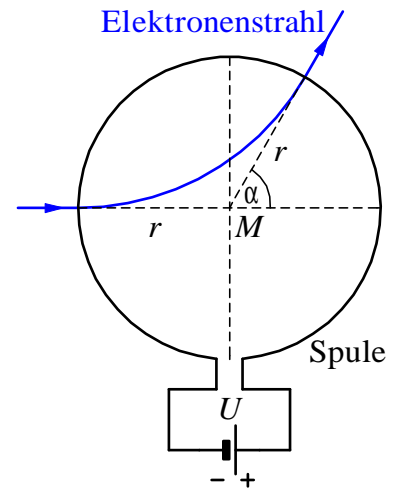


1. Elektronenablenkung durch Zylinderspule

Eine Zylinderspule mit Radius $r = 6,0 \text{ cm}$, Länge $l = 30 \text{ cm}$, Windungszahl $N = 1000$ und Widerstand $R = 5,0 \Omega$ liegt an einer Gleichspannung U . Radial zum Spulenquerschnitt wird in die Spule ein Strahl Elektronen der Energie $E_{\text{kin}} = 1,0 \text{ keV}$ eingeschossen. Die Elektronen verlassen die Spule mit einer Ablenkung von $\alpha = 60^\circ$ gegenüber der Einschussrichtung.



- 8 BE a) Bestimmen Sie die den Betrag B der magnetischen Flussdichte innerhalb der Spule.
(Zwischenergebnis: Bahnradius: 10 cm)
- 4 BE b) Berechnen Sie, welche Spannung U erforderlich ist, um in der Spule eine magnetische Flussdichte von $B = 1,0 \text{ mT}$ einzustellen.

