Name:	Klausur	Datum
Verrechnungspunkte:	Note:	Mündliche Note:

Teil 1
Die Aufgaben sind ohne GTR und Formelsammlung zu bearbeiten.

Aufgabe 1:

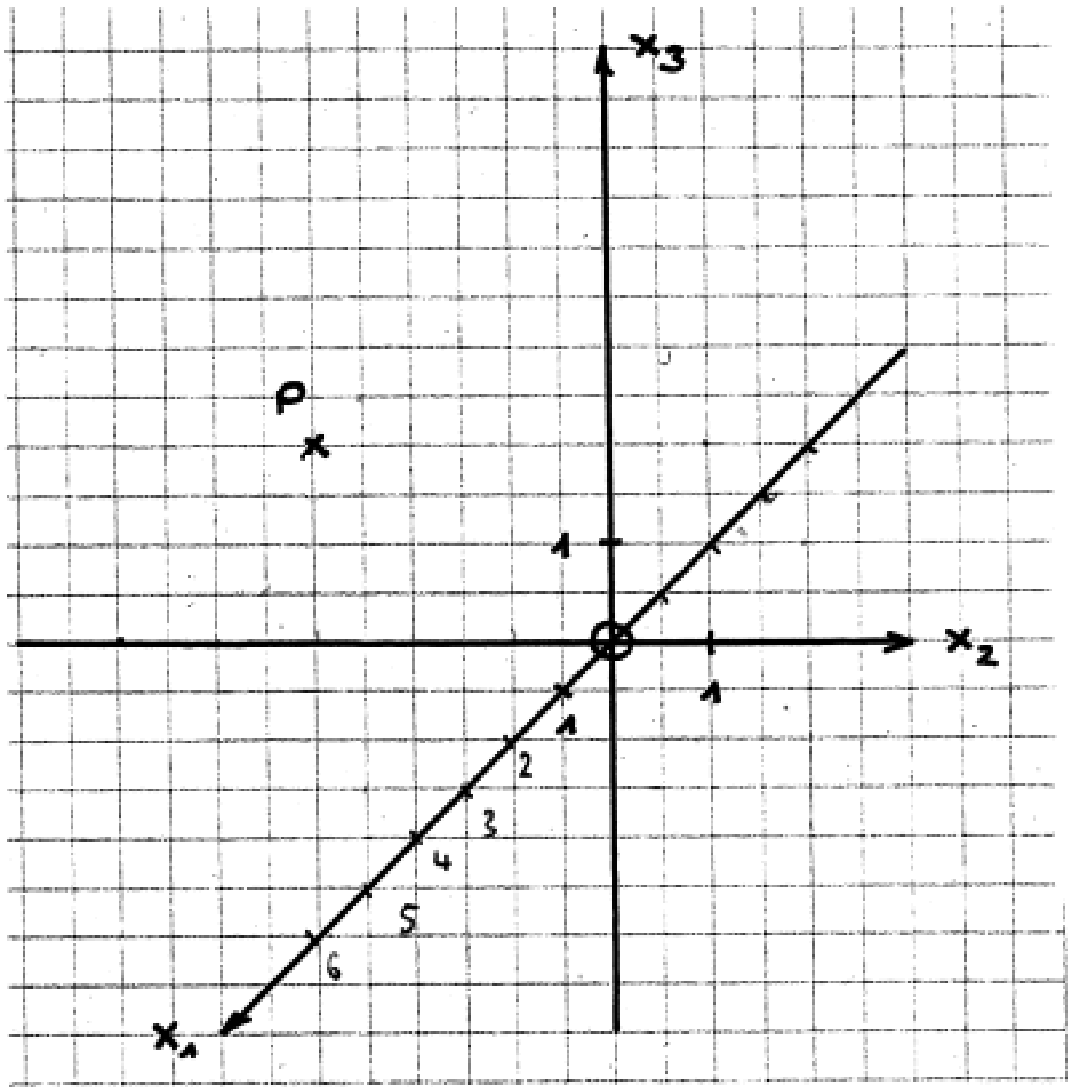
In nachstehendes Koordinatensystem ist ein Punkt P eingezeichnet. Welche Koordinaten hat dieser Punkt, wenn er ...

a) ... in der x_1x_2-Ebene,

b) ... in der x_1x_3-Ebene oder

c) ... in der x_2x_3-Ebene liegt?

d) Kann die x_2-Koordinate von P den Wert – 4 annehmen? Falls ja, welche Werte haben dann die x_1- und die x_3-Koordinate von P ?



