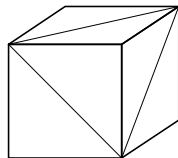
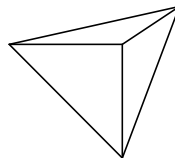


1. Von einem Würfel der Kantenlänge a wird wie unten eingezeichnet eine Pyramide abgeschnitten. Berechne das Volumen der Pyramide.

Würfel:



Pyramide:



2. Eine Strecke $s = [AB]$ wird durch den Punkt T innen stetig geteilt. Berechne den Abstand $x = \overline{AT}$ des Punktes T von A .

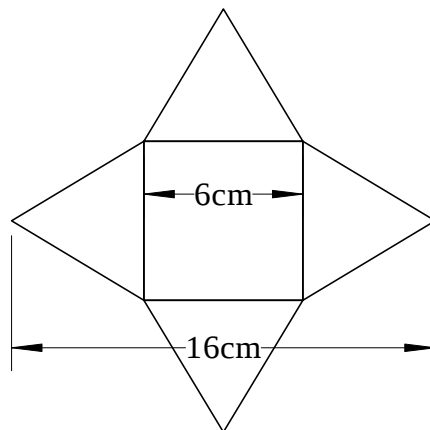
3. Gegeben ist ein Quadrat mit Seitenlänge $s = 12\text{ cm}$. Verkürzt man zwei gegenüberliegende Seiten des Quadrats um x , so dürfen die andern beiden um $2x$ verlängert werden.

Wie groß muss man x wählen, um das Quadrat in ein Rechteck mit maximalem Flächeninhalt zu verwandeln? (Rechne ohne Einheiten!)

4. Die rechts stehende Skizze zeigt das Netz einer geraden Pyramide mit quadratischem Grundriss.

- a) Berechne den Oberflächeninhalt der Pyramide.
b) Berechne den Volumeninhalt der Pyramide.

Die Berechnungen dürfen ohne Einheiten durchgeführt werden.



5. Einer Pyramide der Höhe $h = 12\text{ cm}$ und einem Volumen von $V = 480\text{ cm}^3$ wird in einer Höhe von 6 cm parallel zur Grundfläche der obere Teil abgeschnitten.

Welchen Volumeninhalt hat die abgeschnittene Pyramidenspitze?

Viel Erfolg!

1. Die Pyramide hat als Grundfläche ein gleichschenkelig rechtwinkliges Dreieck mit den Kathetenlängen a . Die Höhe der Pyramide ist a . Damit erhält man für den Volumeneinhalt:

$$V = \frac{1}{3}Ga = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}a^2 \right) a = \frac{1}{6}a^3$$

2. Eine Strecke $s = [AB]$ wird durch den Punkt T stetig geteilt. Berechne den Abstand $x = \overline{AT}$ des Punktes T von A .

$$\begin{aligned} \frac{s-x}{x} &= \frac{x}{s}, \\ (s-x)s &= x^2, \\ s^2 - sx &= x^2, \\ x^2 + sx - s^2 &= 0, \\ x_{1,2} &= \frac{1}{2} \left(-s \pm \sqrt{s^2 - 4(-s^2)} \right) = \frac{1}{2} \left(-s \pm \sqrt{5s^2} \right) = \frac{1}{2} \left(-s \pm s\sqrt{5} \right) \\ x &= \frac{s}{2} \left(-1 + \sqrt{5} \right) \end{aligned}$$

3. Verkürzte Seiten: $12 - x$,

verlängerte Seiten: $12 + 2x$,

Flächeninhalt:

$$\begin{aligned} A(x) &= (12 - x)(12 + 2x) \\ &= -2x^2 + 12x + 144 \\ &= -2[x^2 - 6x - 72] \\ &= -2[x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2 - 9 - 72] \\ &= -2[x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2 - 81] = -2[x^2 - 2 \cdot 3x + 3^2] + 162 \\ &= -2(x - 3)^2 + 162 \quad \Rightarrow \quad S(3|162) \end{aligned}$$

Der Flächeninhalt wird beim Scheitel der Parabel maximal, d.h. für $x = 3$ cm.

4. Alle Berechnungen in cm-Einheiten.

a) Grundfläche:

$$G = 6^2 = 36$$

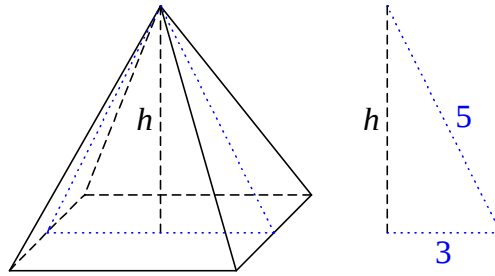
Seitenfläche:

$$A_S = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 15$$

Oberfläche:

$$A = G + 4 \cdot A_S = 36 + 4 \cdot 15 = 96 \text{ (cm}^2\text{)}$$

b)



Aus den Zeichnungen ergibt sich:

$$h^2 + 3^2 = 5^2$$

$$h = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$$

Pyramidenvolumen:

$$V = \frac{1}{3}Gh = \frac{1}{3} \cdot 36 \cdot 4 = 48 \text{ (cm}^3\text{)}$$

5. Berechne erst Grundfläche G der Pyramide:

$$V = \frac{1}{3}Gh$$

$$G = \frac{3V}{h} = \frac{3 \cdot 480 \text{ cm}^3}{12 \text{ cm}} = 120 \text{ cm}^2$$

Die Grundfläche G' der abgeschnittenen Spitze ist nach dem Strahlensatz $\frac{1}{4}$ davon (Quadrat des Streckfaktors):

$$G' = 30 \text{ cm}^2$$

Volumen der Spitze:

$$V' = \frac{1}{3}G'\frac{h}{2} = \frac{1}{6}G'h = \frac{1}{6} \cdot 30 \text{ cm}^2 \cdot 12 \text{ cm} = 60 \text{ cm}^3$$