Klasse 13 — Mathematik KA 3 — 14.3.05

TEIL A

Aufgabe 1:
In welchen Punkten hat das Schaubild von f mit $f(x) = x^2e^{2x}$ waagrechte Tangenten?

Aufgabe 2:
Berechnen Sie den Inhalt der Fläche, die vom Schaubild mit $y = e^{-x} - 1$, seiner Asymptote und den Geraden mit $x = 0$ und $x = 2$ eingeschlossen wird.

Aufgabe 3:
Gegeben ist die Funktion f mit $f(x) = x - \dfrac{1}{x-1}$, ihr Schaubild sei K, g ist die Normale von K im y-Achsenschnittpunkt.
Bestimmen Sie die gemeinsamen Punkte von K und g.

Aufgabe 4:
Wo ist die Funktion f mit $f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$ streng monoton fallend?

Aufgabe 5:
Die Ebene F enthält den Punkt $A(6|-3|3)$ und ist parallel zu
$E : x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 0$.
Welchen Abstand haben E und F?

Aufgabe 6:
Welche Punkte auf $g : \overrightarrow{x} = \begin{pmatrix} 9 \\ 2 \\ 7 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ haben von $P(11|2|18)$ den Abstand $10\sqrt{2}$?

Aufgabe 7:
Geben Sie die Anzahl der Lösungen von $\begin{array}{rrrcr} x_1 & -\frac{1}{2}x_2 & +2 & = & 0 \\ tx_1 & -x_2 & -2t & = & 12 \end{array}$ in Abhängigkeit von t an.

TEIL B

Aufgabe 8:

Die Schnittstelle der Kurven mit $y = e^x - 2$ und $y = \frac{1}{2}x$ soll bestimmt werden. Benutzen Sie dazu das Newtonverfahren mit Startwert 1 und vollziehen Sie 3 Iterationsschritte. Um wie viel Prozent weicht dieser Näherungswert von dem Wert ab, den der GTR liefert, wenn dessen Gleichungslöser benutzt wird?

Aufgabe 9:

Der Punkt $S(4|-4|5)$ ist Spitze eines senkrechten Kreiskegels, dessen Grundkreis in $E: x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 4$ liegt. Der Inhalt des Kegels beträgt $\frac{4}{3}\pi LE^3$.
Bestimmen Sie einen Punkt des Grundkreises.

Aufgabe 10:

Beweisen Sie, dass für jedes natürliche n die Zahl $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$ durch 3 teilbar ist.

Klasse 13 Mathematik KA 3 14.3.05 - Lösung

1.) H $(-1|0{,}14)$; T $(0|0)$

2.) $A=0{,}86$

3.) $S(\frac{5}{3}|\frac{1}{6})$

4.) $]-\infty,-1]$ **U** $[1,\infty[$

5.) $d=6$

6.) $P_1=\begin{pmatrix}13\\2\\4\end{pmatrix}$; $P_2=\begin{pmatrix}-3\\2\\16\end{pmatrix}$

7.) $x=\frac{16+2t}{t-2}$; $y=\frac{24+3t}{t-2}$ für $t \neq 2$ (wenn $t=2$: $L=\{\}$)

Teil B:

8.) $x_0=1$; $x_1=0{,}90159869$; $x_2=0{,}895110885$; $x_3=0{,}8950843217$
Exakte Lösung: 0,8950843213; Abweichung: 0,003%

9.) $M(2|0|1)$; $r^2=\frac{2}{3}$; $P(2|-0{,}57735|0{,}42265)$ (Angabefehler??)

10.) … $= 3.(n^3+3n^2+5n+3)$ ist sicher durch 3 teilbar