Mathematik-Klassenarbeit Nr. 2 Kl. 11a / / 16.01.06

<u>Hinweis</u>: *Achte bitte auf saubere und korrekte Darstellung. Sie wird mitbewertet. Der Lösungsweg muss erkennbar sein!*

Viel Erfolg!!

Aufgabe 1

a) Gib die maximale Definitionsmenge der folgenden Funktionen an:

$f(x) = \frac{1}{|x+1|}$; $g(x) = \sqrt{3x-4}$

b) Gib die Wertemenge der folgenden Funktionen an:

$f(x) = -3 + x^2$; $g(x) = 2^x + 1$

Aufgabe 2

a) Gib den folgenden Winkel im Gradmaß an: $0{,}4\pi$

b) Gib den folgenden Winkel im Bogenmaß als Bruchteil von π an: 300°

c) Bestimme mit dem Taschenrechner auf 4 Dezimalen genau: cos 7,2 sin 10,4°

d) Bestimme alle $x \in IR$, für die gilt:

cos x = 0,24 (mit dem Taschenrechner, auf 3 Dezimalen genau)

$\sin x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$ (ohne Taschenrechner)

Aufgabe 3

Stelle die Funktion ohne Betragszeichen dar und zeichne das Schaubild: $f(x) = x - |x-2|$.

Aufgabe 4

Gegeben ist die Funktion *f* mit $f(x) = x^3 + 2x^2 - 13x + 10$.

a) Untersuche, ob die Funktion f gerade oder ungerade ist. Begründe.

b) Berechne die Nullstellen von f und zerlege den Term *f(x)* in Linearfaktoren.

c) Bestimme den Schnittpunkt des Schaubildes mit der y-Achse.

d) Untersuche das Verhalten von f für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$.

e) Skizziere das Schaubild von f mit Hilfe von a)-d).

f) Die Gerade *g* geht durch den Punkt P(-3/4) und hat die Steigung 2. Bestimme alle Schnittpunkte von *g* mit dem Schaubild von *f*.

Aufgabe 5

Gegeben ist die Funktion *f* mit $f(x) = \frac{2}{(3-x)^2} - 2$.

a) Gib die maximale Definitionsmenge von *f* an.

b) Untersuche, ob die Funktion gerade oder ungerade ist. Begründe.

c) Bestimme die Schnittpunkte der Schaubildes von f mit der x-Achse und mit der y-Achse.

d) Untersuche das Verhalten von f für $x \to \infty$ und $x \to -\infty$ und bei Annäherung an die Definitionslücke. Bestimme alle Aymptoten des Schaubildes.

e) Skizziere das Schaubild von *f* mit Hilfe von a)-d).

Mathe - KA Nr. 2 - Kl. 11a

Aufg. 1

a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

1P.

$3x - 4 \geq 0$

$3x \geq 4$

$x \geq \frac{4}{3}$

also $D_f = [\frac{4}{3}; +\infty)$

$= \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq \frac{4}{3}\}$ 1P.

b) $W_f = [-3; +\infty)$

1P.

$W_g = (1; +\infty)$

1P.

Aufg. 2 $\frac{x}{\pi} = \frac{\alpha}{180°}$

a) $\alpha = \frac{180°}{\pi} \cdot x = \frac{180°}{\pi} \cdot \frac{4}{10} \cdot \pi = 72°$ 1P.

b) $x = \frac{\pi}{180°} \cdot \alpha = \frac{\pi}{180°} \cdot 300° = \frac{5}{3}\pi$ 1P.

c) $\cos 7{,}2 \approx 0{,}6084$; $\sin 10{,}4° \approx 0{,}1805$ 2P.

d) $\cos x = 0{,}24$

$x \approx 1{,}328 + \underbrace{2k\pi}_{1P.}, k \in \mathbb{Z}$ oder $x \approx 4{,}955 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

2P.

$\sin x = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$

$x = \frac{5}{3}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$ oder $x = \frac{4}{3}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$

2P.