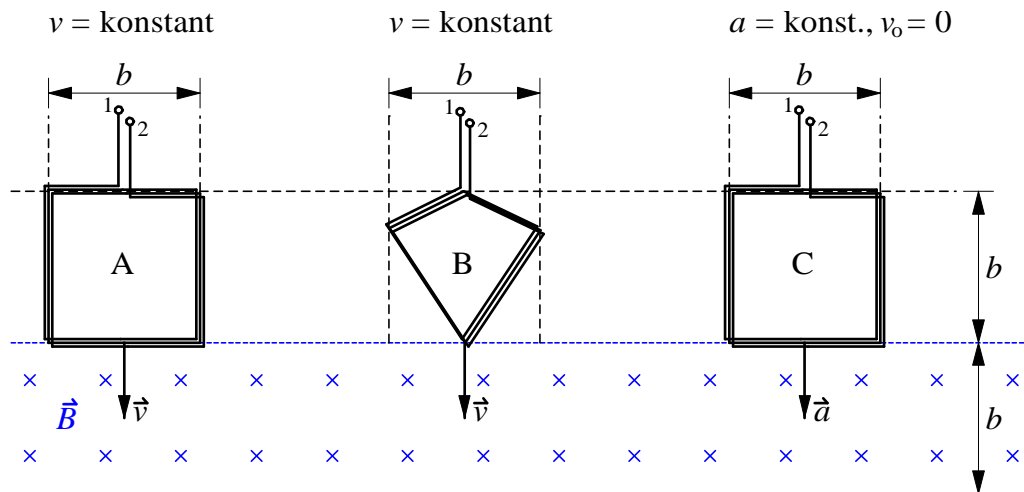
2. Zyklotron

- 8 BE a) Zeichnen Sie den prinzipiellen Aufbau eines klassischen Zyklotrons. Geben Sie die Bedeutung der wesentlichen Teile an und beschreiben sie kurz die Wirkungsweise.
- 2 BE b) Skizzieren Sie die Bahn eines Protons im Zyklotron, wenn das Magnetfeld senkrecht zur Zeichenebene auf den Betrachter gerichtet ist.
- 4 BE c) Begründen sie durch Rechnung, warum man das Zyklotron bei nicht zu hohen End-Energien mit einer Wechselspannung $U = U_0 \sin \omega t$ konstanter Frequenz betreiben kann.
- 4 BE d) Ein Proton soll in einem Zyklotron mit Durchmesser $d = 0,80 \text{ m}$ bei einer magnetischen Flussdichte von $B = 0,50 \text{ T}$ beschleunigt werden. Welche Geschwindigkeit kann dabei maximal erreicht werden?
- 5 BE e) Warum ist ein klassisches Zyklotron für sehr hohe Teilchengeschwindigkeiten nicht geeignet.
Nennen Sie zwei Varianten des Zyklotrons, welche auch für höhere Geschwindigkeiten geeignet sind. Erläutern Sie kurz, wodurch das erreicht wird.

3. Induktionsspulen

Die drei Induktionsspulen A, B und C untenstehender Skizze werden jeweils durch das gezeichnete scharf begrenzte Magnetfeld hindurchgezogen.

Die Skizze zur Zeit $t = 0$ ist maßstabsgetreu, es gilt $b = 20$ cm. Die drei Spulen haben je eine Windungszahl von $N = 20$. Die Flussdichte des Magnetfeldes beträgt $B = 0,50$ T.



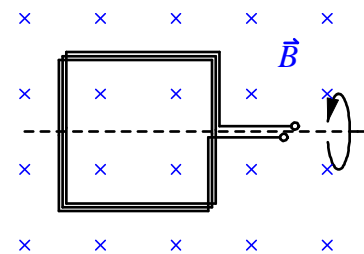
Zeichnen Sie die an den Kontakten 1 und 2 induzierten Spannungen für die drei Spulen für $0 \text{ s} \leq t \leq 0,50 \text{ s}$ in ein gemeinsames t - U -Diagramm ($0,1 \text{ s} \hat{=} 2 \text{ cm}$, $1 \text{ V} \hat{=} 1 \text{ cm}$).

- 4 BE a) Spule A wird mit konstanter Geschwindigkeit $v = 1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ gezogen.
 6 BE b) Spule B wird mit konstanter Geschwindigkeit $v = 1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ gezogen.
 7 BE c) Spule C bewegt sich mit konstanter Beschleunigung $a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Die Anfangsgeschwindigkeit zur Zeit $t = 0$ ist Null.

Hinweis: Viele Details der Graphen ergeben sich **ohne explizite Berechnungen**.

4. Messung der Flussdichte des Erdmagnetfeldes

- 8 BE Eine quadratische Spule mit Querschnittsfläche $A = 0,25 \text{ m}^2$ und Windungszahl $N = 200$ wird so aufgestellt, dass die von den Feldlinien des magnetischen Erdfeldes senkrecht durchsetzt wird. Anschließend soll die Spule gleichmäßig um die in der Skizze eingezeichnete Achse rotieren. Die Umlaufdauer betrage $T = 0,20 \text{ s}$.

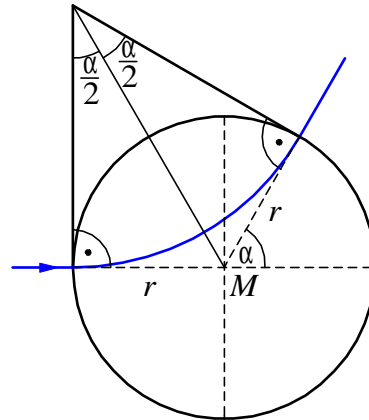


An den Spulenanschlüssen registriert man eine Wechselspannung mit einem Scheitelwert von $U_0 = 63 \text{ mV}$.

Bestimmen Sie daraus den Betrag der Flussdichte B des Erdmagnetfeldes.

