Mathematik-Klassenarbeit Nr. 1 / Kl. 7a

*Hinweis: Die folgenden **Konstruktionen** sind alle **mit Zirkel und Lineal** auszuführen. Hilfslinien müssen erkennbar sein. Achte auf saubere Darstellung und vollständige Beschriftung deiner Zeichnungen. Die Darstellung wird mitbewertet!*

Viel Erfolg!!!!!!!!!!!!!!!!

Aufgabe 1

Zeichne einen Winkel der Weite 144° und unterteile ihn mit Zirkel und Lineal in 4 gleich große Teilwinkel.

Aufgabe 2

Zeichne einen Kreis mit dem Radius $r = 4$ cm und eine Gerade g, die mit dem Kreis keinen Punkt gemeinsam hat. Konstruiere die Berührpunkte aller Tangenten an den Kreis, die zu g parallel sind, und zeichne die Tangenten ein.

Aufgabe 3

a) Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC, dessen Basis BC 7,8 cm und dessen Höhe 5,5 cm lang ist.

b) Konstruiere die zu AB orthogonale Gerade g durch C.

c) Die Gerade g aus Teilaufgabe b) und die Dreiecksseite AB schneiden sich in P. Welchen Abstand hat P von BC? Verwende die bekannte Schreibweise.

Aufgabe 4

a) Konstruiere ein Dreieck ABC mit $a = 9$ cm, $b = 6{,}5$ cm und $c = 8$ cm.
Beschreibe die Konstruktion.

b) Zeichne **mit dem Geodreieck** alle Dreieckshöhen ein und miß ihre Längen.

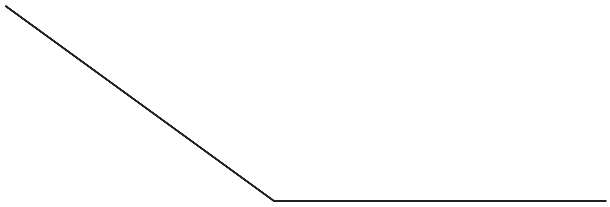
c) Wie müßte man in der Teilaufgabe a) die Seitenlänge a abändern, damit bei gleichbleibendem b und c das Dreieck nicht konstruierbar ist? Begründe deine Antwort.

d) Konstruiere den Kreis, auf dem alle drei Ecken des Dreiecks ABC aus a) liegen. Bestimme seinen Radius r.

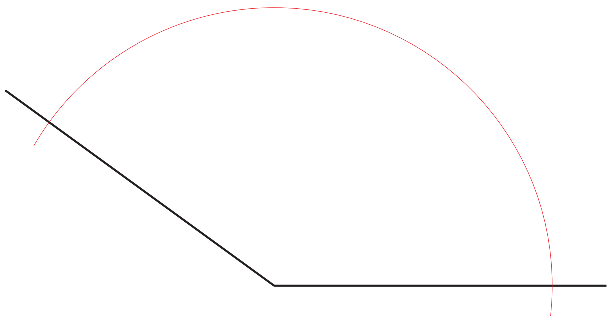
Lösung von Mathematik-Klassenarbeit Nr.1, Klasse 7a

Aufgabe 1
Zeichne einen Winkel der Weite 144° und unterteile ihn mit Zirkel und Lineal in 4 gleich große Teilwinkel.

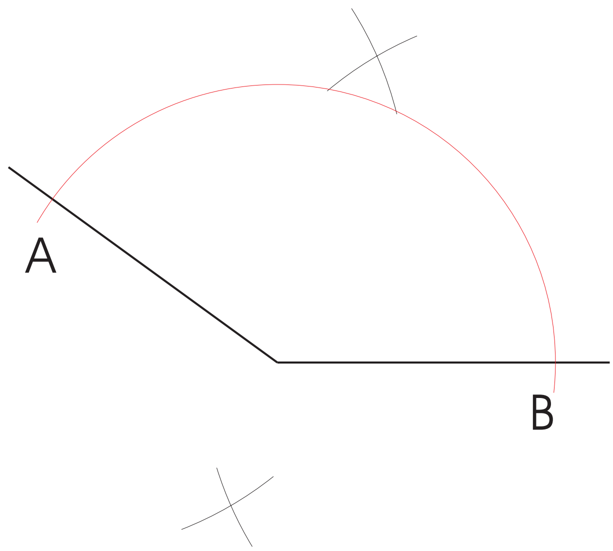
Man fängt mit einem 144° Winkel an.