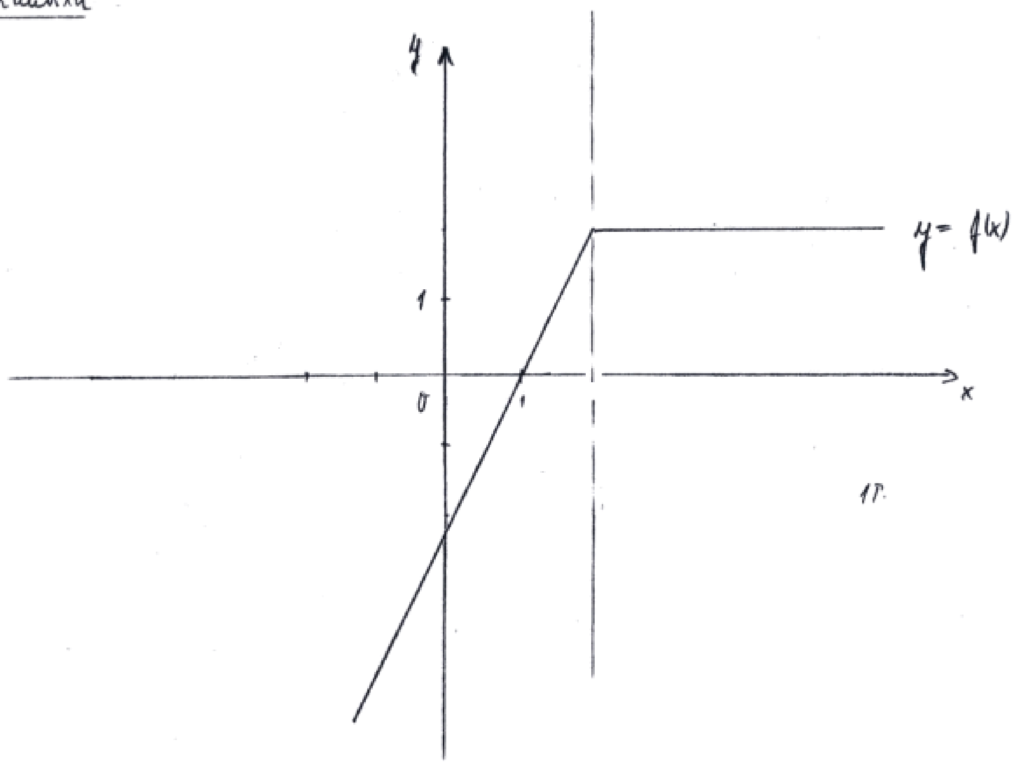
Aufg. 3

$$f(x) = x - |x - 2|$$

$$= \begin{cases} x - (x - 2) & \text{für } x \geq +2 \\ x - (-x + 2) & \text{für } x < +2 \end{cases}$$ 2P.

$$= \begin{cases} +2 & \text{für } x \geq +2 \\ 2x - 2 & \text{für } x < +2 \end{cases}$$ 1P.

Schaubild



1P.

Aufg. 4 $\quad f(x) = x^3 + 2x^2 - 13x + 10$

a) (1P)

$$f(-x) = (-x)^3 + 2 \cdot (-x)^2 - 13(-x) + 10$$

$$= -x^3 + 2x^2 + 13x + 10$$ $\frac{1}{2}$P.

$$\left.\begin{array}{l} f(-x) \neq f(x) \\ f(-x) \neq -f(x) \\ f \text{ ist weder gerade noch ungerade.} \end{array}\right\} \tfrac{1}{2}\text{P.}$$

(1P)

b) $f(x) = 0$

(4P.)

Nullstelle durch Erraten: $x_0 = 1$ $\frac{1}{2}$P.

Polynomdivision:

$$
\begin{array}{l}
(x^3 + 2x^2 - 13x + 10) : (x-1) = x^2 + 3x - 10 \\
-(x^3 - x^2) \\
\quad 3x^2 - 13x \\
\quad -(3x^2 - 3x) \\
\qquad -10x + 10 \\
\qquad -(-10x + 10) \\
\qquad\quad 0
\end{array}
$$

$1\frac{1}{2}$P.

$x^2 + 3x - 10 = 0$

$$x_{1/2} = \frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{2} = \frac{-3 \pm 7}{2}$$

$x_1 = 2$ oder $x_2 = -5$ 1P.

Nullstellen: $1;\ 2;\ -5$

Linearfaktorzerlegung: $f(x) = (x-1) \cdot (x-2) \cdot (x+5)$

c) $f(0) = 10$, d.h. $Y(0|10)$ 1P.

