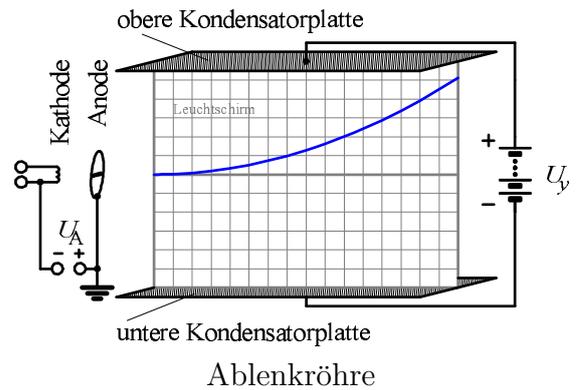


### 1. Elektronenstrahl-Ablenkröhre

Aus einer Glühkathode treten Elektronen aus und werden durch die Spannung  $U_A$  zu einer Schlitzanode hin beschleunigt. Dadurch entsteht (durch zusätzliche Fokussierung) ein waagrecht aufgefächerter Elektronenstrahl. Die Elektronen treten mit der Geschwindigkeit  $v_x = 2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$  in das Querfeld eines Plattenkondensators ein, zwischen dessen Platten die Spannung  $U_y$  anliegt. Im Kondensator befindet sich ein Leuchtschirm, auf dem die Spur des Elektronenstrahls sichtbar wird.



Die gesamte Anordnung befindet sich im Vakuum. Der Leuchtschirm hat eine Länge von  $\ell = 8,0 \text{ cm}$  und eine Höhe von  $h = 6,0 \text{ cm}$ .

- 3 BE a) Berechne die Beschleunigungsspannung  $U_A$ .
- 9 BE b) Bestimme aus der eingezeichneten Spur des Elektronenstrahls den Betrag der Ablenkspannung  $U_y$ . Das E-Feld soll dabei als homogen angesehen werden.

### 2. Deep Space

Am 24. 10. 1998 wurde mit Deep Space 1 erstmals eine mittels Ionenantrieb beschleunigte Sonde in den Weltraum gebracht.

Zum Antrieb der Sonde wurden  $\text{Xe}^+$ -Ionen mittels einer Spannung von  $1280 \text{ V}$  beschleunigt und durch eine gitterförmige Elektrode vom Triebwerk ausgestoßen. Die gesamte Sonde hatte eine Masse von  $486 \text{ kg}$ . Als Arbeitsvorrat standen  $81,5 \text{ kg}$  Xenon-Gas zur Verfügung, wobei der Massenausstoß höchstens  $2,1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$  betrug.

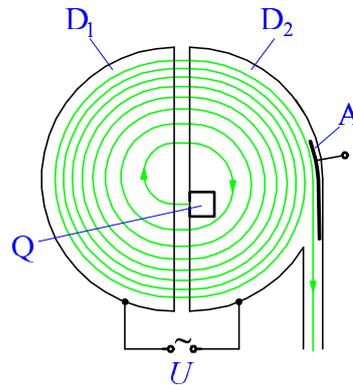


Ionenantrieb (NASA)

- 3 BE a) Bestimme die maximale Laufzeit des Antriebs bei vollem Schub.
- 3 BE b) Berechne die relative Ausstoß-Geschwindigkeit der  $\text{Xe}^+$ -Ionen.  
(Ersatz-Ergebnis:  $86 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ )
- 4 BE c) Berechne die maximale Schubkraft des Triebwerks.  
(Ersatz-Ergebnis:  $0,18 \text{ N}$ )
- 4 BE d) Bestimme die Nutz-Leistung des Triebwerks.
- 4 BE e) Auf welche Geschwindigkeit könnte die Raumsonde aus der Ruhe heraus beschleunigen? Rechne ohne den Massenverlust infolge des Ionen-Ausstoßes.
- 3 BE f) Bei Iontriebwerken müssen stets aus einer zweiten Elektrode Elektronen mit emittiert werden. Erläutere, warum dies notwendig ist.

(bitte wenden!)

