A

Arbeitszeit: 45 Minuten
Arbeitsmittel: Geodreieck, Zirkel

Mathematikarbeit Klasse 8

Name: ____

1. Aufgabe

Bestimme bei der folgenden Gleichung die Definitionsmenge und die Lösungsmenge in $\mathbb{Q}$.

$$\frac{3z}{4-3z}=\frac{2z}{5-2z}$$

2. Aufgabe

In dieser Aufgabe geht es um ganz normale zylindrische Haushaltskerzen, die ganz gleichmäßig herunterbrennen. Untersucht werden soll ihre (Rest-) Länge in Abhängigkeit von der Zeit.

a) Eine 15 cm lange Kerze brennt in 10 Stunden ab. Eine 20 cm lange Kerze brennt in 8 Stunden ab.

1. Zeichne die zugehörigen Graphen in ein Koordinatensystem und stelle ihre Gleichungen auf.
2. Die beiden Kerzen werden gleichzeitig angezündet. Wann sind sie gleich lang?
3. Es wird nur die lange Kerze angezündet. Wie lange muss sie brennen, bis sie so lang ist wie die kurze?

b) Zu vier Kerzen, die gleichzeitig abbrennen, werden die zugehörigen Geraden in ein Koordinatensystem gezeichnet. Sie verlaufen parallel zueinander. Welche Schlüsse lassen sich daraus über die vier Kerzen ziehen?

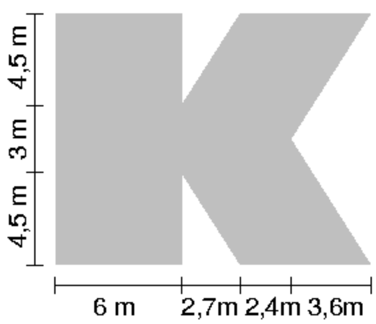
3. Aufgabe

Konstruiere ein Dreieck aus $c = 5\text{ cm}$; $s_c = 4\text{ cm}$; $\beta = 65°$.
Zu einer solchen Konstruktion gehören auch eine Planskizze und die Konstruktionsbeschreibung.

Wähle genau <u>eine</u> der beiden folgenden Aufgaben aus und bearbeite sie!

4. Aufgabe

Eine große Möbelfirma will ihr Gebäude gelb streichen mit dem Firmennamen in großen blauen Lettern darauf. Wie viele Quadratmeter Farbe sind für den Buchstaben **K** einzuplanen (Zeichnung ist nicht maßstabsgetreu)?



5. Aufgabe

Beim *Problem des Monats* soll die Zahl $\frac{8}{77}$ als Differenz zweier Brüche geschrieben werden; beide Brüche sollen kleiner als 1 sein. Einer der Brüche soll dabei die Zahl 7 als Nenner haben, der andere die Zahl 11 als Nenner. Welche Möglichkeiten gibt es?

A 1

Mathematikarbeit Klasse 8: Lösungen Gruppe A

<table>
<tr><th>Aufgabe bzw. Aufgabenteil</th><th>Punkte</th></tr>
<tr><td>

1. Aufgabe – 6 Punkte

$D = \mathbb{Q} \setminus \left\{ \frac{4}{3}, \frac{5}{2} \right\}$

(denn für jede der beiden ausgeschlossenen Zahlen ist einer der Nenner Null)

$15z - 6z^2 = 8z - 6z^2 \;\Leftrightarrow\; 15z = 8z \;\Leftrightarrow\; 7z = 0 \;\Leftrightarrow\; z = 0$

$L = \{0\}$

</td><td>

2

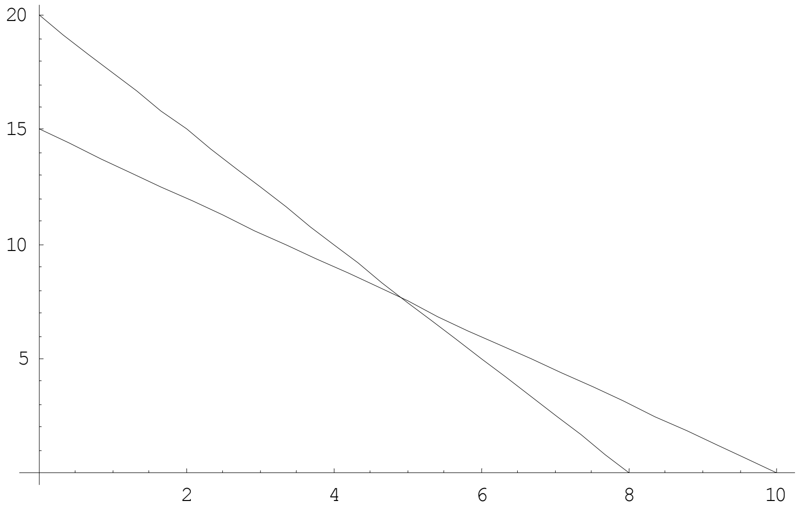
3

1

</td></tr>
<tr><td>

2. Aufgabe – 16 Punkte

a 1)