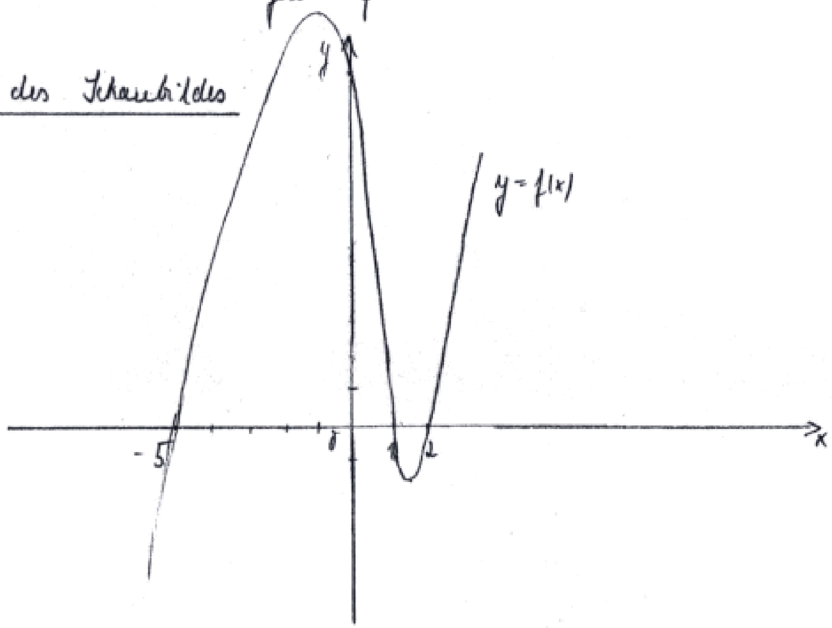
(1P.)

d) Für $x \to +\infty$ gilt: $f(x) \to +\infty$

(1P.) Für $x \to -\infty$ gilt: $f(x) \to -\infty$

e) <u>Skizze des Schaubildes</u>

(1P.)



f) $P(-3|4)$; $m = 2$

(5P)

$g: \dfrac{y-4}{x+3} = 2$

$y = 2x + 10$ 1P.

Schnittpunkte von g mit dem Schaubild von f:

$x^3 + 2x^2 - 13x + 10 = 2x + 10$ $\frac{1}{2}$P

$x^3 + 2x^2 - 15x = 0$ $\frac{1}{2}$P

$x \cdot (x^2 + 2x - 15) = 0$ $\frac{1}{2}$P

$x_0 = 0$ oder $x_{1|2} = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4+60}}{2} = \dfrac{-2 \pm 8}{2}$

$\frac{1}{2}$P

$x_1 = 3$ oder $x_2 = -5$

1P.

$S_1(0|10)$; $S_2(3|16)$; $S_3(-5|0)$ 1P.

Aufg. 5

$f(x) = \dfrac{2}{(3-x)^2} - 2$

a) $D_f = \mathbb{R} \setminus \{3\}$

(1P)

b) $f(-x) = \dfrac{2}{(3-(-x))^2} - 2 = \dfrac{2}{(3+x)^2} - 2$

(2P)

$f(-x) \neq f(x)$

$f(-x) \neq -f(x)$

f ist weder gerade noch ungerade

c) **Schnittpunkt mit der y-Achse:**

(4P)

$f(0) = \frac{2}{9} - 2 = -\frac{16}{9}$, d.h. $Y(0|-\frac{16}{9})$ 1P.

Schnittpunkte mit der x-Achse:

$f(x) = 0$

$\frac{2}{(3-x)^2} - 2 = 0$

$\frac{2}{(3-x)^2} = 2$ $\frac{1}{2}$

$2 = 2\cdot(3-x)^2$ $\frac{1}{2}$

$2 = 2\cdot(9-6x+x^2)$ $\frac{1}{2}$

$2 = 18 - 12x + 2x^2$

$2x^2 - 12x + 16 = 0$ $\frac{1}{2}$

$x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x-4)\cdot(x-2) = 0$

$x_1 = 4$, $x_2 = 2$ 1

$S_1(4|0)$; $S_2(2|0)$

d) $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = -2$ 1P. , d.h. $y = -2$ ist waagrechte Asymptote 1P.

(4P)

Für $x \to 3$, $x > 3$ gilt: $f(x) \to +\infty$

Für $x \to 3$, $x < 3$ gilt: $f(x) \to +\infty$ 2P.

d.h. $x = 3$ ist senkrechte Asymptote $\frac{1}{2}$P.

e) <u>Skizze des Schaubildes</u>

(2P)