## 3. Zyklotron



Zyklotron

- 6 BE a) Erläutere die Wirkungsweise des abgebildeten Zyklotrons. Gehe dabei unter anderem auf die in der Skizze markierten Bauteile ein.
- 4 BE b) Begründe durch Rechnung, warum man das Zyklotron bei nicht zu hohen End-Energien mit einer Wechselspannung ( $U = U_0 \sin \omega t$ ) konstanter Frequenz betreiben kann.
- 3 BE c) Wo liegt in etwa die maximal erreichbare End-Energie für Protonen beim klassischen Zyklotron? (Rechnung!)
- 4 BE d) Ein Kreisbeschleuniger soll für medizinische Zwecke Protonen beschleunigen. Die verwendeten Magnetfeld-Spulen liefern im Inneren des Beschleunigers eine magnetische Flussdichte von  $1,60 \text{ T}$ . Bei welcher Frequenz muss der Kreisbeschleuniger betrieben werden.

1. geg:  $v_x = 2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ ,  $\ell = 0,080 \text{ m}$ ,  $h = 0,060 \text{ m}$

3 BE

a) Energieerhaltung:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv^2 &= U_A e \\ U_A &= \frac{mv^2}{2e} \\ &= \frac{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot (2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2 \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,8 \text{ kV} \end{aligned}$$

9 BE

b) Aus der Skizze:  $x = \ell$ ,  $y = 0,026 \text{ m}$

Für die Zeit  $t$  im Kondensator:

$$\begin{aligned} \ell &= v_x t \\ t &= \frac{\ell}{v_x} = \frac{0,080 \text{ m}}{2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 3,2 \cdot 10^{-9} \text{ s} \end{aligned}$$

Ablenkung in  $y$ -Richtung:

$$\begin{aligned} y &= \frac{a}{2}t^2 \\ a &= \frac{2y}{t^2} = \frac{2 \cdot 0,026 \text{ m}}{(3,2 \cdot 10^{-9} \text{ s})^2} = 5,08 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \end{aligned}$$

Zweites newtonsches Gesetz:

$$F_{\text{el}} = ma = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 5,08 \cdot 10^{16} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 4,63 \cdot 10^{-15} \text{ N}$$

Mit

$$F_{\text{el}} = Ee = \frac{Ue}{h}$$

$$\begin{aligned} \frac{Ue}{h} &= F_{\text{el}} \\ U &= \frac{hF_{\text{el}}}{e} \\ &= \frac{0,060 \text{ m} \cdot 4,63 \cdot 10^{-15} \text{ N}}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}} = 1,7 \text{ kV} \end{aligned}$$

**Alternativ:** allgemeine Berechnung:

$$\begin{aligned} U &= \frac{hma}{e} = \frac{hm2y}{et^2} = \frac{2hmyv_x^2}{e\ell^2} \\ &= \frac{2 \cdot 0,060 \text{ m} \cdot 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 0,026 \text{ m} \cdot (2,5 \cdot 10^7 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot (0,080 \text{ m})^2} = 1,7 \text{ kV} \end{aligned}$$

2. geg:  $U = 1280 \text{ V}$ ,  $m = 486 \text{ kg}$ ,  $m_{\text{Gas}} = 81,5 \text{ kg}$ ,  $\dot{m} = 2,1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

3 BE a) Gesamter Massenausstoß:

$$\dot{m} = \frac{m_{\text{Gas}}}{t_{\text{max}}}$$

$$t_{\text{max}} = \frac{m_{\text{Gas}}}{\dot{m}} = \frac{81,5 \text{ kg}}{2,1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{s}}} = 3,9 \cdot 10^7 \text{ s} = 10800 \text{ h} = 450 \text{ d} = 1 \text{ y } 85 \text{ d}$$

3 BE b) Energieerhaltung:

$$\frac{1}{2}mv^2 = Ue$$

$$v = \sqrt{\frac{2Ue}{m_{\text{Xe}}}} = \sqrt{\frac{2Ue}{131u}}$$

$$= \sqrt{\frac{2 \cdot 1280 \text{ V} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}}{131 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}}} = 43\,400 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 43 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

4 BE c) Zweites newtonsches Gesetz:

$$F \cdot \Delta t = \Delta p$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{v \cdot \Delta m}{\Delta t} = v \cdot \dot{m}$$

$$= 43\,000 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2,1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{s}} = 0,0903 \text{ N} \approx 90 \text{ mN}$$

4 BE d) Leistung über kinetische Energie:

$$P = \frac{\Delta E_{\text{kin}}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \Delta m v^2}{\Delta t} = \frac{1}{2} \dot{m} v^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 2,1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot \left(43\,400 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 1978 \text{ W} = 2,0 \text{ kW}$$