$lk_1(t) = -1{,}5t + 15$

$lk_2(t) = -2{,}5t + 20$

(Eine korrekte Einheitenangabe wird nicht verlangt.)

a 2) Lösen durch Gleichsetzen: $-1{,}5t + 15 = -2{,}5t + 20 \Leftrightarrow t = 5$
Ergebnis: Die Kerzen sind nach **5 Stunden** gleich lang.
(Das Ergebnis kann auch aus der Graphik abgelesen werden. Dann allerdings ist eine Bestätigung durch Einsetzen in die Gleichungen nötig.)

a 3) Ergebnis z.B. durch Einsetzen: $-2{,}5t + 20 = 15 \Leftrightarrow 2{,}5t = 5 \Leftrightarrow t = 2$.
Nach **2 Stunden** ist die lange Kerze auf die Länge von 15 cm heruntergebrannt. (Jede andere begründete Lösung ist natürlich zulässig.)

b) Parallelität bedeutet gleiche Abbrenngeschwindigkeit. Dies bedeutet, dass die Kerzen die gleiche Dicke aufweisen.
Parallele Geraden mit unterschiedlichem y-Achsen-Abschnitt deuten auf verschiedene Länge zum Zeitpunkt $t = 0$; es waren also unterschiedlich lange Kerzen, oder sie wurden zu verschiedenen Zeitpunkten angezündet.

</td><td>

3

3

4

4

1

1

</td></tr>
</table>

A 2

Aufgabe bzw. Aufgabenteil	Punkte
3. Aufgabe – 11 Punkte Planskizze Zeichnerische Durchführung der Konstruktion Konstruktionsbeschreibung – in etwa - Antragen der Seite c - Konstruktion des Punktes M_c als Mittelpunkt der Seite c - Ziehen eines Kreises um M_c mit dem Radius s_c - Antragen des Winkels β in B an c; die Seite a ist ein Teil des freien Schenkels - C ist der Schnittpunkt des freien Schenkels von β und dem Kreis um M_c - Verbinden von C und A ergibt die Seite b.	 **1** **5** **5**
4. Aufgabe – 7 Punkte Es gibt zwei gleichwertige Lösungswege: Vom umschließenden Rechteck mit den Kantenlängen 12 m und 14,7 m werden oben und unten sowie rechts je ein Dreieck abgezogen. Die Dreiecke oben und unten sowie das in zwei Teile zerlegte Dreieck rechts können auch zu Rechtecken zusammengelegt werden. Es ergibt sich: $A = 12 \cdot 14{,}7 - 4{,}5 \cdot 2{,}7 - 6 \cdot 3{,}6 = 142{,}65$ Alternativ darf auch der nahe liegende Schluss gezogen werden, das **K** setze sich aus einem Rechteck und zwei Parallelogrammen zusammen, wobei aber ein Überschneidungsdreieck abgezogen werden muss. Die Parallelogramme können geschert und mit dem Rechteck zu einem großen Rechteck zusammengefasst werden. Das Dreieck hat eine Grundseite von 3 m Länge und eine Höhe von 3,6 m – 2,7 m = 0,9 m. Es ergibt sich: $A = 12 \cdot 12 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 0{,}9 = 142{,}65$ Der Buchstabe **K** umfasst also eine Fläche von 142,65 m².	**7**
5. Aufgabe – 7 Punkte Es geht darum, die Gleichungen $\frac{a}{7} - \frac{b}{11} = \frac{8}{77}$ und $\frac{c}{11} - \frac{d}{7} = \frac{8}{77}$ in den positiven ganzen Zahlen zu lösen, wobei noch gelten muss: $a < 7$, $b < 11$, $c < 11$, $d < 7$. Umgeformt ergibt sich für die erste Gleichung: $11a = 8 + 7b$. Der Term auf der rechten Seite, $8 + 7b$, muss also durch 11 teilbar sein. Dies ist im Bereich $b < 11$ nur für $b = 2$ erfüllt, wie sich durch Einsetzen zeigen lässt. Für $\boldsymbol{b = 2}$ ergibt sich durch Einsetzen $\boldsymbol{a = 2}$ als einzige Lösung der ersten Gleichung. Die gesuchte Zerlegung lautet damit $\frac{8}{77} = \frac{2}{7} - \frac{2}{11}$. Für die zweite Gleichung ergibt sich entsprechend $7c = 8 + 11d$. Hier muss der Term auf der rechten Seite ein Vielfaches von 7 sein. Dies ist im Bereich $d < 7$ nur für $\boldsymbol{d = 5}$ erfüllt; Einsetzen ergibt dann $\boldsymbol{c = 9}$. Die gesuchte Zerlegung lautet damit $\frac{8}{77} = \frac{9}{11} - \frac{5}{7}$.	 **1** **2** **1** **1** **2**