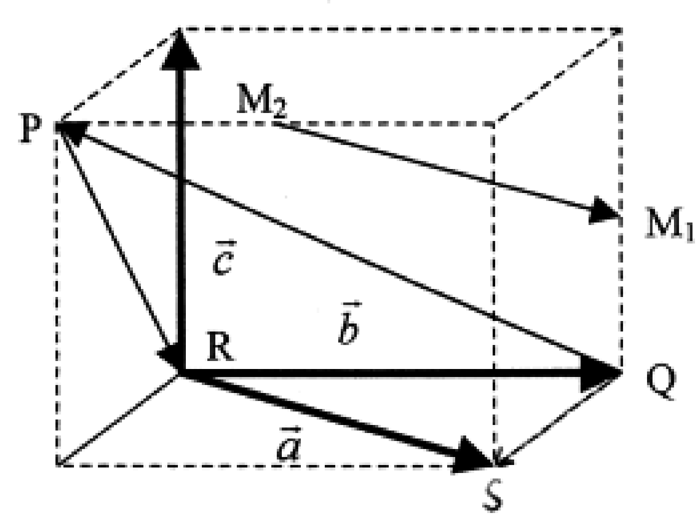
Aufgabe 2:

Ergänze die angegebenen drei Punkte $A(3|-1|4)$, $B(2|3|2)$, und $C(-2|4|4)$ mit einem vierten Punkt D zu einem Parallelogramm. Gib die Koordinaten von D an.
Hinweis: Achte darauf, dass die Ecken in der Reihenfolge $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow A$ sind.

Aufgabe 3:

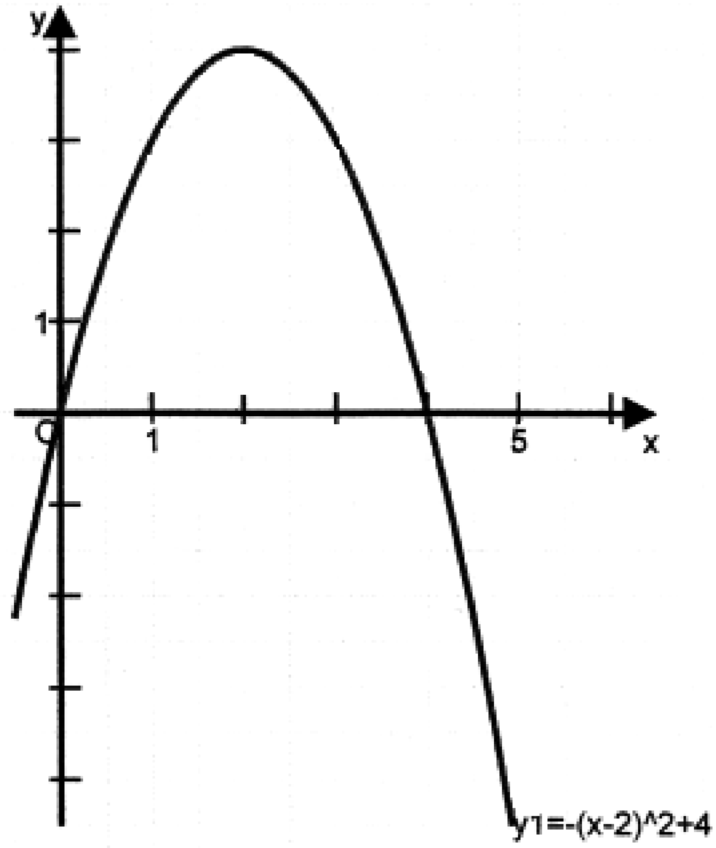
In dem dargestellten Quader sind $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ die drei dick gezeichneten Vektoren, P, Q und R sind Ecken des Quaders, M_1 und M_2 liegt jeweils auf der Mitte der Kante.

Stelle die Vektoren $\overrightarrow{QP}$, $\overrightarrow{PR}$ und $\overrightarrow{M_2M_1}$ als Linearkombination der Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ dar.



Aufgabe 4:

Berechne mit Hilfe von Zerlegungssummen (vier Streifen genügen) einen möglichst genauen Wert für den Inhalt der Fläche, zwischen dem Schaubild von $f(x) = -(x-2)^2 + 4$ und der x-Achse auf dem Intervall [0;4].



Teil 2:
GTR und Formelsammlung dürfen verwendet werden.

