Schulaufgabe Mathematik Klasse 8 G8

Direkte Proportionalität, indirekte Proportionalität, Lineare Funktionen, Bestimmung von Funktionstermen, Nullstellen

Aufgabe 1) **Marianne findet eine alte Benzinrechnung ihres Vaters: 30 Liter Superbenzin haben damals 35,10 € gekostet.**

a) Ergänze folgende Tabelle:

Benzinvolumen V in l	1		5	10	20	30	
Kosten K in €		3,51				35,10	58,50

b) Wie lautet der Proportionalitätsfaktor

c) Gib die Zuordnungsvorschrift an

Aufgabe 2) **Ein Heizölvorrat reicht 80 Tage, wenn die Heizung täglich 12,5 h in Betrieb ist.**

a) Bei welcher täglichen Brenndauer würde der Vorrat 120 Tage reichen?

b) Wie lange reicht der Vorrat bei einer Brenndauer von 9h pro Tag?

Aufgabe 3) **Gegeben sei die Funktion:**

$$f(x) = \frac{3x}{x-7}$$

a) Bestimme die Definitionsmenge.

b) Bestimme die Nullstellen.

Aufgabe 4) **Gegeben sei die Funktion:**

$$f(x) = -\frac{1}{2}x - 3,5$$

a) Zeichne den Graphen der Funktion ohne die Wertetabelle zu berechnen.

b) Gib die Definitionsmenge an.

c) Berechne die Nullstelle.

d) Bestimme die Steigung einer zu f senkrechten Geraden g.

Aufgabe 5) **P(-1,5|1) und Q(1,5|3) liegen auf der Gerade g.**

a) Berechne den Funktionsterm der Geraden g.

b) Bestimme den Funktionsterm einer direkt proportionalen Funktion h, deren Graph parallel zur Geraden g verläuft.

Viel Erfolg!

Lösungen 1. Schulaufgabe Mathematik Klasse 8 Gymnasium Bayern

Aufgabe 1) **Marianne findet eine alte Benzinrechnung ihres Vaters:**
30 Liter Superbenzin haben damals 35,10 € gekostet.

Lösung Aufgabe 1a) Ergänze folgende Tabelle:

Benzinvolumen V in l	1		5	10	20	30	
Kosten K in €		3,51				35,10	58,50

Da das Benzin einen Preis/l (also Kosten/Volumen in l) hat sind die Kosten K proportional zum Volumen V. Der Proportionalitätsfaktor lässt sich aus der Tabellenangabe V = 30 l mit den Kosten von 35,10 € berechnen.

Der Proportionalitätsfaktor ist demnach: $\frac{35{,}10}{30} = 1{,}17$.

Somit lassen sich die Kosten mit der Formel: K = 1,17 · V berechnen.

K = 1 · 1,17 K = 1,17 € für 1 l Benzin

K = 5 · 1,17 für 5 l Benzin = 5,85 €

K = 10 · 1,17 für 10 l Benzin = 11,70 €

K = 20 · 1,17 für 20 l Benzin = 23,40 €

K = 30 · 1,17 für 30 l Benzin = 35,10 €

Für die Spalten, in denen nur die Kosten angegeben sind, muss die Formel K = 1,17 · V umgestellt werden, so dass das Volumen berechnet werden kann:

K = 1,17 · V | :1,17

$\frac{K}{1{,}17} = V$

$V = \frac{K}{1{,}17}$

$V = \frac{3{,}51}{1{,}17} = 3$ l Benzin

$V = \frac{58{,}50}{1{,}17} = 50$ l Benzin

Demnach sieht die vollständig ausgefüllte Tabelle so aus:
Rot = Berechnete Werte
Schwarz = Gegebene Werte

Benzinvolumen V in l	1	3	5	10	20	30	50
Kosten K in €	1,17	3,51	5,85	11,70	23,40	35,10	58,50

Lösung Aufgabe 1b) Wie lautet der Proportionalitätsfaktor

Antwort: Der Proportionalitätsfaktor lautet: $\frac{35{,}10}{30} = 1{,}17$ **(siehe oben)**

Lösung Aufgabe 1c) Gib die Zuordnungsvorschrift an

Antwort: Die Zuordnungsvorschrift lautet: K = 1,17 · V (siehe oben).

Aufgabe 2) Ein Heizölvorrat reicht 80 Tage, wenn die Heizung täglich 12,5 h in Betrieb ist.

a) Bei welcher täglichen Brenndauer würde der Vorrat 120 Tage reichen?

Der existierende Vorrat an Heizöl nimmt kontinuierlich ab, je länger die Brenndauer/Tag desto schneller ist der Vorrat aufgebraucht.

