Thema: Teilbarkeit natürlicher Zahlen, Teilermenge, Vielfachmenge, Teilbarkeitsregeln, Primzahlen, Primfaktorzerlegung, ggT und kgV

- 1) Wann sind Zahlen teilerfremd? Gib dazu ein Beispiel an!
- 2) Setze das richtige Zeichen ein: $|; \chi; \epsilon; \epsilon \rangle$

0	$T_{\mathtt{10}}$	1	V_8
9	666	24	T ₁₂
a	$V_{2 \bullet a}$	b	T _b
8	1062	30	10



- 3 a) Überprüfe durch Zerlegen in Summanden: 16 | 48064.
 - b) Setze in die Lücke eine Ziffer passend ein, sodass die Zahl durch 4 teilbar ist: 6_6.
- 4) Prüfe, ob die folgende Zahl durch 2, 3, 4,5,6,8,9,10 teilbar ist: 3 745 300.
- 5) Bestimme die ersten 5 Elemente von V₁₈!
- 6) Bestimme alle Elemente von T₁₀₅!



- 7) Bestimme durch Primfaktorenzerlegung
- a) kgV (150; 225)
- b) kgV (28; 210; 60)
- c) ggT (300; 630)
- d) ggT (144; 252; 660)
- 8) Ein Fahrrad hat an den Pedalen ein Kettenrad mit 42 Zähnen und an der Hinterachse eines mit 18 Zähnen. Nach wie viel Umdrehungen der Pedale haben beide Kettenräder wieder dieselbe Position erreicht?
- 9) Der Fußboden eines Badezimmers ist 4m lang und 2,8om breit. Der Besitzer möchte möglichst große quadratische Fliesen legen. Welche Kantenlänge wählt er?



Thema: Teilbarkeit natürlicher Zahlen, Teilermenge, Vielfachmenge, Teilbarkeitsregeln, Primzahlen, Primfaktorzerlegung, ggT und kgV

1) Prüfe, ob die Aussage wahr (w) oder falsch (f) ist.

, , , , , , , , , , , , , , , , , , ,				
4 82	8 ε 168			
3 ε T ₄₄₄	4 /66			
16 90	12 ε T ₆₆₀			
14 8 /T ₇₀	9 117			



- 2) Überprüfe durch Zerlegen in Summanden: 17 | 5134.
- 3) Setze in die Lücke eine Ziffer passend ein, sodass die Zahl durch 9 teilbar ist: 4_5 9.
- 4) Prüfe, ob die folgende Zahl durch (2, 3, ...,15) teilbar ist: 69132 .
- 5) Bestimme die fehlenden Zahlen für ::

T [_ _	{1,4,12,	}
Т	=	{1,,_	□.1

$$\mathsf{T} = \{ [], [], [], [], [], [], 188 \}$$

$$V_{\square} = \{ \square, \square, 92, ... \}$$

- 6) Bestimme durch Primfaktorenzerlegung
 - a) ggT (2700; 408)
 - b) ggT (104;390;1300)
 - c) kgV (28, 462)
 - d) kgV (84; 196; 924)



- 7) Ein Anhänger ist 90 cm breit, 0,8m hoch und 12dm lang. Er soll mit würfelförmigen Kisten vollgepackt werden. Welche Kantenlängen sind für die Kisten möglich?
- 8) Drei Schüler trainieren für ein Schulfest. Für eine 400m Bahn braucht Sabine 72 Sekunden, Peter 60 Sekunden und Iris 90 Sekunden. Wie viel Bahnen hat jeder zurückgelegt, wenn sie alle drei gemeinsam über über die Start-Ziel-Linie laufen?

Thema: Teilbarkeit natürlicher Zahlen, Teilermenge, Vielfachmenge, Teilbarkeitsregeln, Primzahlen, Primfaktorzerlegung, ggT und kgV

1) Prüfe, ob die Aussage wahr (w) oder falsch (f) ist.

