Lösung
   A: Nein, da $x^2 = -4$ nicht in den reellen Zahlen lösbar ist.

Aufgabe 6

Setze für a und b ($a \neq b$) irrationale Zahlen ein, deren Produkt p eine rationale Zahl ist.

$a \cdot b = p$ $\qquad a =$ $\qquad b =$ $\qquad p =$

$a = \sqrt{2}$

$b = \sqrt{2} + \sqrt{2}$

$a \cdot b = p \Rightarrow \sqrt{2}(\sqrt{2} + \sqrt{2}) = \sqrt{4} + \sqrt{4} = 2 + 2 = 4$

Bonusaufgabe

Bestimme den maximalen Definitionsbereich:

$$\sqrt{\frac{x}{x^2-4}}$$

Definitionsmenge des Nenners: ID = $\{x \in IR | x > 2 \vee x < -2\}$

Definitionsmenge des Zählers: ID = $\{x \in IR | x \geq 0\}$

Ist allerdings der Zähler negativ <u>und</u> der Nenner negativ, so kann die Wurzel gezogen werden. Allerdings darf dann x nicht -2 sein, da der Nenner sonst 0 ist.

ID = $\{x \in IR | x > 2 \vee (X \leq 0 \wedge x \neq -2)\}$