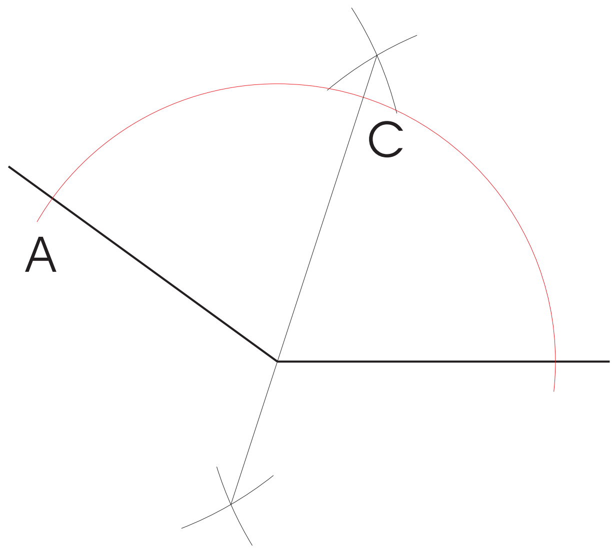
Man zeichnet als nächstes einen Teilkreis um den Schnittpunkt der beiden Geraden. Der Radius ist dabei egal. Sollte jedoch zur Verbesserung der Zeichengenauigkeit möglichst groß sein.



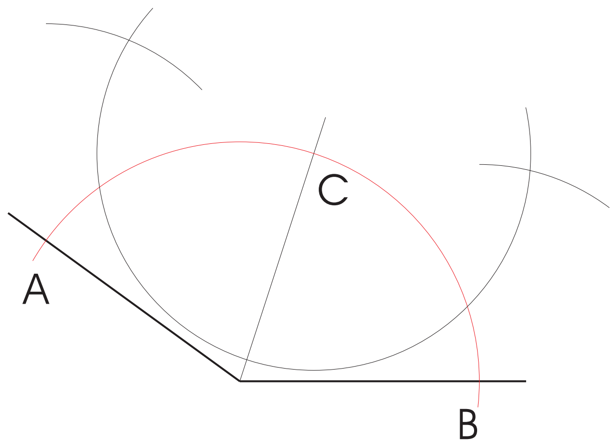
Der Schnittpunkt des roten Kreises mit den beiden Geraden ergib zwei weitere Punkte, die mit A und B bezeichnet werden. Man konstruiert nun eine Mittelsenkrechte der (gedachte) Verbindung AB. Dazu zeichnet man sowohl um A, als auch um B einen Kreis mit einem möglichst großen Radius.



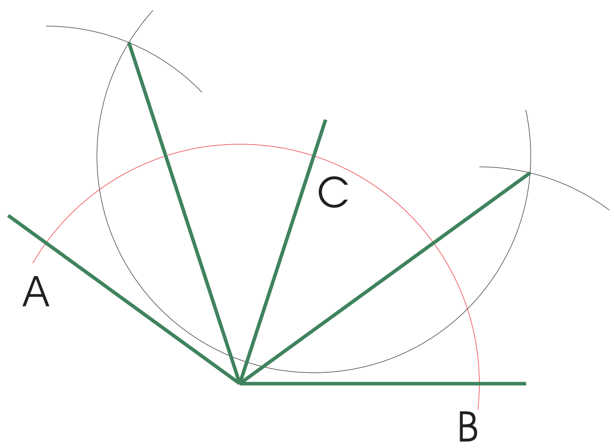
Diese beiden Kreise haben zwei Schnittpunkte. Die Verbindung dieser beiden Punkte ergibt die erwähnte Mittelsenkrechte, die den 144°-Winkel halbiert. Der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten mit dem roten Kreis bezeichne ich mit C.



Analog zu dem bisherigen Vorgehen konstruiert man je eine Mittelsenkrechte von den (gedachten) Verbindungen AC und CB.