	<u> </u>	
7 ε∕ 64	19 ε 190	
9 / 333	8 92	
18 🗸 324	3 ε T ₂₃₄	
16 ε T ₂₅₆	6 96	



- 2) Überprüfe durch Zerlegen in Summanden:
 - a) 9 | 2871
 - b) 12 | 60132.
- 3) Setze in die Lücke eine Ziffer passend ein, sodass die Zahl durch 8 teilbar ist: 211__.
- 4) Prüfe, ob die folgende Zahl durch (2, 3, ...,15) teilbar ist: 3806370.
- 5) Bestimme die fehlenden Zahlen für 🗀:

T	[,[,] ,[],[, 153}

$$\mathsf{T} = \{1, \square, \square, 221\}$$

$$T = \{1,21,42, \dots\}$$

- 6) Bestimme durch Primfaktorenzerlegung
 - a) ggT (54; 176)
 - b) ggT (410;730;780)
 - c) kgV (320, 384)
 - d) kgV (224; 336; 420)

8) Zwei Hobby-Piloten beginnen ihre Flüge am gleichen Tag vom gleichen Flugplatz. Danach führt Pilot A jeden sechzehnten Tag einen Flug aus und Pilot B jeden vierundzwanzigsten Tag.

Wann fliegen die beiden Piloten wieder gleichzeitig?



- 7) Familie Schmidt besitzt eine kleine Wiese und möchte es einzäunen. Die Pfosten sollen möglichst auf allen Seiten den gleichen Abstand in vollen Metern haben. Das Grundstück ist 42m lang und 18m breit.
 - a) Welche Abstände kommen in Betracht?
 - b) Welches ist der größtmögliche Abstand?



1) Wann sind Zahlen teilerfremd? Gib dazu ein Beispiel an!

Zahlen, die den größten gemeinsamen Teiler 1 haben, heißen zueinander teilerfremd.

Beispiel: 15 und 49 oder 7 und 11.

2) Setze das richtige Zeichen ein: $|; |'; \epsilon; \epsilon'|$

0 ε/ T ₁₀	1 ε \mathcal{N}_8
9 666	24 8 / T ₁₂
a ε ∕ V₂•a	b ε T _b
8 / 1062	30 / 10

3 a) Überprüfe durch Zerlegen in Summanden: 16 | 48064.

Zerlegung: 48000: 16 + 64:16 = 3000 + 4 = 3004

b) Setze in die Lücke eine Ziffer passend ein, sodass die Zahl durch 4 teilbar ist: 6_6.

Antwort: Eine Zahl ist durch 4 teilbar, wenn ihre letzten 2 Stellen durch 4 teilbar sind.

616 oder 636.

4) Prüfe, ob die folgende Zahl durch 2, 3, 4,5,6,8,9,10 teilbar ist: 3,745,300.

Antwort:

- 3 645 300 ist durch 2 teilbar, weil sie gerade ist, also ihre letzte Ziffer (eine 2,4,6,8 oder 0) hier eine 0 ist.
- 3 645 300 ist durch 3 teilbar, weil ihre Quersumme, also die Summe all ihrer Ziffern durch 3 teilbar ist: 3+6+4+5+3+0+0= 21; 21:3 =7.
- 3 645 300 ist durch 4 teilbar, weil ihre letzten 2 Stellen durch 4, teilbar sind: oo , also 0:4=0 .
- 3 645 300 ist durch 5 teilbar, weil ihre letzte Stelle eine 0 (0 oder 5) ist.
- 3 645 300 ist durch 6 teilbar, weil sie durch 2 und durch 3 teilbar ist, also weil sie gerade ist und ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.
- 3 645 300 ist **nicht** durch 8 teilbar, weil ihre letzten 3 Stellen **nicht** durch 8 teilbar sind: 300 :8 = 37 Rest 4 oder 37,5 .

3 645 300 ist **nicht** durch 9 teilbar, weil ihre Quersumme, also die Summe all ihrer Ziffern **nicht** durch 9 teilbar ist: 3+6+4+5+3+0+0=21; 21:9 = 2 Rest 3.

3 645 300 ist durch 10 teilbar, weil ihre letzte Stelle eine 0 ist.