Aufgabe 5:

a) Bestimme einen Näherungwert für den Inhalt der Fläche, zwischen dem Schaubild von $f(x) = -(x-2)^2 + 4$ und der x-Achse auf dem Intervall [0;**5**] mit Hilfe des GTR.

b) Erkläre, anschaulich, wieso der berechnete Wert kleiner ist, als der von Hand berechnete in Aufgabe 4.

c) Beschreibe einen Weg, mit dem man einen Näherungswert für den <u>tatsächlichen Inhalt</u> der beschriebenen Fläche erhalten würde.

Bonusaufgabe: Berechne diesen Näherungswert

Aufgabe 6:

Die Punkte $A(0|0|0)$, $B(4|-2|0)$, $C(0|6|0)$ und $D(2|2|6)$ spannen eine Pyramide auf.

a) Zeichne die Pyramide in ein Koordinatensystem.

b) Von D aus verlaufen drei Seitenkanten zu den Punkten A, B und C. Bestimme die Länge dieser drei Kanten.

c) Bestimme rechnerisch die Koordinaten der Mittelpunkte der Seiten AC, BC, BD und CD. Zeichne die Punkte in die Figur ein.

d) Untersuche ob diese vier Mittelpunkte M_{AC}, M_{BC}, M_{BD} und M_{CD} in einer gemeinsamen Ebene liegen.

e) Bestimme rechnerisch die Koordinaten des Schwerpunktes S der Dreiecksfläche BCD. Zeichne S in die Figur ein und bestätige zeichnerisch, dass es sich um den Schwerpunkt handelt.

U.A. 2

Aufg. 1

a) P (-4 / -5 / 0) ✓ x_1 - x_2 Ebene

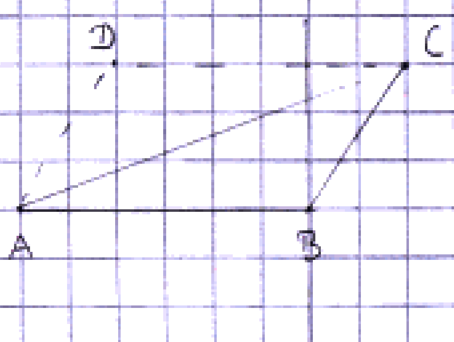
b) P^* (6 / 0 / 5) ✓

c) P^{**} (0 / -3 / 2) ✓

d) Ja, der Punkt hätte dann die Koordinaten P^{***} (-2 / -4 / 1) ✓

4/4

Aufg. 2



$\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{BC}$ ✓

$= \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix}$ ✓

Da $\vec{OD} \hat{=}$ D also D (-1 / 0 / 6) ✓

3/3

Aufg. 3

$\vec{QP} = -\vec{b} + \vec{c} + \vec{a} - \vec{b} = \vec{a} - 2b + \vec{c}$ ✓

$\vec{PR} = \vec{b} - \vec{a} - \vec{c}$ ✓

$\vec{M_2M_1} = \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{b} - \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{c} = \frac{3}{2}\vec{b} - \vec{a} - \frac{1}{2}\vec{c}$ ✓

3/3

Aufg. 4

S_4 $\quad U_4 = \frac{4-0}{4} \underbrace{(0 + 3 + 4 + 3)}_{f} = 10$ (✓) $\underline{\underline{6}}$

$O_4 = 1 \underbrace{(3 + 4 + 3 + 0)}_{f} = 10$ (✓) $\underline{\underline{14}}$

A = $U_4 + O_4 : 2 = 20 : 2 = 10$ ✓

4/4,5

x	1	2	3	4	0
f (x)	3	4	3	0	0

Der Inhalt der Fläche beträgt ungefähr 10 Einheiten^2 ✓

14/14,5

Aufgabe 5

a) $f(x) = -(x-2)^2 + 4$

2nd → Calc → 7

$A \approx 8,\overline{3} \approx 8,3$ Einheiten^2 FE 2

b) · Der GTR berechnet das Intervall [0; 5]
die Fläche unter der Kurve im Intervall
[4; 5] ist im negativen Bereich und wird
deshalb automatisch vom Rechner von dem
positiven Flächeninhalt abgezogen

$A[1;4] - A[4;5] = A_{Ges}$ deshalb ist der Flächeninhalt kleiner als der in 4 berechnete.

ist A der tatsächlichen Flächeninhalt. wie erhält man ihn auf [4;5]?

c) Man müsste A[1; 4] zum Flächeninhalt 2
A[4; 5] dazuaddieren also:

nicht ganz klar.

