Klassenarbeit - Bruchterme

Aufgabe 1:

Vereinfache folgende Terme! (Bringe auf einen Nenner, kürze…)

a) $\frac{15x^3y^2}{5z-15} : \frac{35xy^5}{7z-21} =$

b) $\left(\frac{x}{y} - 1\right) : \left[\frac{x^2 + 2xy + y^2}{4xy} - 1\right] =$

c) $\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b} =$

Aufgabe 2:

Berechne die Lösungsmenge, G = $\mathbb{Q}$

a) $\frac{x+6}{x} = \frac{x+4}{x+1}$

b) $\frac{3x-4}{x-3} - 4 = \frac{5-2x}{2x}$

c) $\frac{4x+1}{4x+2} - \frac{5x-2}{6x+3} = \frac{5}{18}$

d) $\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x^2+x} = \frac{2}{x^2-1}$

Aufgabe 3:

Schreibe erst als „Rechenaufgabe“, löse dann und mache abschließend eine Probe!

In einem Bruch ist der Nenner um 9 größer als der Zähler. Der Wert dieses Bruches ändert sich nicht, wenn man gleichzeitig den Zähler dieses Bruches um 8 und den Nenner um 14 verringert. Wie heißt der Bruch?

Aufgabe 1: Vereinfache folgende Terme! (Bringe auf einen Nenner, kürze…)

a) $\frac{15x^3y^2}{5z-15} : \frac{35xy^5}{7z-21} = \frac{15x^3y^2}{5z-15} \cdot \frac{7z-21}{35xy^5} = \frac{3x^2 \cdot 7(z-3)}{5(z-3)\cdot 7y^3} = \mathbf{\frac{3x^2}{5y^3}}$

b) $\left(\frac{x}{y} - 1\right) : \left[\frac{x^2+2xy+y^2}{4xy} - 1\right] = \left(\frac{x}{y} - \frac{y}{y}\right) : \left[\frac{x^2+2xy+y^2}{4xy} - 1\right] =$

$= \left(\frac{x-y}{y}\right) : \left[\frac{x^2 + 2xy + y^2}{4xy} - \frac{4xy}{4xy}\right] =$

$= \left(\frac{x-y}{y}\right) : \left[\frac{x^2 + 2xy + y^2 - 4xy}{4xy}\right] = \left(\frac{x-y}{y}\right) : \left[\frac{x^2 - 2xy + y^2}{4xy}\right]$

$= \left(\frac{x-y}{y}\right) \cdot \left[\frac{4xy}{(x-y)^2}\right] = \mathbf{\frac{4x}{x-y}}$

c) $\frac{a-b}{a+b} - \frac{a+b}{a-b} = \frac{(a-b)(a-b)}{(a+b)(a-b)} - \frac{(a+b)(a+b)}{(a+b)(a-b)} = \frac{a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 + 2ab + b^2)}{a^2 - b^2}$

$= \frac{a^2 - 2ab + b^2 - a^2 - 2ab - b^2}{a^2 - b^2} = \mathbf{\frac{-4ab}{a^2 - b^2}}$

Aufgabe 2: Berechne die Lösungsmenge, G = $\mathbb{Q}$

Achtung! Der Nenner darf nie Null werden!

a) $\frac{x+6}{x} = \frac{x+4}{x+1}$ | $\cdot (x+2)$; $\cdot x$ (Gleichung nicht definiert für x = 0 u. x = -1)

$(x+6)(x+1) = (x+4) \cdot x$

$x^2 + x + 6x + 6 = x^2 + 4x$ | $- x^2$

$7x + 6 = 4x$ | $- 7x$

$6 = -3x$ | $: (-3)$

$\mathbf{-2 = x}$ $\mathcal{L} = \{-2\}$

b) $\frac{3x-4}{x-3} - 4 = \frac{5-2x}{2x}$ (Gleichung nicht definiert für x = 3 und x = 0)

$\frac{(3x-4) - 4(x-3)}{(x-3)} = \frac{5-2x}{2x}$ | $\cdot 2x \cdot (x-3)$

$2x(3x - 4 - 4x + 12) = (5 - 2x)(x - 3)$

$2x(-x + 8) = 5x - 15 - 2x^2 + 6x$

$-2x^2 + 16x = -2x^2 + 11x - 15$ | $+ 2x^2$

$16x = 11x - 15$ | $- 11x$

$5x = -15$ | $: 5$

$\mathbf{x = -3}$ $\mathcal{L} = \{-3\}$

c) $\frac{4x+1}{4x+2} - \frac{5x-2}{6x+3} = \frac{5}{18}$ (Gleichung nicht definiert für x = - 0,5)

$\frac{4x+1}{2(2x+1)} - \frac{5x-2}{3(2x+1)} = \frac{5}{18}$

$\frac{9(4x+1) - 6(5x-2)}{18(2x+1)} = \frac{5(2x+1)}{18(2x+1)}$ $\quad | \cdot 18(2x+1)$

$36x + 9 - 30x + 12 = 10x + 5$

$6x + 21 = 10x + 5$ $\quad | - 5 - 6x$

$16 = 4x$ $\quad | : 4$

$\mathbf{4 = x}$ $\quad \mathcal{L} = \{4\}$

d) $\frac{1}{x^2 - x} - \frac{1}{x^2 + x} = \frac{2}{x^2 - 1}$ (Gleichung nicht definiert für x = 1 und x = - 1)

$\frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{x(x+1)} = \frac{2}{(x-1)(x+1)}$

$\frac{1(x+1)}{x(x-1)(x+1)} - \frac{1(x-1)}{x(x-1)(x+1)} = \frac{2x}{x(x-1)(x+1)}$ $\quad | \cdot x(x-1)(x+1)$

$(x + 1) - (x - 1) = 2x$

$x + 1 - x + 1 = 2x$

$2 = 2x$ $\quad | : 2$

$\mathbf{1 = x}$ $\quad \mathcal{L} = \{\varnothing\}$ (da Gleichung für x = 1 nicht definiert ist)

Aufgabe 3:

In einem Bruch ist der Nenner um 9 größer als der Zähler. Der Wert dieses Bruches ändert sich nicht, wenn man gleichzeitig den Zähler dieses Bruches um 8 und den Nenner um 14 verringert. Wie heißt der Bruch?

$\frac{x}{x+9} = \frac{x-8}{(x+9) - 14}$

$\frac{x}{x+9} = \frac{x-8}{x-5}$ $\quad | \cdot (x + 9) \cdot (x - 5)$

$x(x - 5) = (x - 8)(x + 9)$

$x^2 - 5x = x^2 + 9x - 8x - 72$ $\quad | - x^2$

$- 5x = x - 72$ $\quad | - x$

$- 6x = - 72$ $\quad | : (-6)$

$x = 12$

⇨ **Bruch:** $\mathbf{\frac{12}{21}}$ Probe: $\frac{12-8}{21-14} = \frac{4}{7} = \frac{12}{21}$ (bei Erweiterung d. Bruches mit 3)