**Alternativ:** Leistung elektrisch:

$$P = \frac{Ue \cdot \frac{\Delta m}{m_{\text{Xe}}}}{\Delta t} = \frac{Ue \cdot \dot{m}}{m_{\text{Xe}}} = \frac{Ue \cdot \dot{m}}{131u}$$

$$= \frac{1280 \text{ V} \cdot 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 2,1 \cdot 10^{-6} \frac{\text{kg}}{\text{s}}}{131 \cdot 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 1978 \text{ W} = 2,0 \text{ kW}$$

4 BE e) Zweites newtonsches Gesetz:

$$F = ma$$

$$a = \frac{F}{m} = \frac{0,090 \text{ N}}{486 \text{ kg}} = 1,85 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$v_{\text{max}} = at_{\text{ges}} =$$

$$= 1,85 \cdot 10^{-4} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3,9 \cdot 10^7 \text{ s} = 7215 \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx 7,2 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

**Alternativ:** mit mittlerer Masse  $\bar{m} = \frac{486 \text{ kg} + (486 \text{ kg} - 82 \text{ kg})}{2} = 445 \text{ kg}$

$$v_{\max} = \dots = 7,9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$$

- 3 BE f) Würde man nur die positiven Ionen ausstoßen, so würde sich die Sonde allmählich negativ aufladen. Die Folge wäre, dass die Sonde die ausgestoßenen Ionen anzieht und damit deren Ausstoßgeschwindigkeit stark verringert.

- 6 BE 3. a)  $D_1$  und  $D_2$ , Duanten: D-förmige Hohlelektroden zwischen denen die Teilchen beschleunigt werden. Das Innere der Duanten ist vom elektrischen Feld frei (Faraday-Becher), jedoch mit einem homogenen magnetischen Feld erfüllt.

Q: Teilchenquelle, aus welcher die zu beschleunigenden geladenen Teilchen austreten.

U: Hochfrequente Wechselspannung.

A: Ablenkelektrode, um die Teilchen am Ende aus dem Zyklotron herauszulenken.

**Wirkungsweise:**

Die geladenen Teilchen werden durch die Spannung  $U$  zwischen den Duanten beschleunigt. Nach dem Durchlaufen der Beschleunigungsstrecke werden die Teilchen durch ein Magnetfeld im Inneren eines Duanten auf einer Halbkreisbahn gehalten. Die Laufzeit ist in jedem Duanten unabhängig von der Geschwindigkeit gleich  $\frac{T}{2}$ , der Radius nimmt mit der Geschwindigkeit zu, so dass die Teilchen Spiralbahnen durchlaufen. Am Ende werden die Teilchen durch eine Ablenkelektrode aus dem Zyklotron herausgelenkt.

- 4 BE b) Kräfte-Gleichgewicht:

$$\begin{aligned} F_Z &= F_L \\ \frac{mv^2}{r} &= qvB \\ \frac{mv}{r} &= qB \end{aligned}$$

Mit  $\omega = \frac{v}{r}$  :

$$\begin{aligned} m\omega &= qB \\ m \frac{2\pi}{T} &= qB \\ T &= \frac{2\pi m}{qB} \end{aligned}$$

Die Umlaufdauer ist nur abhängig von konstanten Größen, daher ändert sie sich mit wachsender Teilchenenergie nicht. Daher kann eine konstante Frequenz eingestellt werden.

3<sub>BE</sub>

- c) Abschätzung der Maximalenergie für Protonen im klassischen Zyklotron. Für die Größenordnung der maximalen Geschwindigkeit für nichtralativistische Berechnungen gilt:

$$v_{\max} \approx 0,1 \cdot c$$

Somit:

$$\begin{aligned} E &\approx \frac{1}{2} m_{\text{P}} v^2 = \frac{1}{2} m_{\text{P}} (0,1c)^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \cdot \left(0,1 \cdot 3,00 \cdot 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 7,5 \cdot 10^{-13} \text{ J} = 4,7 \cdot 10^6 \text{ eV} \\ &\approx 5 \text{ MeV} \end{aligned}$$

4<sub>BE</sub>

- d) geg:  $B = 1,60 \text{ T}$

Aus Teilaufgabe b):

$$\begin{aligned} m_{\text{P}} \omega &= eB \\ 2\pi m_{\text{P}} f &= eB \\ f &= \frac{eB}{2\pi m_{\text{P}}} \\ &= \frac{1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \cdot 1,60 \text{ T}}{2 \cdot \pi \cdot 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}} = 2,4 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{s}} = 24 \text{ MHz} \end{aligned}$$