$A[1;4] + A[4,5] = A_{Ges}$ (tats. Inhalt) 1,5

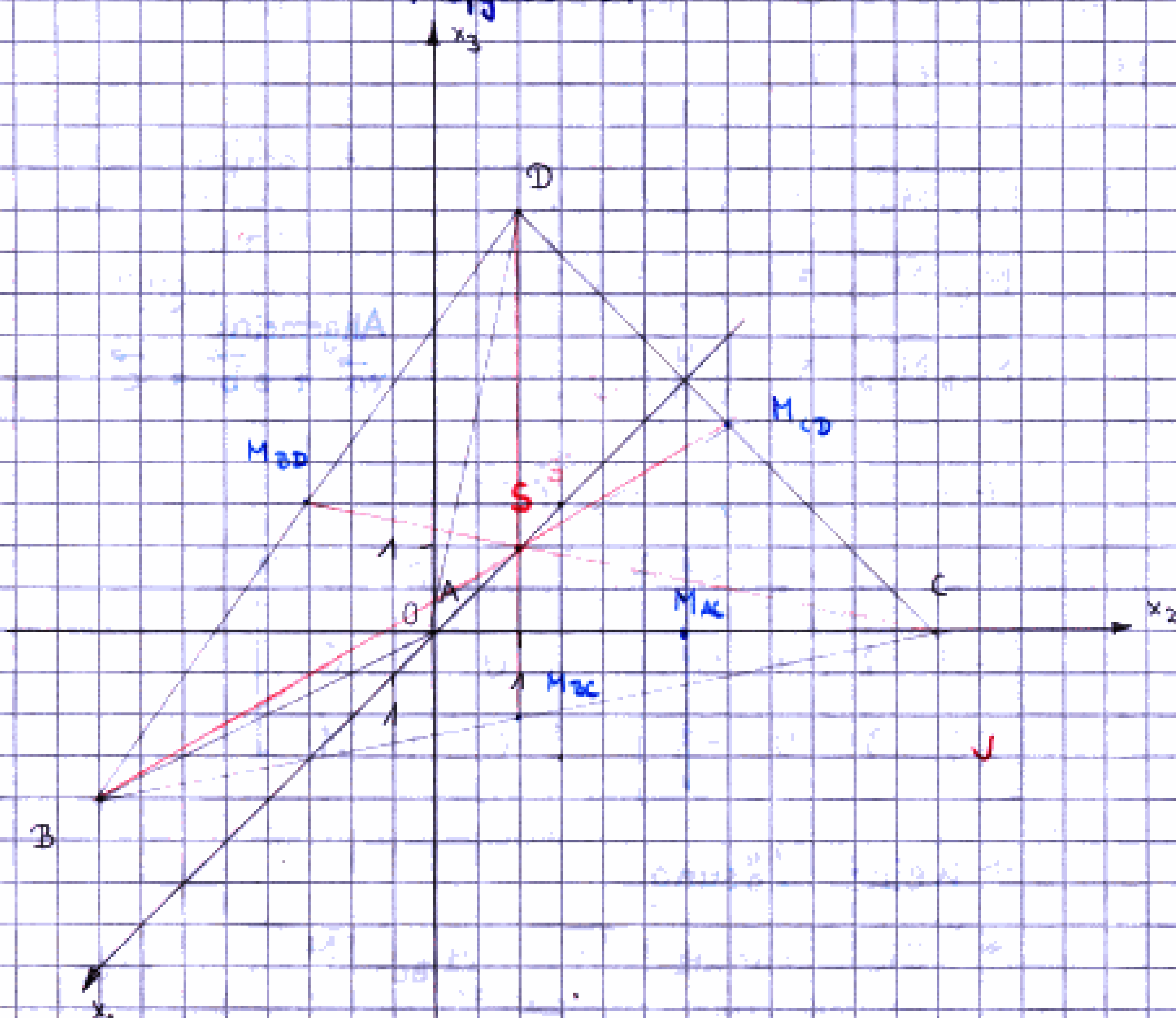
$\Leftrightarrow \quad 10,7 + 2,\overline{3} = 13$

$A_{tatsächlich}$ beträgt ungefähr 13 Einheiten^2 1,5

7/6

Aufgabe 6

a)



2 a)

b) $|\overrightarrow{DA}| = \left| \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ -6 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-2)^2 + (2)^2 + (6)^2} = \sqrt{44} \approx 6,63$

3 b.)

