

1. **Bruchrechnen** – Fasse zu einem Bruch zusammen und vereinfache soweit wie möglich.

a)  $\frac{a}{4-a} + \frac{12}{4+a} - \frac{32}{16-a^2}$

b)  $\frac{48}{15x} : \frac{24}{5x^2}$

2. **Bruchgleichungen** – Bestimme die Lösungsmenge aus der Grundmenge  $\mathbb{Q}$ .

$$\frac{2x}{x-1} - 2 = \frac{5}{x^2-1}$$

3. **Schneeräumen**

Heute morgen hat es wieder geschneit! Aber aus Erfahrung weiß der Vater, dass er in einer halben Stunde mit der Einfahrt fertig ist, wenn ihm sein Sohn hilft. Der Sohn schaufelt dabei ziemlich genau halb soviel wie der Vater. Wie lange würde der Vater brauchen, wenn er alleine schaufeln müsste? (Löse mit Hilfe einer Gleichung!)

4. **Reicht es?**

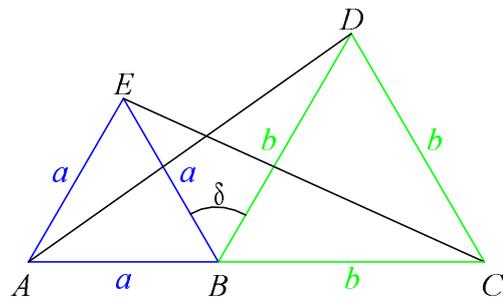
Gib eine Aussage über die Diagonalen, welche hinreichend und notwendig ist, dass ein Viereck ...

- a) ... ein Rechteck ist.
- b) ... ein Drachenviereck ist.

5. **Beweise!**

Gegeben ist die rechts skizzierte Figur. Dabei liegt  $B$  auf der Strecke  $[AC]$ . Weiterhin sind die Dreiecke  $\triangle ABE$  und  $\triangle BCD$  jeweils gleichseitig.

- a) Übertrage die gegebene Skizze nach Augenmaß vergrößert auf dein Blatt.
- b) Berechne das Maß des Winkels  $\delta$ .
- c) Beweise: Die Strecken  $[AD]$  und  $[CE]$  haben die gleiche Länge. (Hilfe: Führe einen Kongruenzbeweis.)



Viel Erfolg!

$$\begin{aligned}
 1. \quad a) \quad & \frac{a}{4-a} + \frac{12}{4+a} - \frac{32}{16-a^2} = \frac{a}{4-a} + \frac{12}{4+a} - \frac{32}{(4-a)(4+a)} \\
 & = \frac{a \cdot (4+a) + 12 \cdot (4-a) - 32}{(4-a)(4+a)} = \frac{4a + a^2 + 48 - 12a - 32}{(4-a)(4+a)} \\
 & = \frac{a^2 - 8a + 16}{(4-a)(4+a)} = \frac{(4-a)^2}{(4-a)(4+a)} = \frac{4-a}{4+a}
 \end{aligned}$$

$$b) \quad \frac{48}{15x} : \frac{24}{5x^2} = \frac{48}{15x} \cdot \frac{5x^2}{24} = \frac{2}{3}x$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad & \frac{2x}{x-1} - 2 = \frac{5}{x^2-1} \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{-1; 1\} \\
 & \frac{2x}{x-1} - 2 = \frac{5}{(x+1)(x-1)} \quad | \cdot (x+1)(x-1) \neq 0 \\
 & 2x \cdot (x+1) - 2 \cdot (x+1)(x-1) = 5 \\
 & 2x + 2x^2 - 2 \cdot (x^2 - 1) = 5 \\
 & 2x + 2x^2 - 2x^2 + 2 = 5 \\
 & 2x = 3 \\
 & x = \frac{3}{2} \quad L = \left\{ \frac{3}{2} \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad & \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = \frac{1}{\frac{1}{2}} \quad D = \mathbb{Q} \setminus \{0\} \\
 & \frac{1}{x} + \frac{1}{2x} = 2 \quad | \cdot 2x \neq 0 \\
 & 2 + 1 = 4x \\
 & 4x = 3 \\
 & x = \frac{3}{4}
 \end{aligned}$$

Der Vater würde alleine 45 Minuten brauchen.

#### 4. Reicht es?

Gib eine Aussage über die Diagonalen, welche hinreichend und notwendig ist, dass ein Viereck ...

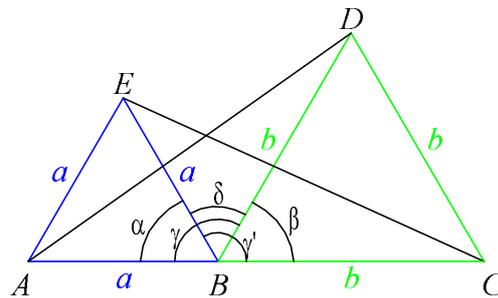
a) ... ein Rechteck ist.

Die Diagonalen sind gleich lang und halbieren sich gegenseitig.

b) ... ein Drachenviereck ist.

Eine Diagonale halbiert die andere lotrecht.

5. a)



b) Für die Winkelsumme im gleichseitigen Dreieck gilt:

$$\begin{aligned}\alpha + \alpha + \alpha &= 180^\circ \\ 3\alpha &= 180^\circ \\ \alpha &= 60^\circ\end{aligned}$$

Außerdem  $\beta = 60^\circ$  analog.

Für den gestreckten Winkel gilt:

$$\begin{aligned}\alpha + \delta + \beta &= 180^\circ \\ 2 \cdot 60^\circ + \delta &= 180^\circ \\ \delta &= 60^\circ\end{aligned}$$

$$\text{c) } \left. \begin{array}{l} \gamma = \alpha + \delta \\ \gamma' = \beta + \delta \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \gamma = \gamma' \\ a = a \\ b = b \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \triangle ABD \simeq \triangle EBC \quad (\text{SWS})$$

$$\Rightarrow \overline{AD} = \overline{CE} \quad (\text{Behauptung})$$