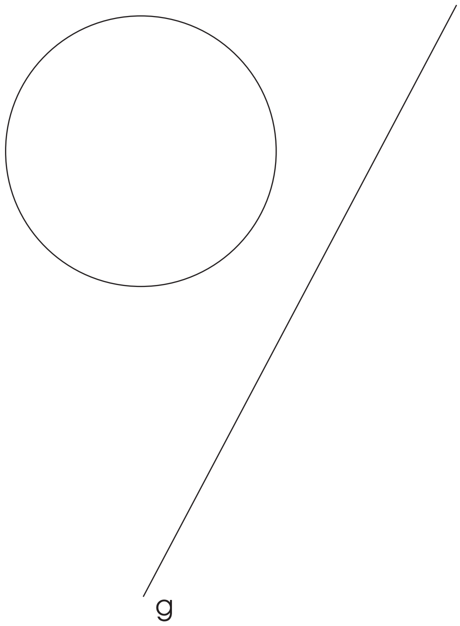
Die im letzten Arbeitsschritt konstruierten Mittelsenkrechten bilden zusammen mit der ersten Mittelsenkrechte drei Geraden (grün eingezeichnet), die den 144°-Winkel in vier gleich große Teile teilen.



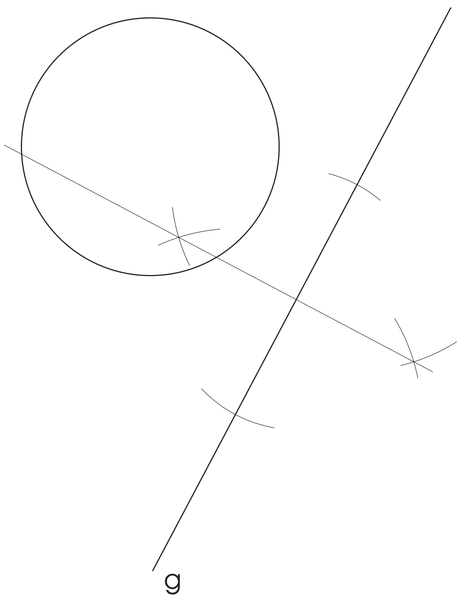
Aufgabe 2

Zeichne einen Kreis mit dem Radius $r = 4\,\text{cm}$ und eine Gerade g, die mit dem Kreis keinen Punkt gemeinsam hat. Konstruiere die Berührungspunkte aller Tangenten an den Kreis, die zu g parallel sind, und zeichne die Tangenten ein.

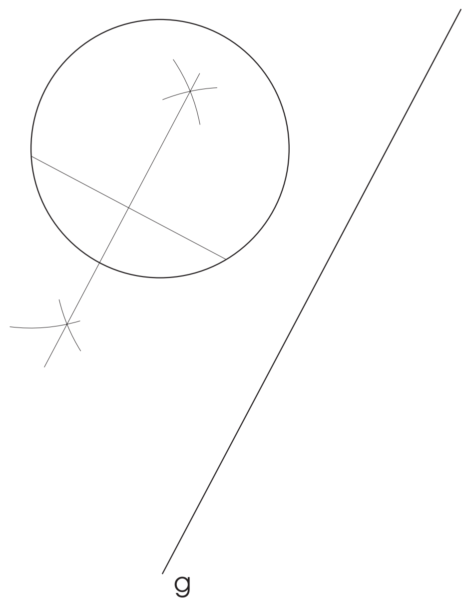
Alles fängt mit dem Kreis und der Gerade g an.



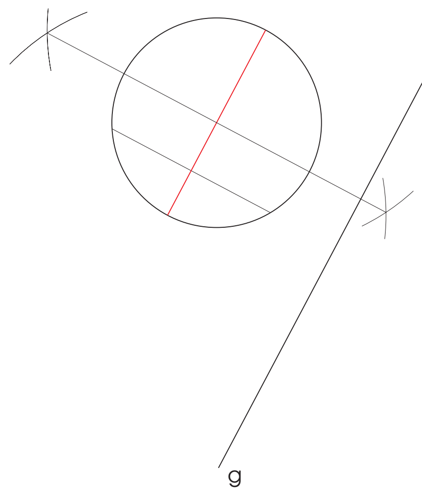
Nun konstruieren wir eine Senkrechte auf die gerade g, die den Kreis in zwei Punkten schneidet. Da wir in den nächsten Schritten des öffteren eine Mittelsenkrechte konstruieren müssen, werde ich die zu der Mittelsenkrechten gehörenden Gerade immer in rot einzeichnen.