Vermutung: Die Anzahl der Tage ist umgekehrt proportional zu den Brennstunden.
d.h. P = Tage · Stunden und daraus folgt:

$$\text{Tage} = \frac{P}{Stunden}$$

Gegeben ist, dass der Heizölvorrat 80 Tage reicht, wenn die Heizung täglich 12,5 h in Betrieb ist, damit ist

P = 80 · 12,5 = 1000.
Wenn wir also wissen wollen wie hoch die Brenndauer ist, wenn der Vorrat 120 Tage reichen soll, müssen wir in
$\text{Tage} = \frac{P}{Stunden}$ einsetzen:

$120\ \text{Tage} = \frac{1000}{Stunden}$ Die Gleichung muss nach Stunden aufgelöst werden:

$120\ \text{Tage} = \frac{1000}{Stunden}$ | · Stunden

120 Tage · Stunden = 1000 | : 120 Tage

$\text{Stunden} = \frac{1000}{120} = 8{,}33$

Antwort: Der Vorrat reicht bei einer Brenndauer von 8,33 h täglich 120 Tage.

Lösung Aufgabe 2b) Wie lange reicht der Vorrat bei einer Brenndauer von 9h pro Tag?

Hier muss einfach in $\text{Tage} = \frac{P}{Stunden}$ 9 h eingesetzt werden:

$\text{Tage} = \frac{1000}{9} = 111{,}11111 = 111\,\frac{1}{9}$ Tage

Antwort: Bei einer Brenndauer von 9 Tagen reicht der Vorrat für $111\frac{1}{9}$ **Tage.**

Aufgabe 3) Gegeben sei die Funktion:

$$f(x) = \frac{3x}{x-7}$$

a) Bestimme die Definitionsmenge.
b) Bestimme die Nullstellen.

Lösung Aufgabe 3a) Bestimme die Definitionsmenge.

Bei der Funktion **f (*x*) =** $\frac{3x}{x-7}$

darf der Nenner *x* - 7 nicht 0 werden, d. h. wir müssen das *x* berechnen für das der Nenner 0 wird, damit wir diesen Wert aus der Definitionsmenge ausschließen können:

$x - 7 = 0 \quad | + 7$
$x \quad = 7$

Antwort: Des Weiteren sind alle Werte für x zulässig, die Definitionsmenge heißt also D = {Q \ *x* =7} (Menge der rationalen Zahlen ohne 7).

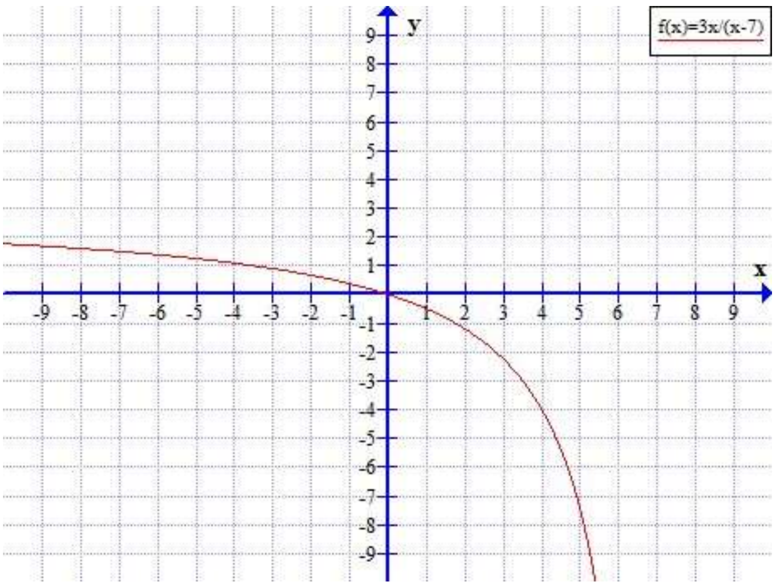
Lösung Aufgabe 3b) Bestimme die Nullstellen.

Die Nullstellen werden bestimmt, indem f (*x*) = 0 gesetzt wird, also
$\frac{3x}{x-7} = 0$.

Ein Bruch wird immer dann 0, wenn der Zähler 0 wird (Der Nenner darf niemals 0 werden). Es reicht also nur den Zähler des Bruches von f (*x*) zu betrachten um die Nullstelle zu berechnen.
Also:
$f(x) = 3x = 0$
$x \ = 0$
Antwort: Die Nullstelle geht demnach durch den Punkt P(0|0).

Zur Veranschaulichung: (gehört nicht zur Aufgabenstellung)

Der Graph der Funktion f (*x*) = $\frac{3x}{x-7}$



Wir sehen also: Der Graph geht durch den Punkt P(0|0), das ist die Nullstelle.