1. Elektronenablenkung durch Zylinderspule

geg.: $r = 6,0 \text{ cm}$, $l = 30 \text{ cm}$, $N = 1000$, $R = 5,0 \Omega$, $E_{\text{kin}} = 1,0 \text{ kV}$, $\alpha = 60^\circ$



8 BE

a) Trigonometrische Bestimmung des Bahnradius R_B :

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{r}{R_B}$$

$$R_B = \frac{r}{\tan \frac{\alpha}{2}} = \frac{0,060 \text{ m}}{\tan \frac{60^\circ}{2}} = 0,104 \text{ m}$$

Geschwindigkeit v der Elektronen:

$$\frac{1}{2}mv^2 = E_{\text{kin}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1000 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ V A s}}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}}} = 1,87 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Kräftegleichgewicht:

$$evB = \frac{mv^2}{R_B}$$

$$B = \frac{mv}{eR_B} = \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 1,87 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{1,6 \cdot 10^{-19} \text{ A s} \cdot 0,104 \text{ m}} = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ T}$$

oder: $B = \frac{mv}{eR_B} = \frac{m\sqrt{\frac{2E_{\text{kin}}}{m}}}{e \cdot \frac{r}{\tan \frac{\alpha}{2}}} = \frac{\sqrt{2E_{\text{kin}}m}}{re} \cdot \tan \frac{\alpha}{2}$

4 BE

b) Magnetfeld einer langgestreckten Zylinderspule:

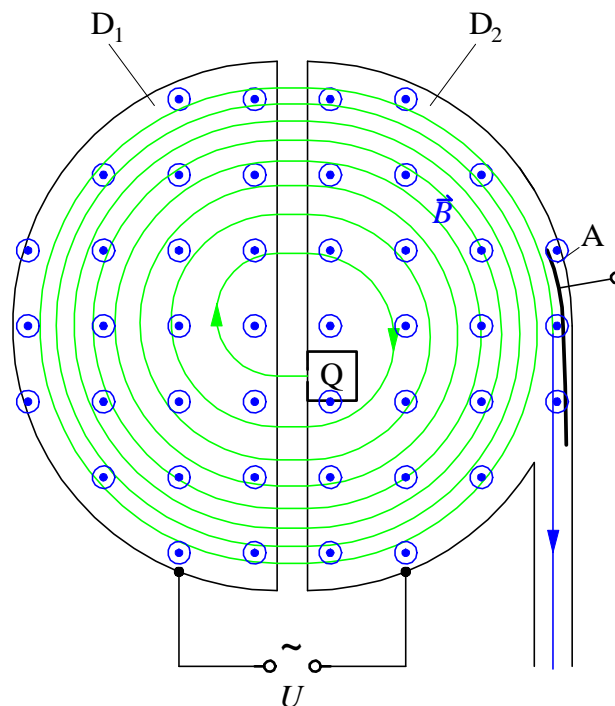
$$B = \mu_0 \frac{IN}{l} = \mu_0 \frac{\frac{U}{R}N}{l} = \frac{\mu_0 UN}{Rl}$$

$$U = \frac{BRl}{\mu_0 N} = \frac{1,0 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 5,0 \Omega \cdot 0,30 \text{ m}}{4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}} \cdot 1000} = 1,2 \text{ V}$$

2. Zyklotron

8 BE

a)



D_1 und D_2 , Duanten: D-förmige Hohlelektroden zwischen denen die Teilchen beschleunigt werden. Das Innere der Duanten ist vom elektrischen Feld frei (Faraday-Becher), jedoch mit einem homogenen magnetischen Feld erfüllt.

Q: Teilchenquelle, aus welcher die zu beschleunigenden geladenen Teilchen austreten.

U: Hochfrequente Wechselspannung.

A: Ablenkelektrode, um die Teilchen am Ende aus dem Zyklotron herauszulenken.