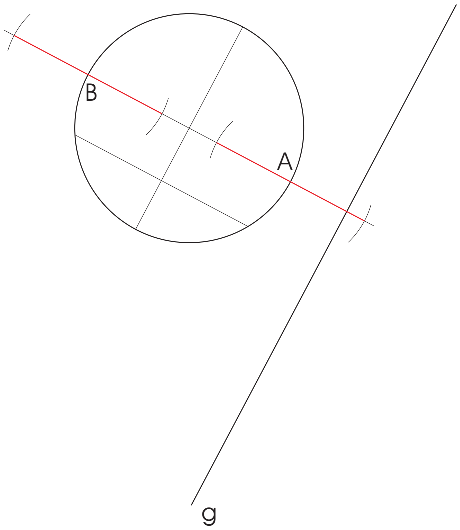
Die so erhaltene Gerade ist eine Sekante des Kreises. Auf dieser Sekante konstruieren wir nun eine Mittelsenkrechte.



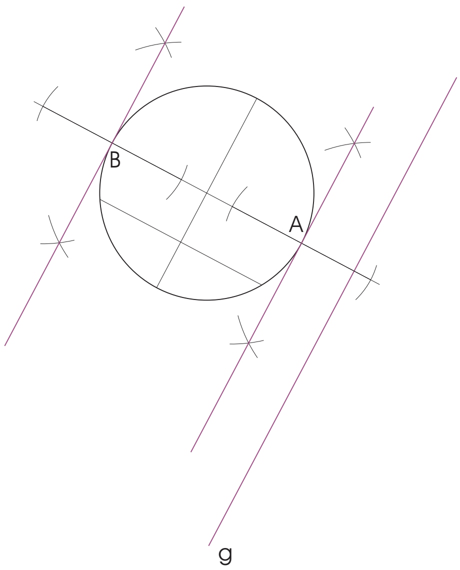
Diese geht durch den Mittelpunkt des Kreises und ist parallel zu der Geraden g.
Eine weitere Mittelsenkrechte konstruiert...



...gibt die Punkte A und B, die die gesuchten Tangentialpunkte sind.
Nun muss man nun noch die Tangenten konstruieren, die durch diese beiden Punkte gehen.
Also abermals eine (oder besser gesagt) zwei Mittelsenkrechten auf den hier gezeigten roten Abschnitten:



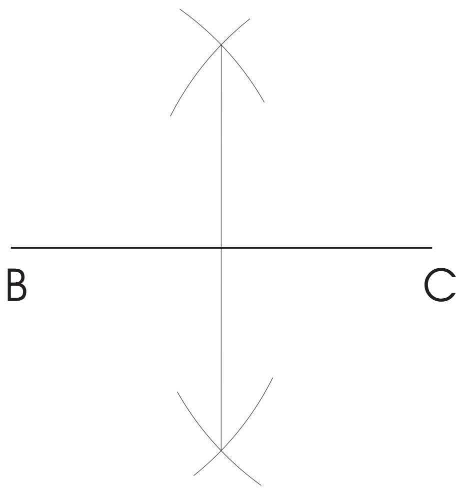
Man erhält somit die beiden gesuchten Tangenten:



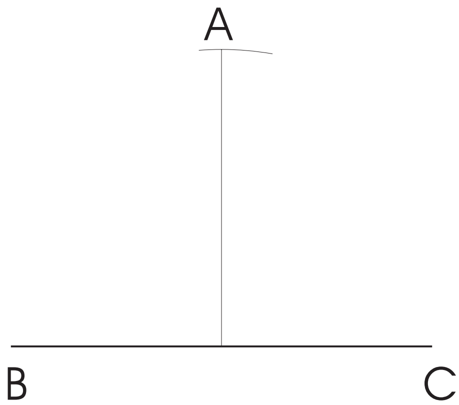
Aufgabe 3a)
Konstruiere ein gleichschenkliges Dreieck ABC, dessen Basis BC 7,8 cm und dessen Höhe 5,5 cm lang ist.

Zuerst die Basis:

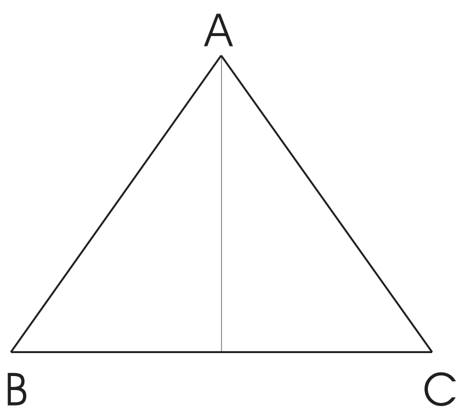
Dann eine Mittelsenkrechte (der Lehrer liebt wohl Mittelsenkrechten :-)