Lösung Aufgabe 4) Gegeben sei die Funktion:

$$\textbf{f}\,(x) = -\frac{1}{2}x - 3,5$$

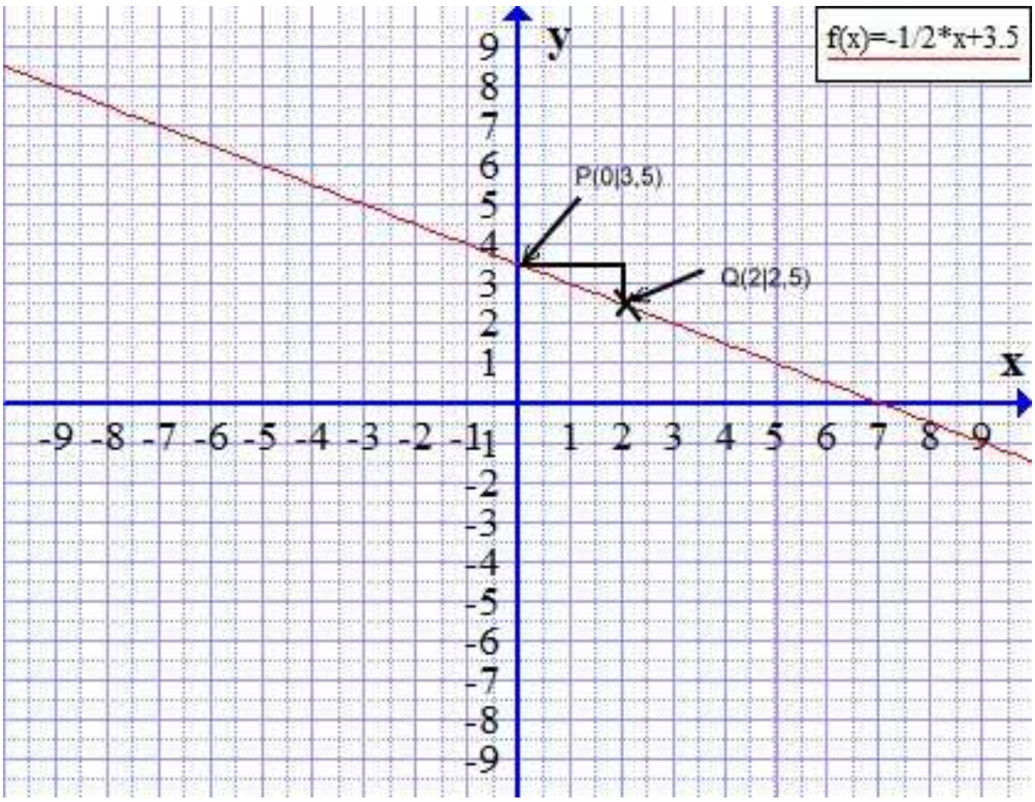
a) Zeichne den Graphen der Funktion ohne die Wertetabelle zu berechnen.
b) Gib die Definitionsmenge an.
c) Berechne die Nullstelle.
d) Bestimme die Steigung einer zu f senkrechten Geraden g.

Lösung Aufgabe 4a) Zeichne den Graphen der Funktion ohne die Wertetabelle zu berechnen.

Bei der Funktion handelt es sich um eine lineare Funktion der Form f (x) = m · x + b, das ist eine Gerade. Mit zwei Punkten können wir eine Gerade exakt bestimmen.

Den ersten Punkt P erhalten wir:

b ist der y-Achsenabschnitt der Funktion, d.h. in diesem Punkt ist x = 0. Der Graph schneidet im Punkt P(0|3,5) die y-Achse.
Den zweiten Punkt Q erhalten wir mit Hilfe der Steigung m, das ist hier - $\frac{1}{2}$.
Vom Punkt P aus tragen wir nun das Steigungsdreieck an, m = $\frac{-1}{2} = \frac{-y}{x}$
Wir gehen vom Punkt P aus 2 Einheiten in die positive x-Richtung (+2) und 1 Einheit in die negative y-Richtung (- 1). Der zweite Punkt Q hat damit die Koordinaten Q(2|2,5).



Zwei Punkte bestimmen eindeutig eine Gerade. Durch verbinden der beiden Punkte erhalten wir den Funktionsgraphen:

$$\textbf{f}\,(x) = -\frac{1}{2}x - 3,5$$

Lösung Aufgabe 4b) Gib die Definitionsmenge an:
Antwort: Die Definitionsmenge ist die Menge der rationalen Zahlen D ={Q }

Lösung Aufgabe 4c) Berechne die Nullstelle.

Für die Nullstelle gilt: f (x) = 0 = $-\frac{1}{2}x - 3,5$

$\frac{1}{2}x - 3{,}5 = 0 \quad | + 3{,}5$

$\frac{1}{2}x = 3{,}5 \quad | \cdot 2$

$x = 3{,}5 \cdot 2$

$x = 7$

Antwort: Die Nullstelle ist der Punkt R(7|0).