Wirkungsweise:

Die geladenen Teilchen werden durch die Spannung U zwischen den Duanten beschleunigt. Nach dem Durchlaufen der Beschleunigungsstrecke werden die Teilchen durch ein Magnetfeld im Inneren eines Duanten auf einer Halbkreisbahn gehalten. Die Laufzeit ist in jedem Duanten unabhängig von der Geschwindigkeit gleich $\frac{T}{2}$, der Radius nimmt mit der Geschwindigkeit zu, so dass die Teilchen Spiralbahnen durchlaufen. Am Ende werden die Teilchen durch eine Ablenkelektrode aus dem Zyklotron herausgelenkt.

2 BE

b) Nach der Rechten-Hand-Regel durchlaufen die Protonen eine Spiralbahn im Uhrzeigersinn (Siehe Zeichnung in Teilaufgabe a).

4 BE c) Kräftegleichgewicht im Magnetfeld:

$$\begin{aligned}
 F_Z &= F_L \\
 \frac{mv^2}{r} &= qvB \\
 \frac{mv}{r} &= qB \\
 m\omega &= qB \\
 \omega &= \frac{qB}{m}
 \end{aligned} \tag{1}$$

ω ist von v unabhängig und damit auch von der Zahl der Umläufe.

4 BE d) geg.: $d = 0,80 \text{ m}$, $r = 0,40 \text{ m}$, $B = 0,50 \text{ T}$

Aus (1) folgt:

$$v = \frac{qBr}{m} = \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 0,50 \text{ T} \cdot 0,40 \text{ m}}{1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 1,9 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

5 BE e) Bei Geschwindigkeiten über $0,1 c$ kann die relativistische Massenzunahme nicht mehr vernachlässigt werden. Wegen $\omega = \frac{qB}{m}$ muss die Frequenz der anliegenden Wechselspannung mit steigender Geschwindigkeit dann kleiner werden.

Beim Synchrozyklotron nimmt die Frequenz der Beschleunigungsspannung mit zunehmender Zahl der Umläufe ab.

Beim Isochronzyklotron nimmt die magnetische Flussdichte mit wachsendem Bahnradius zu und gleicht in $f = \frac{qB}{2\pi m}$ die Massenzunahme aus.

3. Induktionsspulen

geg.: $b = 0,20 \text{ m}$, $B = 0,50 \text{ T}$, $v = 1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $a = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

4 BE a) **Spule A:**

Zeit zum Ein- und Ausfahren jeweils:

$$t = \frac{b}{v} = \frac{0,20 \text{ m}}{1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 0,20 \text{ s}$$

Induktionsspannung

$$U = \left| -N \dot{\Phi} \right| = \left| -NB \dot{A} \right| = NBbv = 20 \cdot 0,50 \text{ T} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 1,0 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2,0 \text{ V}$$

6 BE b) **Spule B:**

Zeit zum Ein- und Ausfahren jeweils:

$$t = 0,20 \text{ s}$$

Fläche unter dem Grafen:

$$\int U dt = \Delta AB,$$

d.h. halb so groß wie bei Spule A.

7_{BE}

c) **Spule C:**

Zeit zum Einfahren:

$$b = \frac{a}{2} t_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2b}{a}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,20 \text{ m}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}} = 0,20 \text{ s}$$