- 5) Bestimme die ersten 5 Elemente von V_{18} ! $V_{18} = \{18, 36, 54, 72, 90, ...\}$
- 6) Bestimme alle Elemente von T_{105} ! $T_{105} = \{1, 3, 5, 7, 15, 21, 35, 105\}$
- 7) Bestimme durch Primfaktorenzerlegung
 - a) kgV (150; 225)
 - b) kgV (28; 210; 60)
 - c) ggT (420;630)
 - d) ggT (144; 252; 660)

Lösung:

$$kgV(130; 225) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 = 450$$

$$kgV(28; 210; 60) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 420$$

$$ggT(144; 252; 660) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

8) Ein Fahrrad hat an der Pedale ein Kettenrad mit 42 Zähnen und an der Hinterachse eines mit 18 Zähnen. Nach wie viel Umdrehungen der Pedale haben beide Kettenräder wieder dieselbe Position erreicht?

Gesucht: kgV=?

$$42 = 2 \cdot 3 \cdot 7$$
 $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$
 $kgV(42; 18) = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 126$
 $126: 42 = 3$

Nach 3Umdrehungen der Pedale haben beide Kettenräder wieder dieselbe Position erreicht.

9) Der Fußboden eines Badezimmers ist 4m lang und 2,80m breit. Der Besitzer möchte möglichst große quadratische Fliesen legen. Welche Kantenlänge wählt er?

 $qqT(400; 280) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 = 40$

Der Besitzer wählt Fliesen mit der Kantenlänge 40cm.

Klasse 6 – Gymnasium	Lösung	Seite 2	
----------------------	--------	---------	--

1) Prüfe, ob die Aussage wahr (w) oder falsch (f) ist.

4 94	f	8 ε 168	f
3 ε T ₄₄₄	W	4 /66	W
16 /90	f	12 ε T ₆₆₀	W
14 & /T ₇₀	f	9 117	W

Falsch, weil es nicht T₁₆₈ heißt.

- 2) Überprüfe durch Zerlegen in Summanden: 17 | 5134 . Zerlegung: 5100: 17 + 34:17 = 300 + 2 = 302.
- 3) Setze in die Lücke eine Ziffer passend ein, sodass die Zahl durch 9 teilbar ist: 4_5 9.

Eine Zahl ist durch 9 teilbar, wenn ihre Quersumme, also die Summe all ihrer Ziffern durch 9 teilbar ist: 4+--+5+9=18. Nächste Zahl, die durch 9 teilbar ist, ist die 27. 27-18 = 9.

4959.

4) Prüfe, ob die folgende Zahl durch (2, 3, ...,15) teilbar ist: 69132 .

Antwort:

69132 ist durch 2 teilbar, weil sie gerade ist, also ihre letzte Ziffer (eine 2,4,6,8 oder 0) hier eine 2 ist.

69132 ist durch 3 teilbar, weil ihre Quersumme, also die Summe all ihrer Ziffern durch 3 teilbar ist: 6+9+1+3+2= 21; 21:3 =7.

69132 ist durch 4 teilbar, weil ihre letzten 2 Stellen durch 4, teilbar sind: 32, also 32:4=0.

69132 ist nicht durch 5 teilbar, weil ihre letzte Stelle nicht eine 0 oder 5 ist.

69132 ist durch 6 teilbar, weil sie durch 2 und durch 3 teilbar ist, also weil sie gerade ist und ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

69132 ist durch 7 teilbar, weil ihre Differenz aus der alternierende Dreierpacksumme durch 7 teilbar ist.

69132, also: 132 und 69 -> 132-69= 63 -> 63:7 = 9. Geht!

69132 ist **nicht** durch 8 teilbar, weil ihre letzten 3 Stellen **nicht** durch 8 teilbar sind: 300:8 = 37 Rest 4 oder 37,5.

69132 ist **nicht** durch 9 teilbar, weil ihre Quersumme, also die Summe all ihrer Ziffern **nicht** durch 9 teilbar ist: 6+9+1+3+2=21; 21:9=2 Rest 3.

69132 ist **nicht** durch 10 teilbar, weil ihre letzte Stelle **nicht** eine 0 ist.

69132 ist **nicht** durch 11 teilbar, weil ihre alternierende Quersumme **nicht** durch 11 teilbar ist.

```
2+1+6=9 und 3+9=11, 11-9=2; 2:11=0 Rest 2; geht nicht
```

69132 ist durch 12 teilbar, weil sie durch 3 und durch 4 teilbar ist.