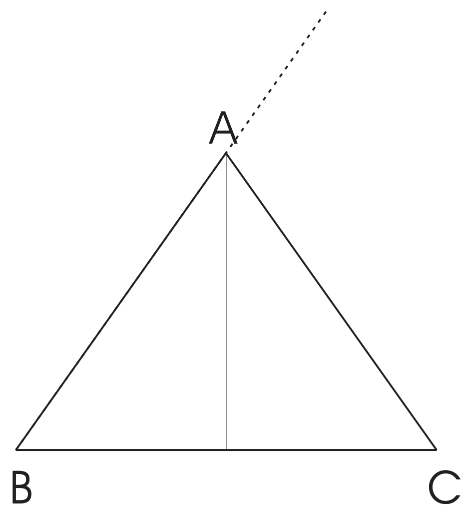
Dies ist nun schon die Höhe. Mit den Zirkel kann man seine Länge von 5,5 cm auftragen.



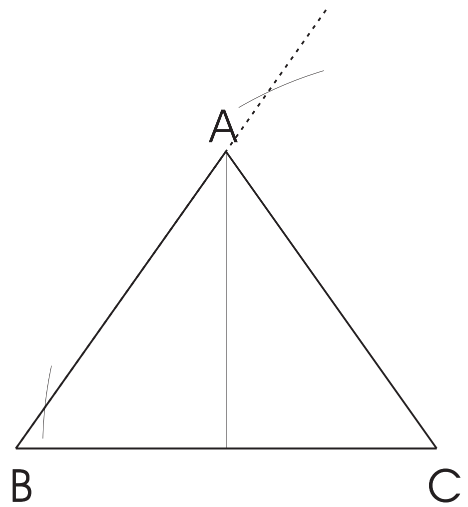
Nun muss man nur noch die Punkte verbinden und erhält das gesuchte Dreieck.



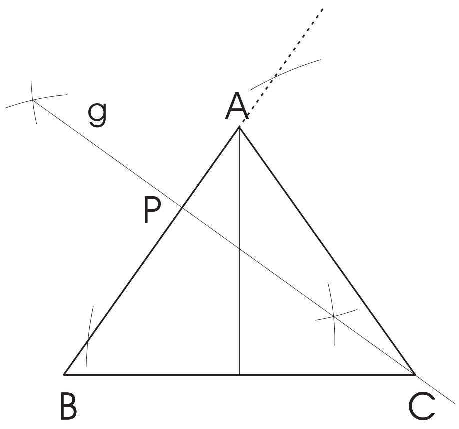
Aufgabe 3b)
Wir fangen mit dem Dreieck von der vorherigen Aufgabe an. Dabei erweitern wir die Seite AB etwas über den Punkt A hinaus.



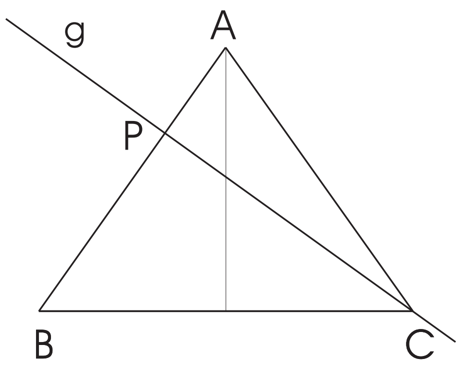
Vom Punkt C kann man nun Kreis schlagen, der die verlängerte Seite AB zwei Mal schneidet.



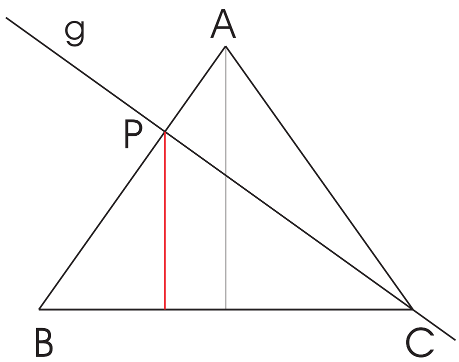
Von diesen Schnittpunkten des Kreises mit der verlängerten Seite AB konstruiert man nun eine Mittelsenkrechte. Diese geht natürlich durch den Punkt C und ist die gesuchte Gerade g.



Aufgabe 3c)
Wir fangen mit dem Dreieck aus der Aufgabe 3b) an.