$|\overrightarrow{DB}| = \left| \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \\ -6 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(2)^2 + (-4)^2 + (-6)^2} = \sqrt{56} \approx 7,48$

$|\overrightarrow{DC}| = \left| \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ -6 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{(-2)^2 + 4^2 + (-6)^2} = \sqrt{56} \approx 7,48$

c) Bestimmen der Mittelpunkte:

$M_{AC} = [\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}] : 2 = \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \right] : 2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} : 2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$

$M_{BC} = [\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC}] : 2 = \left[\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} \right] : 2 = \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix} : 2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$

$M_{BD} = [\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}] : 2 = \left[\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} \right] : 2 = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ 6 \end{pmatrix} : 2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix}$

$M_{CD} = [\overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD}] : 2 = \left[\begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} \right] : 2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix} : 2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix}$

2 c.)

$M_{AC}\,(0/3/0)$ $M_{BC}\,(2/2/0)$, $M_{BD}\,(3/0/3)$

$M_{CD}\,(1/4/3)$

d) $\overrightarrow{M_{AC}M_{BC}} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{M_{BC}M_{BD}} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\overrightarrow{M_{BD}M_{CD}} = \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \\ 0 \end{pmatrix}$

→ prüfen der Vektoren auf lineare abhängigkeit

Allgemein:
$r\vec{a} + s\vec{b} = \vec{c}$

LGS:

$$\left[\begin{array}{ccc|c} 2 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & -2 & 4 & -1 \\ 0 & 3 & 0 & -3 \end{array} \right]$$

GTR

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

→ keine Lösung

→ Die Punkte M_{AC}, M_{BC}, M_{BD}, M_{CD}

liegen nicht in einer Ebene.

Sie sind nicht linear abhängig.

5,5 d.)

Somit ist

$r(\overrightarrow{M_{AC} M_{BC}}) + s(\overrightarrow{M_{BC} M_{BD}}) \neq (\overrightarrow{M_{BD} M_{CD}})$

e) Schwerpunkt

$\overrightarrow{OS} = (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OC}) : 3$

$= \left[\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}\right] \cdot 3$

$= \left[\begin{pmatrix} 6 \\ 6 \\ 6 \end{pmatrix}\right] : 3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

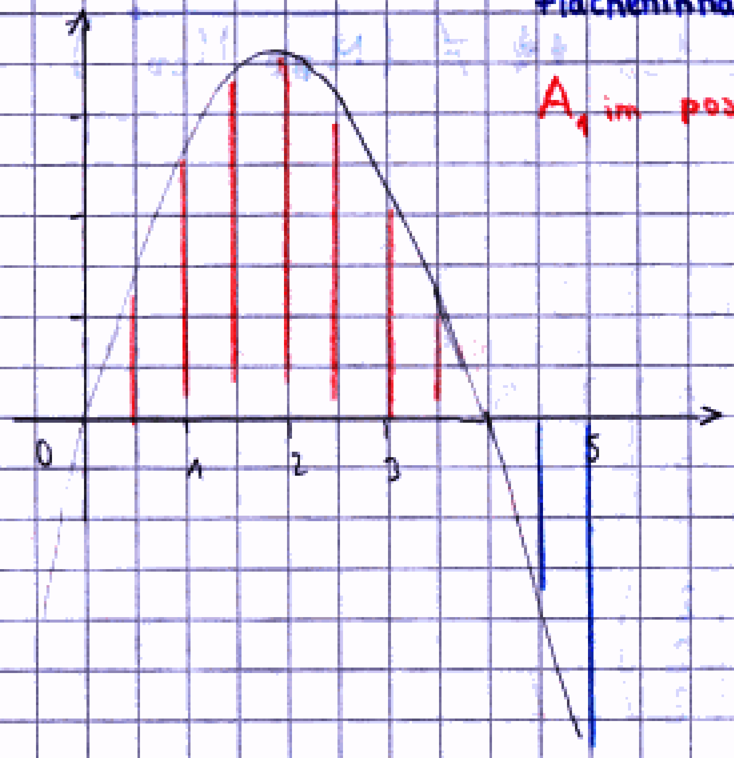
5,5 e.)

Der Schwerpunkt S hat die Koordinaten

S (2 / 2 / 2)

Eine weitere Berechnungsmethode wäre das Integral $\int_a^b f(x) \cdot dx$

Zu b)



Flächeninhalt: A_1 im pos Bereich

Flächeninhalt A_2 im neg Bereich

24/23

$A_1 - A_2 = A_{Ges}$

Flächeninhalt ist kleiner als der aus 4 da A_2 abgezogen wird.