69132 ist durch **nicht** 13 teilbar, weil ihre Differenz aus der alternierende Dreierpacksumme **nicht** durch 13 teilbar ist.

```
69132, also: 132 und 69 -> 132-69= 63 -> 63:13 = 4 Rest 11. Geht nicht!
```

69132 ist durch 14 teilbar, weil sie durch 2 und durch 7 teilbar ist.

69132 ist **nicht** durch 15 teilbar, weil sie **nicht** durch 3 und durch 5 teilbar ist.

5) Bestimme die fehlenden Zahlen für

$$T_{48} = \{1,4,12,48\}$$
 $T_{131} = \{1,11,12,131\}$
 $T_{188} = \{1,2,4,47,94,188\}$
 $V_{13} = \{13,26,39,52,65,...\}$; 39-26=13

 $V_{7} = \{7,14,21,28,35,...\}$; 28:4 Stellen=7

 $V_{23} = \{23,46,69,92,115,...\}$ 92:4 Stellen=23
1St., 2St, 3St., 4St.

- 6) Bestimme durch Primfaktorenzerlegung
 - a) ggT (2700; 408)
 - b) ggT (104; 390; 1300)
 - c) kgV (28, 462)
 - d) kgV (84; 196; 924)

Lösung:

$$ggT(130;225) = 2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$$

$$ggT(104;390;1300) = 2 \cdot 2 \cdot 13 = 52$$

c)
$$28 = 2 \cdot 2 \cdot 7$$

 $462 = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$

$$kgV(28;462) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11 = 924$$

$$kgV(28; 210; 60) = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 11 = 6468$$

7) Ein Anhänger ist 90 cm breit, 0,8m hoch und 12dm lang. Er soll mit würfelförmigen Kisten vollgepackt werden. Welche Kantenlängen sind für die Kisten möglich?

Rechnung: 90cm, 80 cm und 120cm.

Es sind würfelförmige Kisten mit der Kantenlänge 1cm, 2cm, 3cm, 5cm und 10cm möglich.

8) Drei Schüler trainieren für ein Schulfest. Für eine 400m Bahn braucht Sabine 72 Sekunden, Peter 60 Sekunden und Iris 90 Sekunden.

Wie viel Bahnen hat jeder zurückgelegt, wenn sie alle drei gemeinsam über über die Start-Ziel-Linie laufen?

Rechnung:

$$kgV = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 360$$

Nach 360 Sekunden laufen alle drei gemeinsam über Start-Ziel-Linie. Sabine hat dann 360:72= 5 Bahnen, Peter hat dann 360:60=6 Bahnen und Iris hat dann 360:90 = 4 Bahnen zurück gelegt.

Klasse 6 – Gymnasium	Lösung	Seite 3	
Lösung Nr. 3			

1) Prüfe, ob die Aussage wahr (w) oder falsch (f) ist.

7 ε∕ 64	f	19 ε 190	f
9 333	W	8 92	f
18 🗸 324	f	3 ε T ₂₃₄	W
16 ε Τ ₂₅₆	W	6 96	W

- 2) Überprüfe durch Zerlegen in Summanden:
 - c) 9 | 2871
 - d) 12 | 60132 .

Lösung:

- a) Zerlegung: 2700: 9 + 90:9 + 81:9 = 300 + 10 + 9 = 319.
- b) Zerlegung: 60000: 12 + 120:12 + 12:12 = 5000 + 10 + 1 = 5011.
- 3) Setze in die Lücke eine Ziffer passend ein, sodass die Zahl durch 8 teilbar ist: 211__.

Antwort: Eine Zahl ist durch 8 teilbar, wenn ihre letzten 3 Stellen durch 8 teilbar sind.

2112.

4) Prüfe, ob die folgende Zahl durch (2, 3, ...,15) teilbar ist: 3806370 .

Antwort:

3806370 ist durch 2 teilbar, weil sie gerade ist, also ihre letzte Ziffer (eine 2,4,6,8 oder 0) hier eine 0 ist.

3806370 ist durch 3 teilbar, weil ihre Quersumme, also die Summe all ihrer Ziffern durch 3 teilbar ist: 3+8+0+6+3+7+0=21; 27:3=9.