Lösung Aufgabe 4d) **Bestimme die Steigung einer zu f senkrechten Geraden g**

Die Steigung einer zu f senkrechten Geraden g ist der negative Kehrwert der Steigung der Geraden g

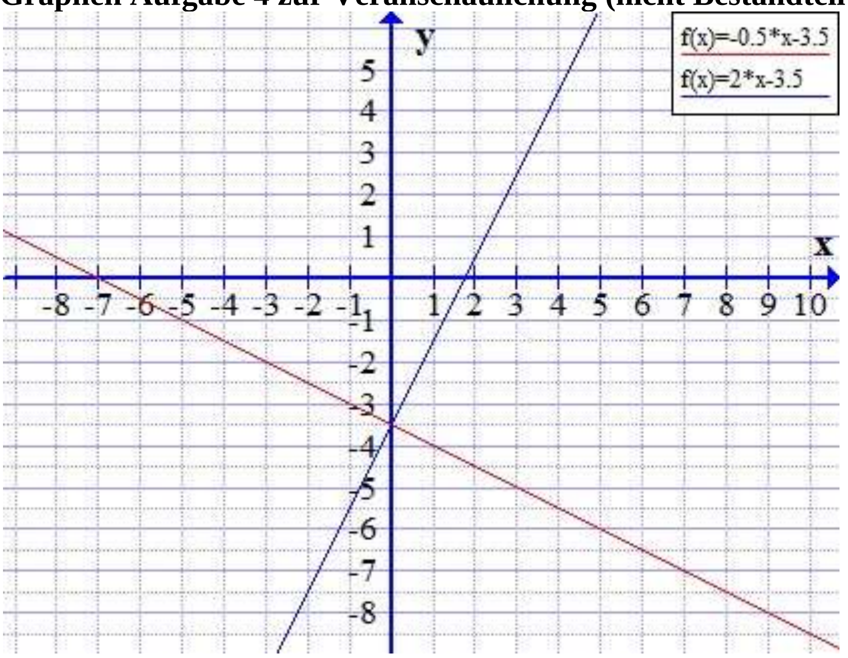
f (x) = $-\frac{1}{2}x - 3,5$

Die Steigung der Geraden g ist m= $-\frac{1}{2}$.

Der negative Kehrwert von $-\frac{1}{2}$ ist + 2.

Antwort: Die Steigung einer zu f senkrechten Geraden g ist m = +2.

Graphen Aufgabe 4 zur Veranschaulichung (nicht Bestandteil der Aufgabe 4)



Aufgabe 5) **P(-1,5|1) und Q(1,5|3) liegen auf der Gerade g.**

a) Berechne den Funktionsterm der Geraden g.
b) Bestimme den Funktionsterm einer direkt proportionalen Funktion h, deren Graph parallel zur Geraden g verläuft.

Lösung Aufgabe 5a) Berechne den Funktionsterm der Geraden g.

Die allgemeine Funktionsgleichung einer Geraden ist f (x) = m · x + b.

Dabei ist m die Steigung der Geraden. Die Steigung der Geraden wird berechnet mit

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad m = \frac{3-1}{1{,}5-(-1{,}5)} \qquad m = \frac{2}{3}$

Somit heißt die Funktionsgleichung bisher f (x) = $\frac{2}{3}x + b$.

Jetzt wird einer der angegebenen Punkte in diese Gleichung eingesetzt:
Mit dem eingesetzten Punkt Q lautet die Gleichung:

$1 = \frac{2}{3} \cdot (-1{,}5) + b$

$1 = \frac{2}{3} \cdot (-\frac{3}{2}) + b$

$1 = -1 + b \quad |+1$

$1 + 1 = b$

$\underline{\underline{b = 2}}$

Antwort: Der Funktionsterm lautet f (x) = $\frac{2}{3}x + 2$

Lösung Aufgabe 5b) Bestimme den Funktionsterm einer direkt proportionalen Funktion h, deren Graph parallel zur Geraden g verläuft.

Bei einer Parallelen zur Geraden g ist die Steigung m der Geraden h gleich der Steigung der Geraden g. Steigung der Geraden h gleich der Steigung der Geraden g, beide m = $\frac{2}{3}$

Der Funktionsterm der Geraden h parallel zur Geraden g hat lediglich ein von g verschiedenes b (y = m · x + b, der y-Achsenabschnitt b muss verändert werden):

Antwort: Eine zur Geraden g parallele Gerade h hat die Funktionsgleichung h (x) = $\frac{2}{3}x + 4$

Graphen Aufgabe 5 zur Veranschaulichung (nicht Bestandteil der Aufgabe 5)