Gemessen werden soll der Abstand von P zur Seite BC. Abstand ist immer die kürzeste Verbindung. Man konstruiert also (mal wieder) eine Gerade, die zur Seite BC senkrecht ist und durch P geht:

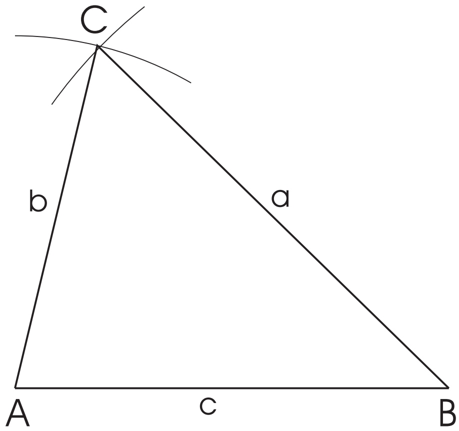


Der Abstand der geraden g zu AB kann man nun einfach messen:

$$\text{Abstand(g,AB)} = 3,7\,\text{cm}$$

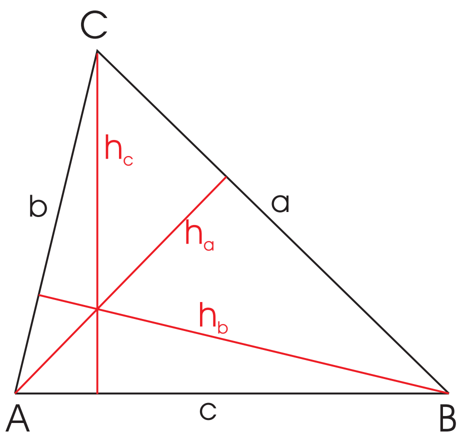
Aufgabe 4a)
Konstruiere ein Dreieck ABC mit $a = 9\,\text{cm}$, $b = 6,5\,\text{cm}$, $c = 8\,\text{cm}$.
Beschreibe die Konstruktion.

Man fängt mit der Seite c mit den Eckpunkten A und B an und schlägt um den Punkt A ein Kreis mit dem Radius b und um den Punkt B ein Kreis mit dem Radius a. Diese Kreise haben zwei Schnittpunkte. Man wählt wilkürlich einen davon und nennt diese den Punkt C. Verbinden von A, B und C gibt das gesuchte Dreieck.



Aufgabe 4b)
Zeichne **mit dem Geodreieck** alle Dreieckshöhen ein und miß ihre Längen.

Mal eine Aufgabe ohne Konstruktion:



$$
\begin{aligned}
h_a &= 7,8\,\mathrm{cm}\\
h_b &= 5,6\,\mathrm{cm}\\
h_c &= 6,3\,\mathrm{cm}
\end{aligned}
$$

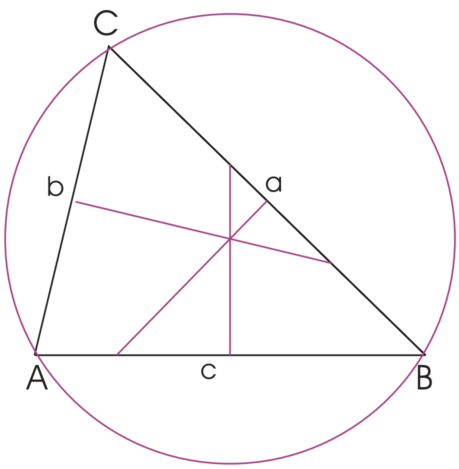
Aufgabe 4c)
Wie müßte man in der Teilaufgabe a) die Seitenlänge a abändern, damit bei gleichbleibendem b und c das Dreieck nit konstruierbar ist ? Begründe deine Antwort.

Aus der Konstruktion, die in Aufgabe 4a) beschrieben ist, geht hervor, dass die Konstruktion nur dann funktioniert, wenn sich die dort gezeichneten Kreise in mindestens einem Punkt schneiden. Dafür muss gelten:

$$b - c \leq a \leq b + c$$

Aufgabe 4d)
Konstruiere den Kreis, auf dem alle drei Ecken des Dreiecks ABC aus a) liegen. Bestimme seinen Radius r.

Auch wenn man von dieser Aufgabe keine Ahnung hat, so kann man doch aus der Vorliebe dieses Lehrers für Mittelsenkrechten darauf schließen, dass der Mittelpunkt des Umkreises eines Dreiecks auf dem Schnittpunkt der Mittelsenkrechten liegen muss.



Sein Radius lässt sich einfach ausmessen:

$$r = 4,6\,\mathrm{cm}$$