3806370 ist nicht durch 4 teilbar, weil ihre letzten 2 Stellen nicht durch 4, teilbar sind: 70, also 70:4=17 Rest 2.

3806370 ist durch 5 teilbar, weil ihre letzte Stelle eine 0 (oder 5) ist.

3806370 ist durch 6 teilbar, weil sie durch 2 und durch 3 teilbar ist, also weil sie gerade ist und ihre Quersumme durch 3 teilbar ist.

3806370 ist **nicht** durch 7 teilbar, weil ihre Differenz aus der alternierende Dreierpacksumme **nicht** durch 7 teilbar ist.

3806370, also: 3 + 370=373 und 806 -> 806-373= 433 -> 433:7 = 61 Rest 6. Geht nicht!

3806370 ist **nicht** durch 8 teilbar, weil ihre letzten 3 Stellen **nicht** durch 8 teilbar sind: 370:8 = 46 Rest 2.

3806370 ist durch 9 teilbar, weil ihre Quersumme, also die Summe all ihrer Ziffern durch 9 teilbar ist: 3+8+0+6+3+7+0=27; 27:9=3.

3806370 ist durch 10 teilbar, weil ihre letzte Stelle eine o ist.

3806370 ist **nicht** durch 11 teilbar, weil ihre alternierende Quersumme **nicht** durch 11 teilbar ist.

$$0+3+0+3=6$$
 und $7+6+8=21$, $21-6=15$; $15:11=1$ Rest 4; geht nicht

3806370 ist nicht durch 12 teilbar, weil sie nicht durch 3 und durch 4 teilbar ist.

3806370 ist durch **nicht** 13 teilbar, weil ihre Differenz aus der alternierende Dreierpacksumme **nicht** durch 13 teilbar ist.

3806370, also: 3+370 und 806 -> 806-373 = 433 -> 433:13 = 33 Rest 4 Geht nicht!

3806370 ist **nicht** durch 14 teilbar, weil sie **nicht** durch 2 und durch 7 teilbar ist.

3806370 ist durch 15 teilbar, weil sie durch 3 und durch 5 teilbar ist.

5) Bestimme die fehlenden Zahlen für

$$T_{153} = \{1, 3, 9, 17, 51, 153\}$$

$$T_{221} = \{1, 13, 17, 221\}$$

$$T_{63} = \{1,21,42,63\}$$

$$V_{31} = \{31, 62, 93, 124, 155, ...\}$$

$$V_{18} = \{ 18, 36, 54, 72, 90, ... \}$$

$$V_{23} = \{38, 76, 114, 152, ...\}$$

- 6) Bestimme durch Primfaktorenzerlegung
 - a) ggT (54;176)
 - b) ggT (410;730;780)
 - c) kgV (320, 384)
 - d) kgV (224; 336; 420)

Lösung:

a)
$$54 = 2$$
 • 3 • 3 • 3
 $176 = 2$ • 2 • 2

$$kgV(320;384) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 = 1920$$

$$kgV(224;336;420) = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 = 3360$$

- 7) Familie Schmidt besitzt eine kleine Wiese und möchte es einzäunen. Die Pfosten sollen möglichst auf allen Seiten den gleichen Abstand in vollen Metern haben. Das Grundstück ist 42m lang und 18m breit.
 - a) Welche Abstände kommen in Betracht?
 - b) Welches ist der größtmögliche Abstand?

Rechnung:

$$T_{42} = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$$

$$T_{18} = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$$

- a) Es kommen 1m, 2m, 3m und 6m Abstände in Betracht.
- b) Der größtmögliche Abstand beträgt 6m.
- 8) Zwei Hobby-Piloten beginnen ihre Flüge am gleichen Tag vom gleichen Flugplatz. Danach führt Pilot A jeden sechzehnten Tag einen Flug aus und Pilot B jeden vierundzwanzigsten Tag.

Wann fliegen die beiden Piloten wieder gleichzeitig?

Rechnung: 16 = 2 • 2 • 2 • 2

$$kgV = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 = 48$$

Am 48 Tag fliegen beide Piloten wieder gleichzeitig.