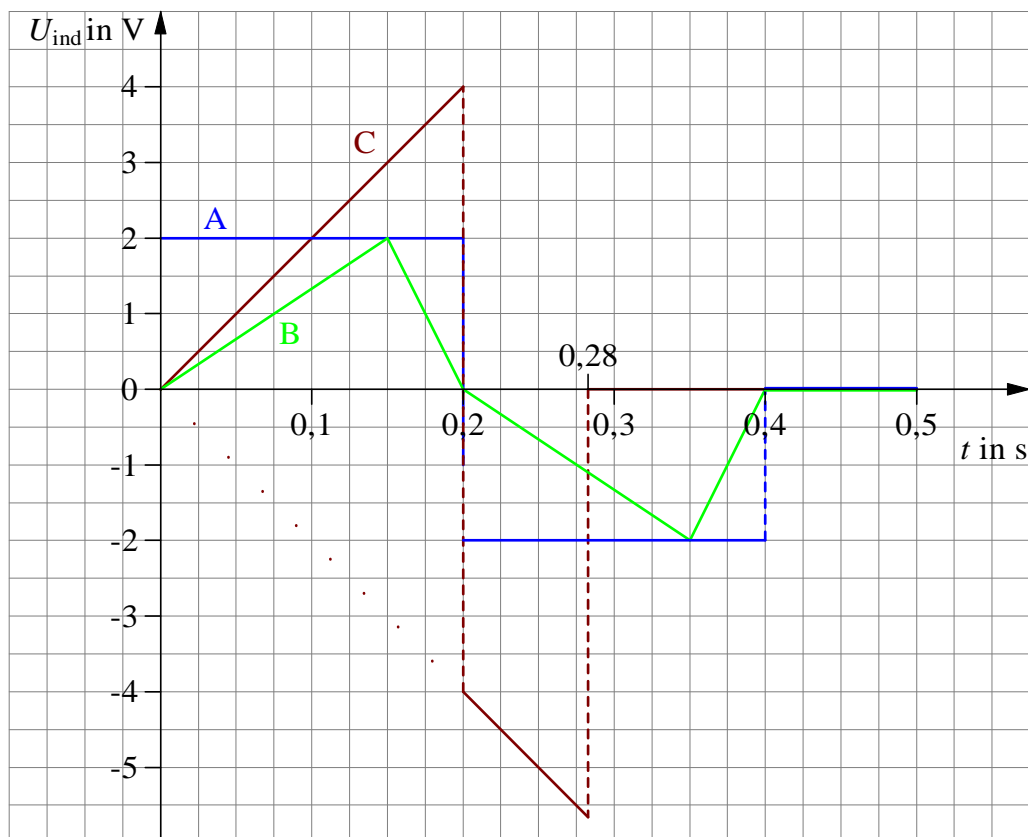
Induktionsspannung:

$$U = NBbv = NBba \cdot t = 20 \cdot 0,50 \text{ T} \cdot 0,20 \text{ m} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 20 \frac{\text{V}}{\text{s}} \cdot t$$

Zeitpunkt des Verlassens:

$$2b = \frac{a}{2} t_2^2$$

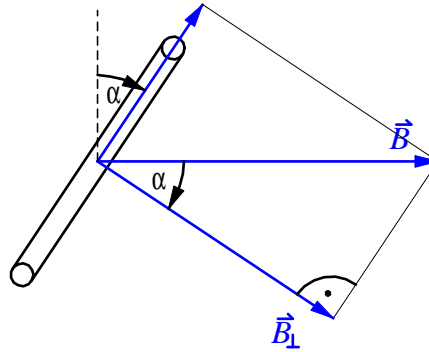
$$t_2 = \sqrt{\frac{4b}{a}} = \sqrt{2} \cdot t_1 = \sqrt{2} \cdot 0,20 \text{ s} = 0,28 \text{ s}$$



(Alternativ: alle Graphen an der t -Achse gespiegelt.)

4. Messung der Flussdichte des Erdmagnetfeldes

8_{BE} geg.: $A = 0,25 \text{ m}^2$, $N = 200$, $T = 0,20 \text{ s}$, $U_0 = 0,063 \text{ V}$



Induktionsspannung:

$$\begin{aligned}
 U &= -N\dot{\Phi} = -NAB_{\perp}\dot{} = -NA\frac{d}{dt}(B \cos \omega t) \\
 &= NBA_o\omega \sin \omega t = NBA_o\frac{2\pi}{T} \sin \omega t \\
 U_0 &= \frac{2\pi NBA_o}{T} \\
 B &= \frac{U_0 T}{2\pi NA_o} = \frac{0,063 \text{ V} \cdot 0,20 \text{ s}}{2\pi \cdot 200 \cdot 0,25 \text{ m}^2} = 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ T}
 \end{aligned}$$