Mathematik-Klassenarbeit Nr.2 Klasse 11 a

Name: ______________________________

Aufgabe 1:

[4 P]

Ein aufziehbares Modellauto hat zum Zeitpunkt $t_1 = 2$ s den Weg 1m zurückgelegt. Zum Zeitpunkt $t_2 = 3$s den Weg $2\frac{1}{4}$m zurückgelegt.

Das Weg-Zeit-Gesetz soll eine Potenzfunktion der Form $f(x) = c \cdot x^n$ $c \in$ R, $n \in$ N sein.

a) Bestimme c und n und gib die Funktionsgleichung an.

b) Bestimme die mittlere Geschwindigkeit im Zeitintervall [1;2]

Aufgabe 2:

[8 P]

a) Bestimme die Ableitung der Funktion f mit $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + x^2 + 2x - 6$ an der Stelle x_0= -4 mit Hilfe der x-Methode.

b) Bestimme die Ableitung der Funktion g mit $g(x) = \frac{7}{x} - 3$ an der Stelle x_0= 7 mit Hilfe der h-Methode.

Aufgabe 3:

[6 P]

Die Funktion f ist abschnittsweise definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} -x^2+1 & x < 1 \\ -2x + 2 & x > 1 \end{cases}$$

a) Gebe den Definitionsbereich und den Wertebereich an.

b) Ist die Funktion f an der Stelle $x_0 = 1$ differenzierbar, wenn x = 1 zum Definitionsbereich der Funktion gehört?

Aufgabe 4:

[6 P]

August 1999: In der Stowe-Kurve in Silverstone versagen Michael Schumacher die Bremsen und die Lenkung an der Stelle $x_0 = -3$ an dem durch die Funktion f mit $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + 3$ gegebenen Streckenverlauf.

a) Bestimme die Gleichung der Funktion, die den weiteren Fahrtverlauf nach dem versagen der Bremsen und der Lenkung beschreibt.

b) Im Punkt A(3 | 12) trifft der Ferrari auf die aufgestapelten Autoreifen, die den Aufprall auf die Mauer dämpfen sollen. Beim Aufprall fliegt das linke Vorderrad im rechten Winkel zur Aufprallrichtung davon. Bestimme die Gleichung der Funktion, die die Flugbahn des Reifens beschreibt.

Lösungsvorschlag:

Aufgabe 1

a) $1m = c \cdot (2s)^n$

$2\frac{1}{4}m = c \cdot (3s)^n$

→ Gleichungssystem lösen: n=2 → c=1/4

$f(x) = \frac{1}{4}x^2$

b)

$P_1(2/1)$

$P_2(3/2{,}25)$ $\quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ → $m = \frac{2{,}25m - 1m}{3s - 2s} = 1{,}25\frac{m}{s}$

Aufgabe 2

a) $f(x) = \frac{1}{4}x^3 + x^2 + 2x - 6 \quad x_0 = -4$

$f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + 2x + 2 \quad f'(-4) = \frac{3}{4}\cdot(-4)^2 + 2\cdot(-4) + 2 = 6$

b) $g(x) = \frac{7}{x} - 3 \quad x_0 = 7$

$$\lim_{h->0}\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h->0}\frac{\frac{7}{x_0+h} - 3 - (\frac{7}{x_0} - 3)}{h} = \lim_{h->0}\frac{\frac{7}{7+h} - 1}{h} = \lim_{h->0}\frac{-h^2}{7h^2 + h^3} = \lim_{h->0}\frac{1}{7+h} = -\frac{1}{7}$$

Aufgabe 3

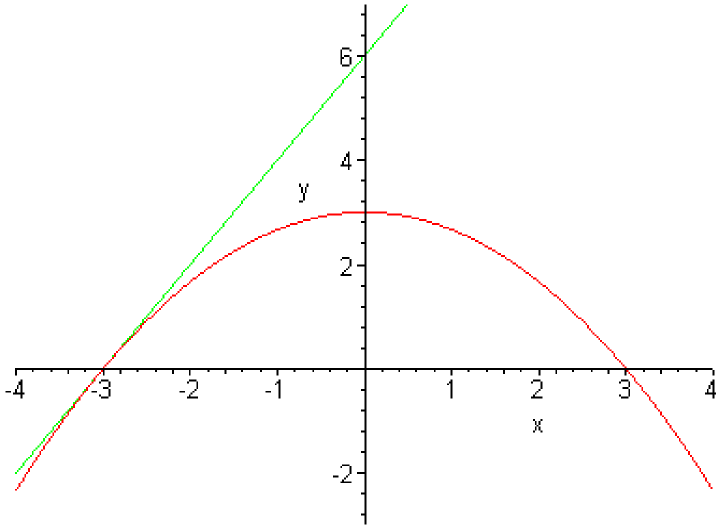
a) DB: $x \in R \setminus x = 1$
WB: $y \le 1,\ y \in R$

b) $$\lim_{h->0}\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h->0}\frac{-(x_0+h)^2 + 1 - (-x_0{}^2 + 1)}{h} = \lim_{h->0}\frac{-(1+h)^2 + 1 + 1 - 1}{h} = \lim_{h->0}\frac{-2h - h^2}{h}$$
$$= \lim_{h->0} -2 - h = -2$$

$$\lim_{h->0}\frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h} = \lim_{h->0}\frac{-2(x_0+h) + 2 - (-2x_0 + 2)}{h} = \lim_{h->0}\frac{-2(1+h) + 2}{h} = \lim_{h->0}\frac{-2 - 2h + 2}{h}$$
$$= \lim_{h->0} -\frac{2h}{h} = -2$$

→ differenzierbar in $x_0 = 1$

Aufgabe 4



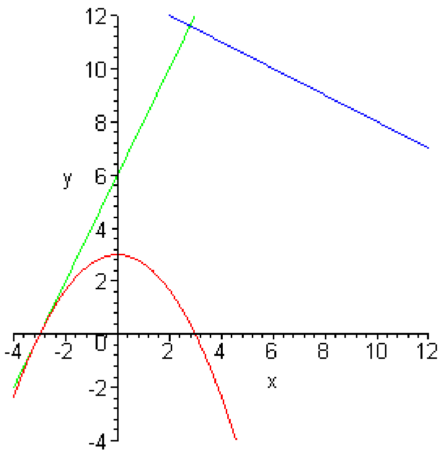
a) Tangente in $x = -3$

$$f'(x) = -\frac{2}{3}x \qquad f'(-3) = 2 = m$$

$$\begin{aligned} y &= mx + n \\ y &= 2x + n \\ 0 &= 2*(-3) + n \\ n &= 6 \end{aligned} \qquad \text{P(-3/0)}$$

→ $y = 2x + 6$

b)



$m = -\frac{1}{2}$ (senkrecht zur Geraden aus a) P(3/12)

$$\begin{aligned} y &= mx + n \\ y &= -\frac{1}{2}x + n \\ 12 &= -\frac{1}{2} \cdot (3) + n \\ n &= 13{,}5 \end{aligned}$$

→ $y = -\frac{1}{2}x + 13{,}5$